

탄성지지단을 둔 보에 조화 이동하중이 작용할 때의 응답과 음향 방사 특성

Sound radiation and vibration analysis of elastically supported beam structure excited by moving harmonic loads

김재현* · 김동규* · 박준홍†

Jaehyun Kim, Dongkyu Kim and Junhong Park

1. 서 론

하중에 의한 구조물 진동 응답은 많은 연구 분야에서 지속적으로 이루어지고 있으며, 이 중 이동하중에 의한 구조물 응답은 Fryba⁽¹⁾가 기존 연구를 요약, 정리하여 책으로 발간했다.

일반적인 오일러-베르누이 보의 응답 예측의 이론적 접근은 다양한 형태로 실제 구조물, 혹은 하중의 형태를 고려해 발표 됐으며 A.V.Metrikine^{(2),(3),(4)}의 연구는 철도 공학의 한 예이며, 토목 공학에선 Seoungmin Kim⁽⁵⁾의 연구 등이 있다.

여러 분야에서 활용하고 있는 이동하중이 작용할 때의 보의 응답은 1958년 Mathew⁽⁶⁾의 연구에서 한 축이 형성됐으며, 이 때 사용한 이론적 기법은 정확한 응답식을 얻는 것으로 또 다른 진동응답의 해석에 한 축을 형성하는 모달분석법(modal analysis)과는 그 접근법에서 차이를 둔다.

구조물의 음향 방사 특성은 음향학에서 일반적 음원 형태 및 운동에 따라 정의하고 있으며, 이러한 음원의 적용은 많은 연구분야에서 활용되고 있다. 진동하는 보에서 방사되는 음원 형태를 쌍극(dipole) 배열로 놓고 해석한 Junger⁽⁷⁾의 연구를 비롯, 유럽의 실제 철도 산업에서 차량 주행 중 발생하는 소음 예측을 위해 사용하는 상용 프로그램인 TWINS의 기반인 Remington^{(8),(9)}의 연구 등이 있다. 본 연구에서는 이동하는 하중이 연속 탄성체로 주기적으로 지지된 오일러-베르누이 빔에 작용할 때

의 응답을 예측하고 이 때 방사되는 음압을 단극(monopole)으로 가정하여 해석을 수행했다.

2. 이동 하중이 작용할 때의 응답

2.1 지배 방정식의 특성해와 응답

(1)지배방정식

본 연구에서 가정한 보의 형태는 오일러-베르누이 보이며, 주기적 지지단을 두었을 경우를 표현하기 위해 하중의 형태는 조화이동하중으로 가정했다. 이 때의 지배방정식은

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \hat{k}w(x,t) = F_0 \delta(x-vt) e^{j\omega t} \quad (1)$$

와 같으며, 하중의 이동속도는 $v=f\lambda$ 와 같다. 이런 형태는 Fig.1을 표현한 것과 같다.

(2)특성 값

식 (1)의 지배방정식에 변환좌표 $s = \beta(x-vt)$ 를 적용하고 이를 푸리에 변환 및 역 푸리에 변환을 취하면 그 형태는

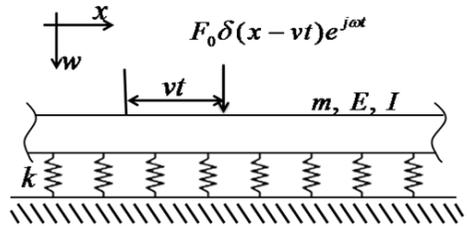


Fig.1 Beam on elastic foundation subjected to harmonic moving load

† 박준홍; 정회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : parkj@hanyang.ac.kr

Tel : (02)2220-0424, Fax : (02) 2298-4634

* 한양대학교 음향진동 연구실

$$q^4 - \frac{v^2 m}{EI\beta^2} q^2 + \frac{2\omega v m}{EI\beta^3} q + \frac{(\hat{k} - m\omega^2)}{EI\beta^4} = \frac{8}{W(q)} \quad (2)$$

$$\tilde{w}(s) = \frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{jsq}}{(q - \hat{A}_1)(q - A_2)(q - A_3)(q - A_4)} dq \quad (3)$$

와 같다. 이 때 분모를 0으로 만드는 \hat{A}_n 은 특성값 (eigenvalue, pole)을 나타낸다. UIC.60 레일의 물성치를 적용했으며 Table.1과 같다.

(2)보의 응답

이렇게 해석한 보의 응답은 Fig.2와 같으며 해의 형태는

$$w(s,t) = 8w_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} e^{iA_1 s} [2b_1(2a_1 + b_1 j - b_2 j)(2a_1 + b_1 j + b_2 j)]^{-1} \\ + e^{iA_2 s} [2b_2(-2a_1 + b_2 j - b_1 j)(-2a_1 + b_2 j + b_1 j)]^{-1} \end{pmatrix} \quad s > 0$$

$$w(s,t) = -8w_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} e^{iA_3 s} [2b_1(2a_1 - b_1 j - b_2 j)(2a_1 - b_1 j + b_2 j)]^{-1} \\ + e^{iA_4 s} [2b_2(-2a_1 - b_2 j - b_1 j)(-2a_1 - b_2 j + b_1 j)]^{-1} \end{pmatrix} \quad s < 0$$

$$w(s,t) = 8jw_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} e^{iA_1 s} [2b_1 i(a_1 - a_3 + b_1 j)(a_1 - a_2 + b_1 j)]^{-1} \\ + e^{iA_2 s} \{(a_3 - a_2)[(a_3 - a_1)^2 + b_1^2]\}^{-1} \end{pmatrix} \quad s > 0$$

$$w(s,t) = 8jw_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} e^{iA_3 s} [2b_1 i(a_1 - a_3 - b_1 j)(a_1 - a_2 - b_1 j)]^{-1} \\ + e^{iA_4 s} \{(a_3 - a_2)[(a_2 - a_1)^2 + b_1^2]\}^{-1} \end{pmatrix} \quad s < 0 \quad (4)$$

와 같다. Fig.2는 지지물 사이 간격을 300mm로 가정한 형태이다.

(3)음향 방사

본 연구에서는 보를 단극배열의 음향 방사 모델로 가정했으며, 이 때 음향방사식은

Table.1 Properties of UIC 60 rail and stiffness of elastic foundation

Properties of beam on elastic foundation	
Young's modulus of UIC 60 (E)	210 GPa
Second moment of area of the rail track (I)	$3.09 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
Mass per unit length (m)	60.45 kg/m
Spring constant of elastic material (k)	20 MN/m
Moving constant load(N)	-100 kN

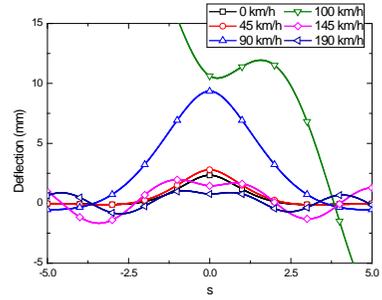


Fig.2 Relationship between deflection and wavelength

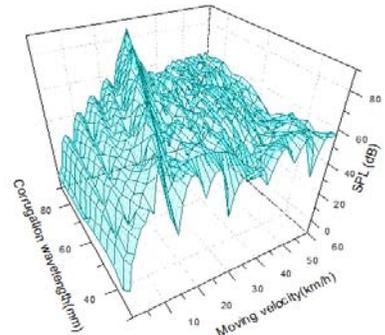


Fig.3 SPL of the beam as a monopole array

$$P(r,t)_{monopole} = j\rho_0 c \frac{Ak}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \int_{-5}^5 w(s) ds, \quad P_{avg} = \frac{1}{N} \sum_{1}^n P_n \quad (5)$$

와 같다. 이 때 10m 보를 가정, 이를 5만개로 나눠 각각의 성분을 단극음원이라 가정, SPL을 구한 결과는 Fig.3와 같다. Fig.3을 통해 Fig.2에서 발생하는 공진 속도에서 음압이 가장 커짐을 알 수 있다.

3. 결 론

본 연구에선 이동 하중이 작용할 때 탄성 지지단을 둔 주기적 보의 응답 및 음향방사를 연구했다. 특정한 속도에서 보의 응답이 공진하는 것을 알 수 있었으며, 이 속도에서 단극배열로 가정한 음압 역시 최대로 나타났다. 음압 모델에서 고저가 반복해서 나타나는 이유는, 속도에 선형관계로 둔 주파수의 변화 영향 때문이다.

후 기

본 연구는 무가선 저상 트램 시스템 개발연구 사업의 지원을 받아 이루어졌습니다.