2차원 채널유동에서의 액적 변형에 대한 수치해석적 연구

정 성 록[1*], 조 명 환[2], 최 형 권[3], 유 정 열[4]

STUDY ON THE DEFORMATION OF DROPLETS IN A TWO-DIMENSIONAL CHANNEL FLOW

S.R. Jung[1*], M.H. Cho[2], H.G. Choi[3], J.Y. Yoo[4]

In this study, the two-phase incompressible flow in two-dimensional channel considering the effect of surface tension is simulated using an improved level-set method. Quadratic element is used for solving the continuity and Navier-Stokes equations to avoid using an additional pressure equation, and Crank-Nicholson scheme and linear element are used for solving the advection equation of the level set function. Direct approach method using geometric information is implemented instead of the hyperbolic-type partial differential equation for the reinitializing the level set function. The benchmark test case considers various arrays of deformable droplets under different flow conditions in straight channel. The deformation and migration of the droplets are computed and the results are compared very well with the existing studies.

Keywords: 레벨셋 방법(Level-set method), 직접접근법(Direct approach method), 액적의 변형(Deformation of droplets), 채널(channel)

1. 서 론

최근 마이크로 유동 해석에 대한 연구가 매우 활발히 진행되고 있다. 마이크로 채널에서의 2상 유동을 해석하기 위한 유한요소법에 기초한 Level Set(LS) 함수가 사용되고 있다. LS 함수는 VOF(Volume of fluid)[1] 방법에 비해 본질적으로 질량 보존 측면에서는 떨어지지만 여러 수학적인 장점들 때문에 많은 연구가 이루어졌다. 특히, 상 경계에서의 법선벡터(normal vector) 및 곡률(curvature)을 좀 더 쉽게 계산할 수 있으며 3차원으로 확장이 용이하다는 장점을 가지고 있다.

채널 내부에서의 다상 유동을 해석하기 위해서는 표면장력에 대한 고려가 필수적이다. 표면장력과 관련하여 Brackbill 등[2]은 CSF (Contiuum Surface Force)모델을 제시하고 있다. 하지만, 이 모델은 시간 간격(time step)에서의 한계와 표면장력과 압력 분포의 불균형으로 인해 발생하는 가상흐름(spurious current)의 문제를 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 Hysing 등[3]이 제안한 반 내재적(semi-implicit) CSF 모델을 채택한다.

본 논문에서는 유한요소로써 Q1Q1 요소와 Q2Q1 요소를 혼합해서 사용하고자 한다. LS 함수의 이송방정식 및 LS 함수의 재초기화를 위해서는 Q1Q1 요소를 사용하며, 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 풀기 위해서는 Q2Q1 요소를 적용한다. LS 함수의 이송방정식은 Taylor-Galerkin 방법을 이용하여 이산화하며 LS 함수의 재초기화(Reinitialization)를 위하여 쌍곡선형의 미분방정식을 푸는 대신, 계면에서의 기하학적 정보를 바탕으로 하여 상경계면까지의 최단거리를 구하는 직접접근법(Direct approach method [4])을 사용한다.

본 논문에서는 마이크로 채널에서 액적의 위치에 따른 속도 분포와 액적의 모양 변화에 대해서 고찰하며, 또한 여러 액적들이 층을 쌓아 움직이는 경우도 고려하여 기존의 수치해석 결과들과 비교 분석하였다.

1 서울대학교 기계항공학과 (ejrules@snu.ac.kr)
2 서울대학교 정밀기계설계공동연구소 (cho7213@snu.ac.kr)
3 서울과학기술대학교 기계공학과 (hgchoi@snut.ac.kr)
4 서울대학교 기계항공학과 (jyyoo@snu.ac.kr)
* TEL : 02) 880-1654

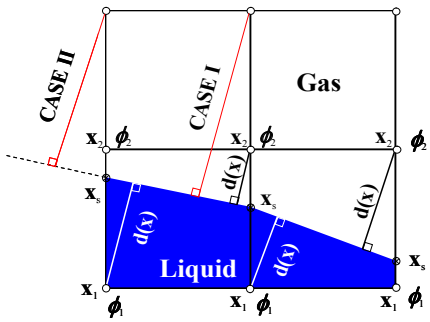


Fig. 1 Schematic representation of the intersection of the interface and cell face.

2. 수치해석 방법

2.1 지배방정식

계면을 전진시키기 위한 LS 함수의 이송방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \phi = 0. \tag{1}$$

비압축성 유동장의 거동을 해석하기 위하여 사용하는 지배방정식은 다음과 같이 나타낸다:

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0, \tag{2}$$

$$\rho(\phi)\frac{D\underline{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\phi)(\nabla \underline{u} + \nabla \underline{u}^T)] + \rho(\phi)\underline{g}. \tag{3}$$

두 유체의 상 경계에서의 경계조건은 Laplace-Young 방정식을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\left[\left|-p\tilde{I} + \mu(\phi)(\nabla \underline{n} + \nabla \underline{u}^T)\right|\right]_\Gamma \cdot \underline{n} = \sigma\kappa\underline{n} \ . \tag{4}$$

식 (1)의 이산화를 위하여, 본 연구에서는 Taylor-Galerkin 방법(Choi *et al.* [5])을 사용한다.

2.2 LS 함수의 재초기화

LS 함수의 재초기화를 위하여, 본 연구에서는 쌍곡선형의 편미분방정식을 푸는 대신, 기하학적 정보를 바탕으로 상경계면까지의 최단거리를 구하는 직접접근법을 적용한다.

상 경계면에서의 위치 벡터를 $\underline{x_s}$라 하면, 1차 보간법으로 다음과 같이 구할 수 있다:

$$\underline{x_s} = \underline{x_1} - \frac{\phi_1}{\phi_1 - \phi_2}(\underline{x_1} - \underline{x_2}). \tag{5}$$

여기서, ϕ_1과 ϕ_2는 식 (1)로부터 구할 수 있고, $\underline{x_1}$과 $\underline{x_2}$는 각각 격자점에서의 위치 벡터이다. 상황에 따라 구하는 ϕ값이 달라지는 데 격자점으로부터 상 경계면에 위치한 요소에 내린 수선의 발이 그 요소 내에 있을 경우(CASE I) ϕ의 값은

$$\phi = \min(|\phi|, |d(x)|) \quad . \tag{6}$$

격자점으로부터 상 경계면에 위치한 요소에 내린 수선의 발이 그 요소 외에 있을 경우(CASE II) ϕ의 값은

$$\phi = \min\left(|\phi|, \left|\vec{x} - \vec{x_s}\right|\right) \quad . \tag{7}$$

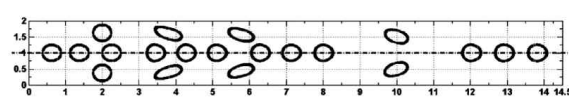
3. 수치해석 결과

3.1 2D 채널에서의 문제 정의

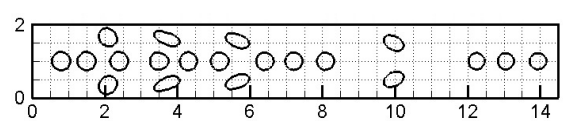
본 연구에서는 제안된 수치 기법을 통하여, 2D 채널에서의 액적의 움직임을 모사하였다. 이전의 연구인 Christafakis 등[7]이 제안한 결과와 비교한다. ρ_c, μ_c는 액적의 밀도와 점성계수를 나타내고, e는 액적의 중심으로부터 채널 중심까지의 거리, h는 채널 폭의 반이다. 본 연구에서 사용되는 무차원수로 레이놀즈수(Reynolds number) $Re = \rho_c \cdot U \cdot D_h/\mu_c$, 모세관수(Capillary number) $Ca = \mu_c U/\sigma$, 표면장력 상수 σ, 점성계수 비(viscosity ratio) $\lambda = \mu_b/\mu_c$, 액적 크기인 $\kappa = r/h$이다. 여기서, 채널의 수력학적 지름인 $D_h = 4h$로 정의 된다. U는 U_{max} = 1.5인 Poiseuille flow의 무차원 평균 속도로 정한다.

3.2 2D 채널에서의 수치해석 결과

3.2.1 액적 움직임에 대한 관찰



(a) Christafakis *et al.* [7]



(b) Present study

Fig. 2 Five droplets: $Re = 40$, $Ca = 0.5$, $\lambda = 4.0$, $\kappa = 0.25$

2D 채널에서 복수의 액적이 놓여 있는 경우에, 그 액적의 거동을 고찰한다. 초기적으로 2개의 액적은 수직방향으로 대칭 상태에 있으며 3개의 액적은 채널 중앙에 일렬로 배치되었다. Re = 40, Ca = 0.5, λ = 4.0, κ = 0.25 인 경우에 대하여 계산을 수행한다.

Fig. 2는 시간 t = 0, 2.0, 4.0, 8.0 일 때, 액적의 순간분포를 나타낸다. 먼저, 5개의 액적의 위치를 따로 관찰하기 위해 번호를 붙였다. 채널 중앙에 위치해 있는 3개의 액적은 왼쪽에서부터 순서대로 번호를 붙여 주었다. 그리고 네 번째로 수직한 2개의 액적은 서로 대칭이므로 하나의 액적만 4번으로 주었다.

각각의 액적들을 그래프로 나타냈는데, 1번에서 3번 액적들은 y방향으로의 위치 변화가 거의 없으므로 x방향으로의 위치만을 나타냈다. 1번에서 3번 액적들은 시작위치의 차이는 있지만, 비슷한 속도로 이동하는 것을 그래프를 통하여 확인할 수 있으며 기존의 수치해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 하지만 4번 액적의 경우 벽의 척력에 의해 y 방향으로의 변위도 발생하므로 x, y 방향을 모두 고려해야 한다. x 방향의 위치의 변화는 1번에서 3번 액적에 비해 속도가 느린 것을 확인할 수 있으며 y 방향으로는 액적들이 채널의 중앙(y = 1) 쪽으로 이동하고 있음을 알 수 있다. 또한, x방향 결과와 마찬가지로 기존 결과와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

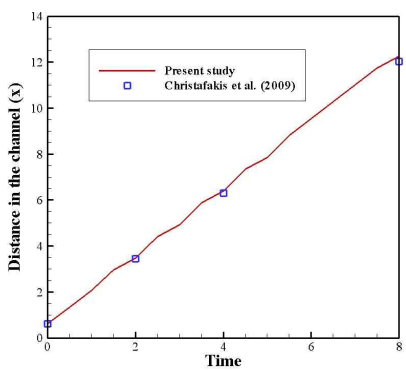


Fig. 3 Distance of the first droplet in the x-direction

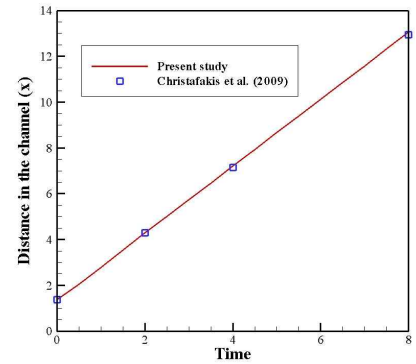


Fig. 4 Distance of the second droplet in the x-direction

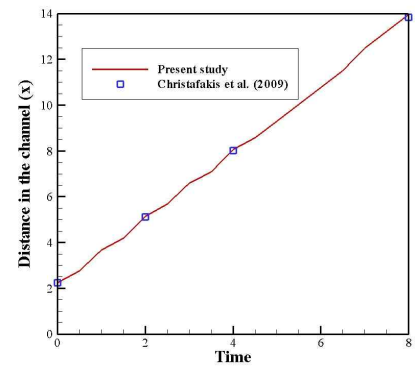


Fig. 5 Distance of the third droplet in the x-direction

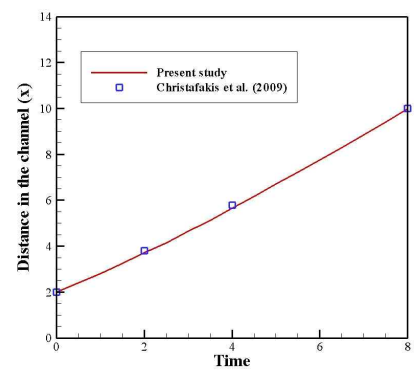


Fig. 6 Distance of the fourth droplet in the x-direction

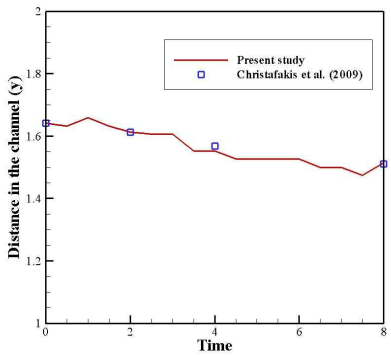


Fig. 7 Distance of the fourth droplet in the *y*-direction

4. 결 론

제안된 기법을 사용하여 2-D 채널에서의 액적의 움직임에 대하여 계산을 수행하였다. Q2Q1 사각형요소와 Q1Q1 사각형요소를 혼합하여 사용하였고, 재초기화 방정식을 풀기 위해 직접접근법을 사용하여 채널에서의 기하학적인 정보를 토대로 하여 상경계면까지의 최단거리를 구하였다. 액적의 시간에 따른 위치변화는 기존연구결과와 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(No. 2011-0079936)과 두뇌한국21사업(0591-20110001)을 받아 수행된 연구이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] 1981, Hirt, C. W., Nichols, B. D., "Volume of Fluid(VOF) method for the dynamics of free boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225.

[2] 1992, Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C., "A continuum method for modeling surface tension," *J. Comput. Phys.*, Vol.100, pp.335-354.

[3] 2006, Hysing, S., "A new implicit surface tension implementation for interfacial flows," *Int. J. Numer. Meth. Fluids,* Vol.51, pp.659-672.

[4] 2010, Cho, M. H., Choi, H. G. and Yoo, J. Yoo.,"A direct reinitialization approach of level-set/splitting finite element method for simulating incompressible two-phase flows," *Int. J. Numer. Meth. Fluids,* DOI: 10.1002/fld.2437.

[5] 2009, Choi, H. G., "Comparison of least square and Taylor-Galerkin finite element method for level-set simulation," Proceedings of 9th Asian Symposium on Computational Heat Transfer and Fluid Flow, Jeju, Korea, Oct. pp.20-23.

[6] 2005, Lopez, J., Hernandez, J., Gomez, P. and Faura, F., "An improved FLIC-VOF method for tracking thin fluid structures in compressible two-phase flows," *J. Comput. Phys.*, Vol.208, pp.55-74.

[7] 2009, Christafakis, A., Alexopoulos, J. and Tsangaris, S., "Modelling of two-phase incompressible flows in ducts," *Applied Mathematical Modelling,* Vol.33, pp.1201-1212.