

강체 운동 해석을 통한 엔진의 가속도 예측

Predict the engine Acceleration by Analyzing the Rigid Body Motion

김병현† · 박종호* · 이상권**

Byung-Hyun Kim , Jong-Ho Park and Sang-Kwon Lee

Key Words : Rigid Body Motion(강체 운동), Transfer Matrix(전달행렬), inertia restraint method(관성 구속 방법)

ABSTRACT

Some materials show the character of rigid body in low frequency spectrum. The rigid body motions are consisted of translational and rotational motions. Especially, we can get the acceleration or displacement of a random point in the rigid body by analyzing rigid body transfer matrix at the car's engine and power train. Actually it is difficult to measure the acceleration by attaching the sensor inside of the engine and power train. So the hard to predict acceleration data can be achieved attaching the sensor on the outside of the engine and power train by analyzing the data of rigid body motion which the engine is operated using dynamo. Also this paper will show the change of predicted data and accuracy variation by not using all the measured data but a few exceptions of the point number.

1. 서 론

최근에 차량에 대한 고객의 품질요구가 증대하면서 차량의 소음 및 진동, 승차감에 대한 연구가 중요하게 대두되고 있다. 특히 공회전시의 진동 및 부밍소음 그 밖에 저주파일때의 진동 및 소음이 중요시 되고 있다. 이런 저주파성 진동/소음의 해석을 위해서는 엔진 및 파워트레인의 강체 운동 해석이 효과적이다. 자세하게 표현하면 30 Hz 미만의 주파수에서 엔진 시동시 차체의 상하, 좌우 진동과 아이들(Idle) 공진시 상하, 좌우 진동이 생기게 된다. 그리고 중·고속 주행시 차체 및 조향 휠의 상하진동이 생기게 된다.

이러한 강체 운동을 해석하기 위해서 관성 구속 방법(inertia restraint method)을 이용하면 된다. 운전중인 자동차 엔진 내부의 가속도를 센서를 이용

하여 측정한다는 것은 매우 어렵고 위험한 일이다. 엔진이 작동할 때 엔진 내부는 고온, 고압이기 때문에 엔진 내부에 센서를 부착할 경우 센서나 선(Cable)에 이상이 생길 수 있기 때문이다. 그래서 엔진 외부 특히 그 중에서도 온도가 낮은 부분에 센서를 설치하여 데이터 값을 얻은 뒤 관성 구속 방법을 이용해서 엔진 내부의 임의의 점에서의 가속도 값을 예측 할 수 있다.

예측값과 실제값의 오차를 줄이기 위해서 측정점의 모든 데이터를 사용 할 수도 있고 측정점의 개수를 변경할 수 있다. 측정점의 위치와 개수에 따라서 오차가 달라지기 때문에 사용자가 원하는 측정점의 개수와 위치를 처음부터 선택하여 오차를 확인할 수 있게하기 위해 Matlab GUI 를 사용한다.

본 연구에서 중요한 점은 엔진을 다이내모(Dynamometer)를 이용하여 운동을 하여 얻은 값을 바탕으로 어느 임의의 점의 특성을 예측하는 것에 있다. 측정값과 예측값을 비교하여 오차를 확인한 뒤 실제로 이 방법을 이용할 수 있는가에 대해서 확인하는데 그 의미가 있다.

† 교신저자; 인하대학교 음향진동신호처리연구실

E-mail : tkd.kim16@gmail.com

Tel : 032)860-8776

* 인하대학교 음향진동신호처리연구실

** 인하대학교 음향진동신호처리연구실

2. 본 론

2.1 강체 운동 이론

강체의 운동은 병진운동과 회전운동으로 이루어져 있다. 어떤 임의의 점의 가속도 $\ddot{\mathbf{X}}_p$ 는 무게중심의 병진운동 가속도 $\ddot{\mathbf{X}}_c$ 와 회전운동 가속도 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_c \times \mathbf{d}_{cp}$ 의 합으로 이루어진다. 즉 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{\mathbf{X}}_p = \ddot{\mathbf{X}}_c + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_c \times \mathbf{d}_{cp} \quad (1)$$

엔진이나 파워트레인을 하나의 강체라고 가정한다. 강체의 회전 운동은 모멘트 계산법에 의해 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -y\ddot{\theta}_z + z\ddot{\theta}_y \\ \ddot{y} &= -z\ddot{\theta}_x + x\ddot{\theta}_z \\ \ddot{z} &= -x\ddot{\theta}_y + y\ddot{\theta}_x \end{aligned} \quad (2)$$

앞에 (1)번식에서 보인 것처럼 강체는 병진운동도 하기 때문에 병진운동과 회전운동을 합하여 행렬(Matrix)형태로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_p - Z_c & -(Y_p - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_p - Z_c) & 0 & X_p - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_p - Y_c) & -(X_p - X_c) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix}_c \quad (3)$$

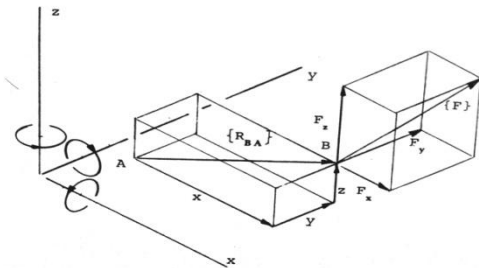


Fig. 1 Coordinates system of a rigid body

두 군데의 점에서의 (3)의 전달행렬에 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p1} - Z_c & -(Y_{p1} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p1} - Z_c) & 0 & X_{p1} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p1} - Y_c) & -(X_{p1} - X_c) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p2} - Z_c & -(Y_{p2} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p2} - Z_c) & 0 & X_{p2} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p2} - Y_c) & -(X_{p2} - X_c) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix}_c \quad (4)$$

(4)번식에서 전달행렬(Transfer Matrix)은 6x6 형태이다. 이 행렬의 행렬식(determinant)를 구하면 아래와 같다.

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p1} - Z_c & -(Y_{p1} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p1} - Z_c) & 0 & X_{p1} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p1} - Y_c) & -(X_{p1} - X_c) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p2} - Z_c & -(Y_{p2} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p2} - Z_c) & 0 & X_{p2} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p2} - Y_c) & -(X_{p2} - X_c) & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

(5)번에서 처럼 X,Y,Z의 좌표값에 상관없이 행렬식은 0이 되기 때문에 이 행렬의 역행렬(Inverse Matrix)은 구할 수 없다. 이런 문제점을 해결 하기 위해서 두 점의 값이 아닌 세 점이상의 값으로 계산해야 한다. 세 점이상의 값으로 전달 행렬을 만들면 아래와 같다.

$$R_{cp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p1} - Z_c & -(Y_{p1} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p1} - Z_c) & 0 & X_{p1} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p1} - Y_c) & -(X_{p1} - X_c) & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{p,n} - Z_c & -(Y_{p,n} - Y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(Z_{p,n} - Z_c) & 0 & X_{p,n} - X_c \\ 0 & 0 & 1 & (Y_{p,n} - Y_c) & -(X_{p,n} - X_c) & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 전달 행렬 R_{cp} 는 $3n \times 6$ 의 형태가 된다. $n \geq 3$ 이기 때문에 R_{cp} 는 정방행렬이 되지 않는다. 정방행렬을 만들기 위해서 R_{cp} 의 전치행렬(transpose matrix) R_{cp}^T 를 곱해주면 $R_{cp}^T R_{cp}$ 가 되고 이것은 $3n \times 3n$ 형태가 된다. 그러므로 정방행렬이 되어 역행렬이 가능하게 된다. 이것을 이용하여 무게 중심점의 병진 및 회전 가속도를 구하는 식

은 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{X}}_c = (R_{cp}^T R_{cp})^{-1} R_{cp} \ddot{\mathbf{X}}_p \quad (7)$$

이 식을 이용하여 무게 중심점의 병진 및 회전 각속도를 구할 수 있다. 그리고 이 식을 통해서 임의의 점의 좌표를 곱해주게 되면 임의의 점의 가속도를 구할 수 있게 된다.

$$\ddot{\mathbf{X}}_r = R_{cr} (R_{cp}^T R_{cp})^{-1} R_{cp} \ddot{\mathbf{X}}_p \quad (8)$$

위의 식을 통해 임의의 점 r에서의 가속도를 예측할 수 있다. $\ddot{\mathbf{X}}_c$ 에서는 병진운동과 회전운동이 따로 나오지만 $\ddot{\mathbf{X}}_r$ 에서는 임의의 점에서의 병진운동과 회전운동이 합쳐진 가속도가 나오게 되는 것이다.

2.2 실험 방법

이번 실험은 세타II GDI 엔진을 이용하였다.

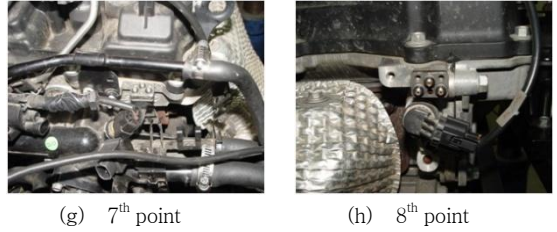
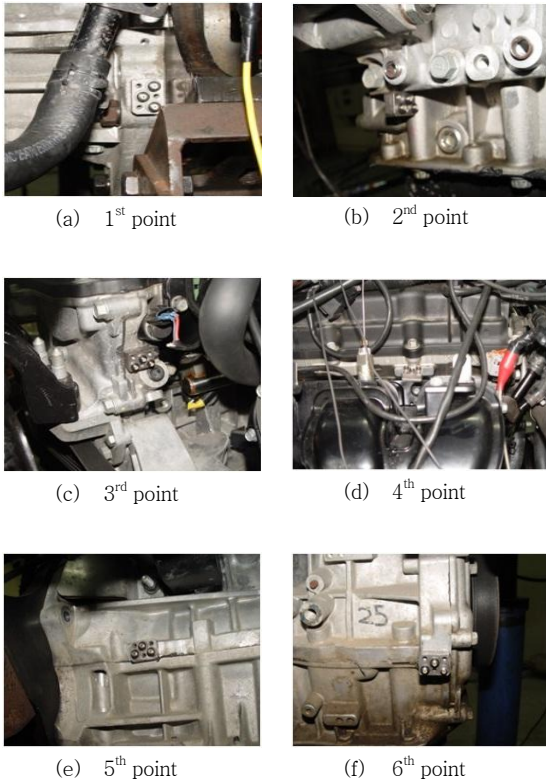


Fig. 2 photograph of measuring rigid body motion

위의 그림에서처럼 총 8군데의 지점에서 가속도 센서를 이용하여 가속도 값을 측정하였다. 엔진의 전면부 부분에 4군데 후면부 부분에 4군데에 가속도센서를 설치하였다. 가속도 센서를 설치할 때 배기 매니폴드(Exhaust Manifold)부근에는 설치하지 않았다. 배기 매니폴드 부근에는 엔진이 작동하면 온도가 1000℃까지 상승한다. 그러므로 센서나 선의 고장의 원인이 될 수 있기 때문이다.

실험은 다이نام오와 연결된 다이نام오 컨트롤러(Dynamometer Controller)를 이용하여 다이نام오의 RPM을 조절한다. RPM은 1500RPM 부터 6000 RPM까지 500씩 증가하면서 수행하였다. 각 RPM 당 10초씩 실험하여서 값을 얻었다. 다이نام오가 엔

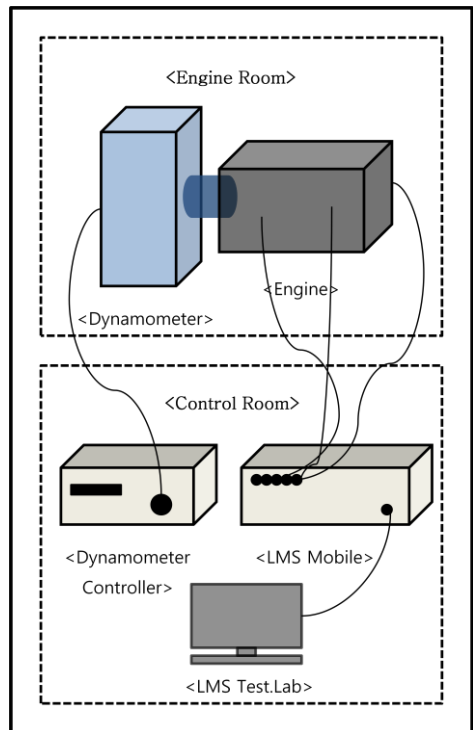


Fig.3. Mechanism of Test Method

진을 작동시키면 엔진에 부착된 센서가 LMS Mobile로 값을 보내게 된다. LMS 모바일은 다시 LMS Test.lab으로 값을 보내어서 결과를 분석하게 된다.

2.3 실험 결과

실험중에 4000rpm에서 가장 부밍음이 심했다. 가장 부밍음이 심했던 4000rpm을 기준으로 결과를 구하였다.

실험은 8개의 점을 측정하였다. 1번부터 7번까지의 값으로 8번째의 가속도값을 예측한 뒤 8번째에서 얻은 데이터와 비교하여 정확도를 확인 한 뒤 임의의 점에서의 가속도를 구하였다.

전달행렬을 만들기 위해서 필요한 좌표는 Table.1 에서 처럼 무게 중심으로부터 각 점들이 떨어진 거리를 사용하였다. 각 좌표값을 전달행렬에 대입한 뒤 이론에서 나오는 식에 대입하여 임의의 점의 가속도 값을 구하였다.

일반적으로 강체의 운동은 15 ~ 30Hz사이에서 정의된다. Fig.2. 와 Fig.3.에서 보는 것 처럼 15 ~ 30 Hz사이에서는 오차가 적은 것을 알 수 있다. Fig.2. 와 Fig.3.은 위에서 순서대로 x, y, z축을 나타낸다. 오차를 나타내는 공식을 위해서 다음과 같은 공식을 이용하였다.

$$Error(\%) = \frac{R.V - P.V}{R.V} \times 100 \quad (9)$$

여기서,

- R.V : Real Value
- P.V : Predicted Value

Table 1 Position of points on an engine

Point	Coordinates (mm)		
	x-axis	y-axis	z-axis
1	-216.6	123.1	-161
2	167.9	91.7	-151.2
3	202.3	101.9	195.7
4	-119.5	77.6	231.9
5	-159.6	-168.3	-103.2
6	194.5	-186.5	-103
7	-237	-121.3	242
8	194.2	-191.4	241.3

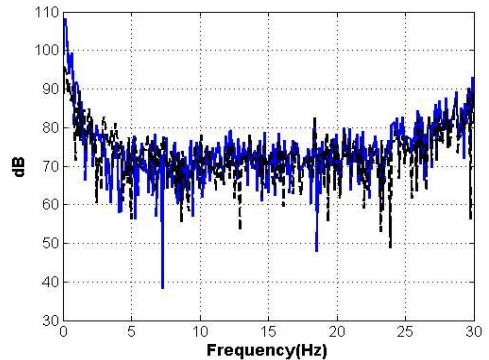
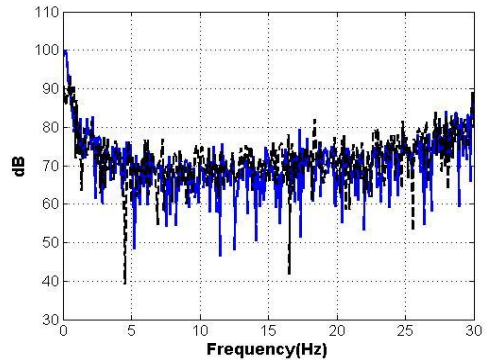
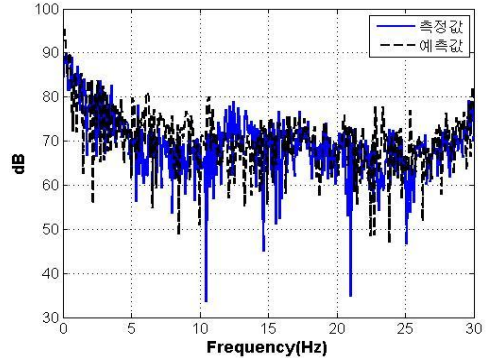
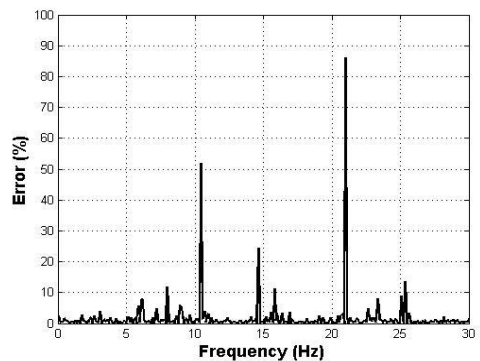


Fig.4. Graph of Linear Acceleration



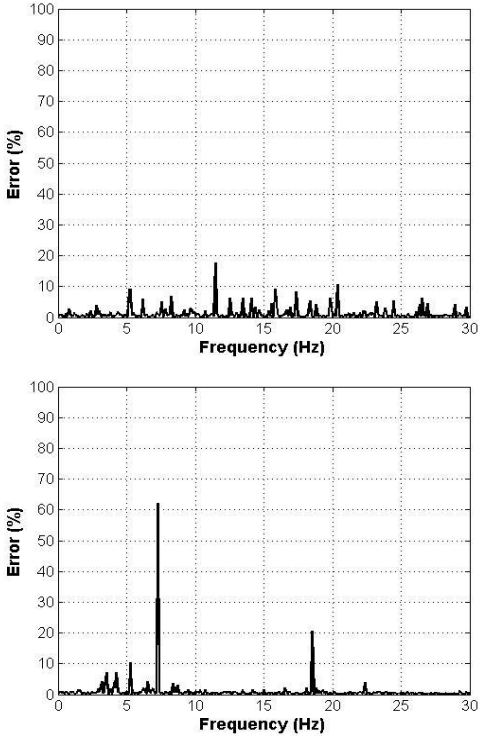


Fig.5. Graph of a linear acceleration error

다음은 측정점의 개수를 변경시키면서 값의 오차를 예측해 보았다. 0 ~ 30 Hz 사이의 오차를 평균시켜 계산하였다. 앞에서 처럼 각 점의 값으로 예측을 하여 8번 점에서의 값과 비교를 하였다. Table.2.에서 처럼 측정점을 4개 이용했을때 가장 오차가 적었다. 이 값들은 실험의 방법 및 각 점의 위치 등 여러가지 요인에 의해 변경될 수 있다. 많은 점에서 측정된 데이터를 바탕으로 어느 지점의 값을 예측하면 더 정확한 값을 얻을 수 있다고 생각 할 수도 있다.

Table 2 Mean of Error according to the point number

Point	Mean of Error (%)		
	x-axis	y-axis	z-axis
3	0.8664	0.6273	1.2001
4	0.8690	0.6658	0.8834
5	0.9023	0.7001	1.2199
6	1.0591	0.7225	0.7190
7	1.2571	1.8814	0.9279

4개의 점을 이용해 무게중심의 가속도를 예측하기 위해서 원하는 좌표에 (0, 0, 0)을 입력하면 된다.

이러한 방법으로 엔진의 무게 중심의 가속도를 예측하면 아래와 같다.

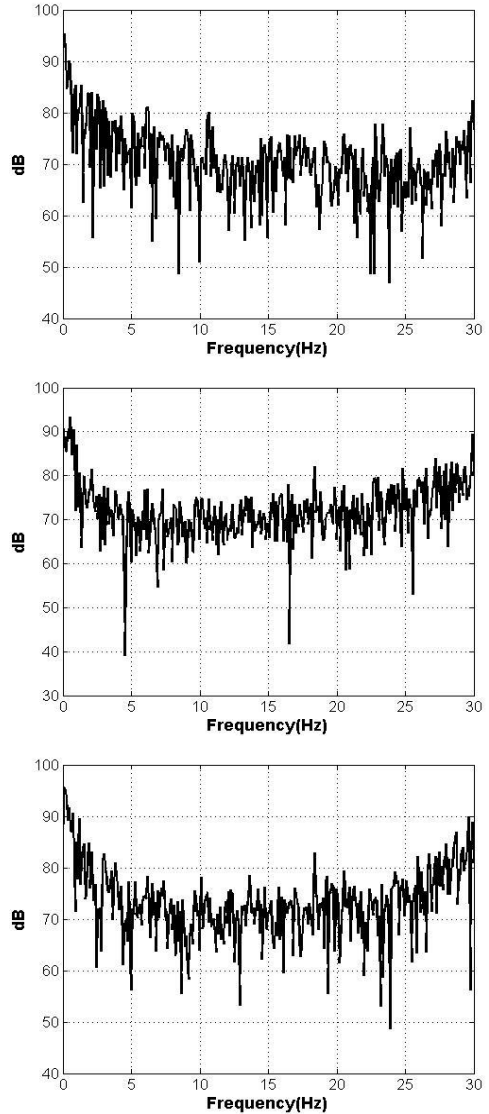


Fig.6. Graph of Predicted Mass of Center Acceleration

결과적으로 0~5Hz 사이에서 진동이 큰 것을 볼 수 있다. 4000RPM에서 부밍음이 크게 들렸는데 이것은 저주파에서 다른 RPM보다 진동이 크기 때문에 부밍음이 크게 들린 것이다.

3. 결 론

본 논문에서는 강체 운동 이론을 실제로 적용을 시켜 보았다. 실제로 적용시킨 결과 강체의 운동이 정의되는 15Hz~30Hz에서 결과가 잘 맞는 것을 확인하였다. 특히 엔진을 직접 가동하면서 받은 결과이기 때문에 더욱더 신뢰성이 있다. 강체내에서 측정하기 힘든 임의의 점에서 강체 운동 해석 방법을 이용하여 그 지점의 가속도 및 변위를 예측 할 수 있어서 여러 분야에 이용 될수 있을 것이라 예상된다.

밑에 그림은 Matlab을 이용한 GUI 프로그램이다. 이 프로그램으로 사용자가 언제든 측정만 하면 강체내부의 가속도를 측정 할 수 있다.



Fig.7. The Rigid Body Analysis Program by using Matlab

참 고 문 헌

- (1) Ko, K. H. and Kook H. S., 2002, Improving Accuracy of Measurement of Rigid Body Motion by Using Transfer Matrix, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, pp. 253~259.
- (2) Lee, H. , Lee, Y. B. and Park, Y. S., 1999, Response And Excitation Points Selection For accurate Rigid-Body Inertia Properties Identification, Mechanical systems and Signal Processing. Vol. 13, No. 4, pp. 571~592.
- (3) Pandit, S. M. and Hu, Z. Q., 1994, Determination of Rigid Body Characteristics From Time Domain Modal Test Data, Journal of Sound and Vibration. Vol.177, No.1, pp.31~41.
- (4) Yoon, K. R and Kwak, B. C., 2006, Improvement Techniques For Low Frequency Boom Noise of Sports Utility Vehicles, The Koreans Society of Automotive Engineers, pp.977~982.
- (5) Crouch, T., 1985, Matrix Methods Applied to Engineering Rigid Body Mechanics, Pergamon Press, pp.45~57