

Mg-Al-Zn 합금의 시편두께 조건에 따른 확률론적 피로균열전파모델 연구(II) : 확률변수의 백분위수 이용

최선순*

*삼육대학교 카메카트로닉스학과

e-mail : choiss@syu.ac.kr

A Study on Probabilistic Fatigue Crack Propagation Model in Mg-Al-Zn Alloys under Specimen Thickness Conditions (II) : Using Percentile of Random Variable

Seon Soon CHOI*

*Dept. of Car Mechatronics Engineering, SAHMYOOK University

요 약

본 논문의 주목적은 확률변수의 백분위수를 이용하여 Mg-Al-Zn합금에 적합한 확률론적 피로균열전파모델을 평가하여 제시하는 것이다. 균열성장의 변동성을 묘사하기 위하여 실험적 피로균열전파모델에 확률변수를 도입한 확률론적 피로균열전파모델을 제안하였다. 제안된 모델을 평가하기 위하여 시편 두께조건을 변화시키면서 피로균열전파실험을 수행하여 균열성장의 통계데이터를 확보하였다. 각 모델의 파라미터는 최우추정법으로 추정하였으며, 균열성장에 따른 확률변수의 백분위수를 이용하여 모델 적합성을 평가하였다. 일반적으로 Mg-Al-Zn합금에 적합한 모델은 '확률론적 Paris-Erdogan모델'과 '확률론적 Walker모델'이었으며, 두꺼운 시편의 경우엔 '확률론적 Forman모델'가 적합함을 규명하였다.

1. 서론

지구의 온난화로 인하여 온실가스 배출을 줄여야 하는 규제가 현실화 되었다. 온실가스 중에서도 CO₂ 배출을 줄이기 위해 경량소재를 차량에 적용하려는 연구가 진행 중이다. 경량소재 중 마그네슘합금은 비강도와 비강성이 우수하며, 특히 상용금속 중에서 가장 가볍기 때문에 21세기의 블루칩이라고 불리면서 차세대 꿈의 소재로 기대를 모으고 있다. 또한 전기 및 열전도도가 뛰어나며 전자파에 대한 차폐성이 탁월하여 전자산업에도 많이 활용되고 있으며, 진동과 충격에 대한 댐핑성이 좋으며 기계가공성과 리사이클성도 우수하여 매우 매력있는 재료이다[1~2].

마그네슘합금이 피로균열전파거동(이하 피로거동이라고 표기)을 보이는 구조물의 안전한 설계와 유지보수를 위해서는 피로수명을 예측할 수 있는 모델이 필요하다. 또한 이러한 피로현상은 실제로 많은 불확실성을 내포하고 있어서 확률론적인 해석이 필요하다. 그러나 확률론적 피로거동을 예측할 수 있는 모델에 대한 보고는 매우 드문 실정이다[3~6].

따라서 본 연구에서는 확률론적 피로거동을 예측할 수 있는 모델을 확률변수개념을 도입하여 제안하고 확률변수의 백분위수를 이용하여 확률론적 피로균열전파모델(이하 피로모델이라고 표기)의 적합성을 평가하고 적합모델을 제안하고자 한다.

2. 실험방법

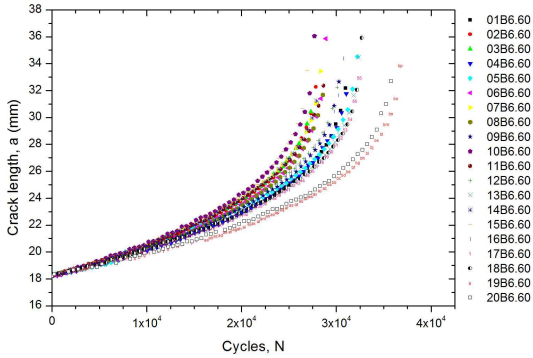
피로균열전파실험(이하 피로실험이라고 표기)은 ASTM E647-00에 따라 수행하였으며, 실험에 사용된 재료는 상용 마그네슘합금 AZ31이고, 시편형상은 CT형상으로 준비하였다. 실험조건은 시편두께 4.75mm, 6.60mm, 9.45mm 등의 3가지에 대하여 각각 20개씩 피로실험을 수행하여 균열성장 데이터를 확보하였다.

3. 확률론적 피로균열전파모델

실험을 통하여 얻은 균열성장 데이터를 [그림 1]에 나타내었다. [그림 1]은 피로실험 데이터 중에서 시편두께 6.60mm, 최대하중 2.00kN, 하중비 0.20 조건에서 얻은 20개의 피로사이클에 따른 균열성장 데이터이다. 그림에서처럼 동일한 실험조건이었음에도

불구하고 시편에 따라 균열성장이 산포를 이루는 양상을 보였다.

따라서 기존의 실험적 피로모델로서는 균열성장의 확률론적 거동을 예측하는 것에는 한계가 있으므로 일반적으로 피로모델로 많이 사용되고 있는 Paris-Erdogan 모델, Walker 모델, Forman 모델, 그리고 수정 Forman 모델에 변수 Z 를 도입한 확률변수모델을 제안하고, $\log Z$ 의 백분위수(percentile)를 이용하여 모델의 적합성을 평가하였다.



[그림 1] 균열성장의 확률론적 거동

1) '확률론적 Paris-Erdogan 모델'

$$\frac{da}{dN} = Z_1 C_1 (\Delta K)^{m_1} \quad (1)$$

2) '확률론적 Walker 모델'

$$\frac{da}{dN} = Z_2 \frac{C_2 (\Delta K)^{m_2}}{(1-R)^k} \quad (2)$$

3) '확률론적 Forman 모델'

$$\frac{da}{dN} = Z_3 \frac{C_3 (\Delta K)^{m_3}}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (3)$$

4) '확률론적 수정 Forman 모델'

$$\frac{da}{dN} = Z_4 \frac{C_4 (\Delta K - \Delta K_o)^{m_4}}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (4)$$

각 모델의 $\log Z_i$ 는 식(1) ~ 식(4)의 양변에 대수를 취하여 다음과 같이 각각 정의하였다.

$$\log Z_1 = \log\left(\frac{da}{dN}\right) - \log C_1 - m_1 \log \Delta K$$

$$\log Z_2 = \log\left(\frac{da}{dN}\right) - \log C_2 - m_2 \log \Delta K + k \log(1-R)$$

$$\log Z_3 = \log\left\{\left((1-R)K_c - \Delta K\right)\left(\frac{da}{dN}\right)\right\} - \log C_3 - m_3 \log \Delta K$$

$$\log Z_4 = \log\left\{\left((1-R)K_c - \Delta K\right)\left(\frac{da}{dN}\right)\right\} - \log C_4 - m_4 \log (\Delta K - \Delta K_o)$$

확률론적 피로모델의 파라미터 $\log C_i$, m_i 를 구하기 위하여 확률변수 Z_i 의 분포를 로그정규분포로 가정하였으며, 확률변수 $\log Z_i$ 에 최우추정법을 적용하여 파라미터를 추정

하였다.

확률변수 $\log Z_i$ 의 백분위수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p\% = 1 - \Phi\left[\frac{\log Z_r - \mu_{\log Z_i}}{\sigma_{\log Z_i}}\right] \quad (5)$$

여기서 $p\%$ 는 누적파손확률(cumulative failure probability)이며 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포함수이다.

식(5)에서 $\log Z_i$ 의 백분위수인 $\log Z_r$ 을 구하면

$$\log Z_r = \mu_{\log Z_i} + \sigma_{\log Z_i} \cdot \Phi^{-1}(1-p\%)$$

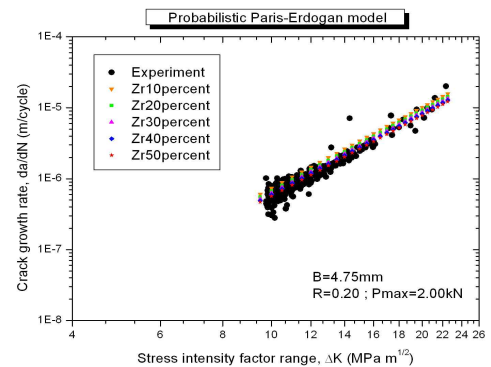
이 된다. 확률론적 피로모델에 사용할 확률변수 Z_i 의 백분위수 Z_r 은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$Z_r = 10^{\mu_{\log Z_i} + \sigma_{\log Z_i} \cdot \Phi^{-1}(1-p\%)} \quad (6)$$

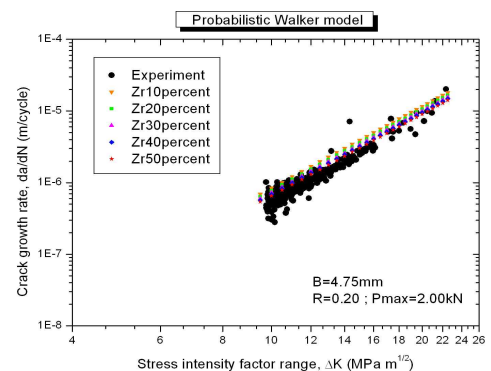
여기서 $(1-p\%)$ 는 생존확률(survival probability)이다.

4. 실험결과 및 통계해석

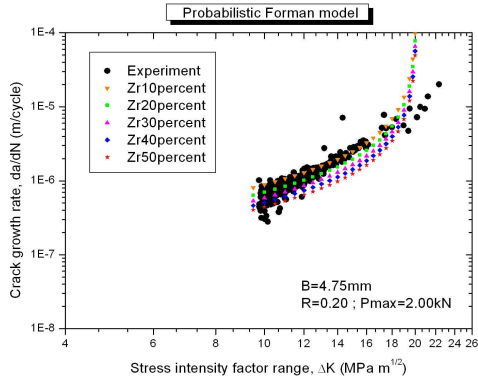
확률론적 피로모델의 적합성을 평가하기 위하여 식(6)에 파손확률 10%, 20%, 30%, 40%, 50%를 각각 적용하여 확률변수의 백분위수 Z_r 을 구함으로써 Mg-Al-Zn 합금의 피로균열성장 거동을 확률론적으로 예측하였다. 각 확률론적 피로모델과 피로실험 데이터를 비교하여 가장 잘 일치하는 모델을 분석하여 모델의 적합성을 평가할 수 있도록 [그림 2]~[그림 4]에 각 모델별로 균열성장곡선을 나타내었다.



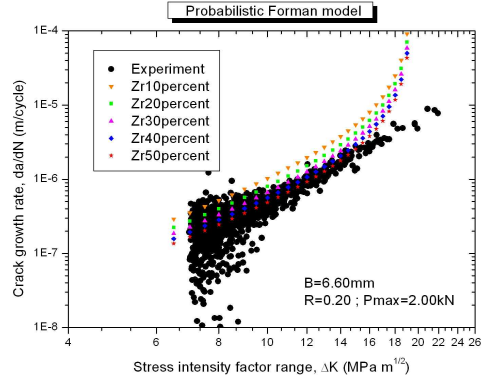
(a) '확률론적 Paris-Erdogan 모델'



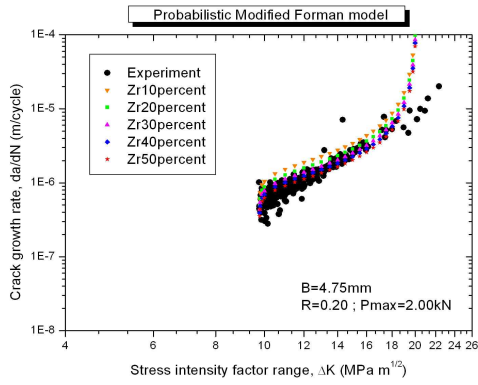
(b) '확률론적 Walker 모델'



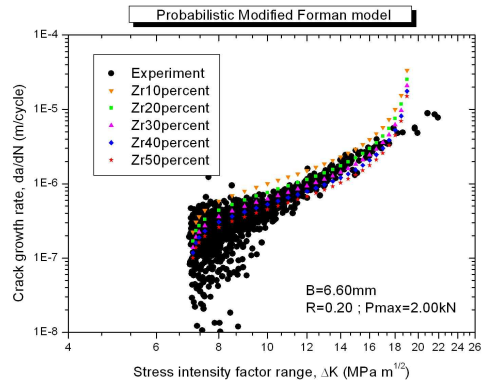
(c) '확률론적 Forman모델'



(c) '확률론적 Forman모델'



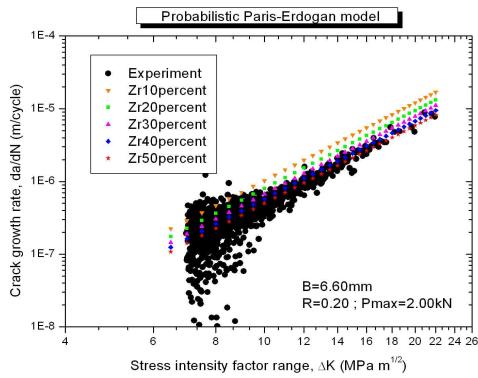
(d) '확률론적 수정 Forman모델'



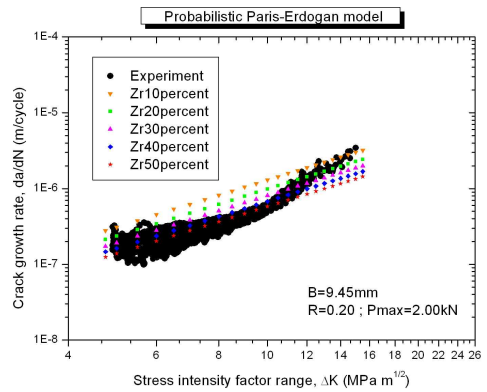
(d) '확률론적 수정 Forman모델'

[그림 2] 시편두께 4.75mm 조건에서의 균열성장에 따른 확률변수의 백분위수

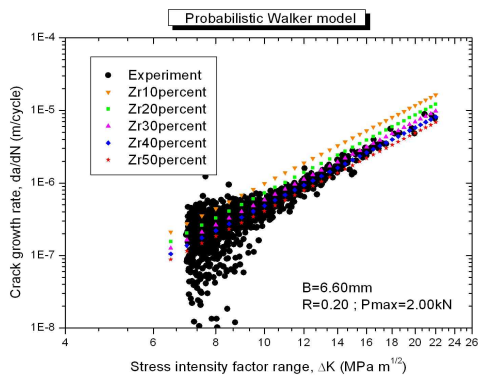
[그림 3] 시편두께 6.60mm 조건에서의 균열성장에 따른 확률변수의 백분위수



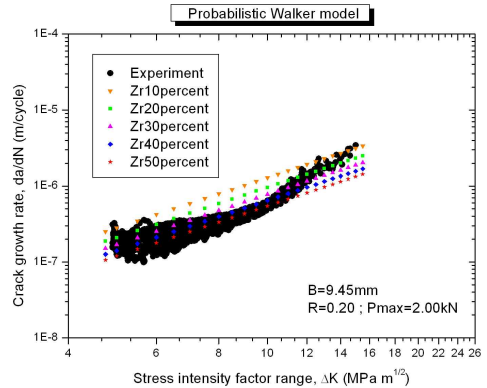
(a) '확률론적 Paris-Erdogan모델'



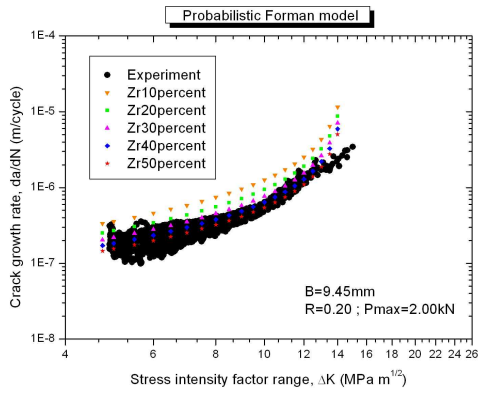
(a) '확률론적 Paris-Erdogan모델'



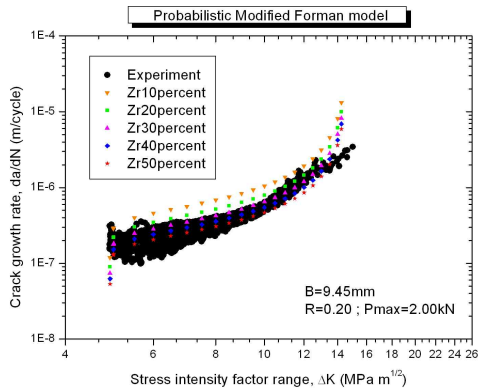
(b) '확률론적 Walker모델'



(b) '확률론적 Walker모델'



(c) '확률론적 Forman모델'



(d) '확률론적 수정 Forman모델'

[그림 4] 시편두께 9.45mm 조건에서의 균열 성장에 따른 확률변수의 백분위수

5. 결론

Mg-Al-Zn 합금의 피로균열전파 거동을 예측할 수 있는 확률론적 피로모델의 적합성을 시편두께 조건으로 피로 실험을 수행하여 얻은 실험데이터와 확률변수에 대한 통계적 해석을 통하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 실험적 피로모델에 도입한 변수 Z가 마그네슘합금의 피로균열성장률의 변동성을 묘사하는 확률변수가 될 수 있음을 밝혔다.

2) 마그네슘합금의 확률론적 피로거동을 예측하기에 적합한 모델은 일반적으로 '확률론적 Paris-Erdogan 모델'과 '확률론적 Walker 모델'이었으며, 시편두께 9.45mm 조건에서는 '확률론적 Forman모델'이 적합하였다.

참고문헌

[1] Mordike, B. L. and Ebert, T., "Magnesium Properties-application-potential," Materials Science & Engineering (A), Vol. 302, pp. 37~45. 2001.
 [2] Tokaji, K., Nakajima, M., and Uematsu, Y., "Fatigue Crack Propagation and Fracture Mechanisms of Wrought Magnesium Alloys in

Different Environments," International Journal of Fatigue, Vol. 31, Issue 7, pp. 1137~1143, 2009.

[3] 최선순, "마그네슘합금의 피로파손수명의 누적확률 분포특성과 신뢰성에 미치는 경계조건의 영향," 한국산학기술학회 논문지, 제12권, 제2호, pp. 594~599, 2011.
 [4] 최선순, "Mg-Al-Zn 합금의 Paris-Erdogan법칙에 따른 피로거동 파라미터의 확률론적 특성," 대한기계학회논문집 A권, 제35권, 제4호, pp. 375~381, 2011.
 [5] 최선순, "파손확률에 따른 마그네슘합금의 피로설계수명 예측," 한국공작기계학회지, Vol. 19, No. 6, pp. 804~811, 2010.
 [6] 최선순, "AZ31 마그네슘합금의 피로균열진전수명에 적합한 확률분포 평가," 대한기계학회논문집 A권, 제33권, 제8호, pp. 707~719, 2009.