

천수방정식 유한요소 모형의 낙동강 단호교 지역 흐름에 대한 적용

Application of Shallow Water Equation Finite Element Model to Danhogyo Area in Nakdong River

허 선 영*, 이 해 군**
 단국대학교*, **

Sun-Young Heo*, Haegyun Lee**
 Dankook University*, **

요약

Lax-Wendroff 기법을 기반의 천수방정식에 대한 유한요소 모형을 낙동강 상류부 단호교 지역에 적용하였다. 모형의 검증을 위하여 이동경계에 대한 Thacker (1981)의 정확해와 침수-노출 기법(wet-dry scheme)을 이용한 본 모형의 수치해를 비교하여 대체로 잘 일치함을 알게 되었다. 또한, U자형 만곡부를 포함한 수로의 흐름에 적용하여, 기존의 수리실험 결과, 수치모의 결과와 비교하고, 모형의 적용 가능성을 확인하였다. 낙동강 상류지역에 위치한 단호교 지역에 본 모형을 적용하고, 이를 기존 유한차분법에 의한 수치해와 비교하였다.

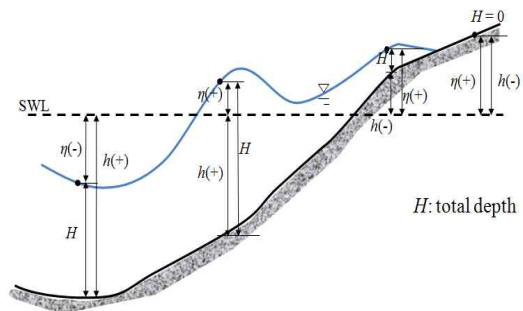
■ Keyword: 천수방정식, 유한요소법, Lax-Wendroff 기법, 침수-노출 기법

I. 서론

Navier-Stokes 방정식을 수심적분한 천수방정식(Shallow Water Equation)은 Kawahara 등 (1982)의 선택적 질량집중 기법(selective mass lumping)과 시간 차분에 대한 Lax-Wendroff 기법의 적용 이후, 국내에서도 최성욱과 이길성 (1990)의 연구 등 많은 연구가 이루어져 왔다. 본 연구에서는 Kawahara 등 (1982)의 수치기법에 Sampson (2008)의 이동경계 모의를 위한 침수-노출 기법을 결합하여, Thacker (1981)의 포물선형 용기내의 이동경계 흐름 문제, Kuipers 와 Vreugdenhil (1973)의 만곡부 흐름 문제에 적용하였다. 마지막으로 낙동강 상류 지역에 위치한 단호교 부근의 흐름에 적용하였다.

II. 지배방정식 및 수치기법

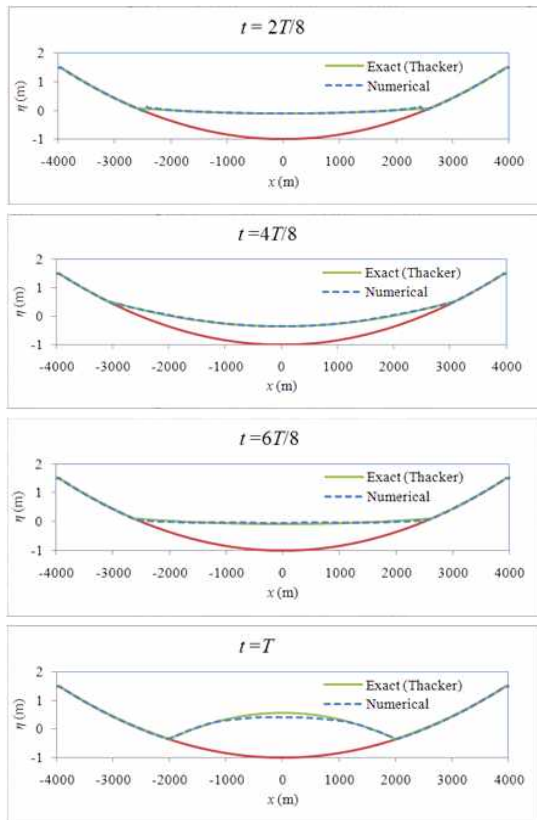
천수방정식에 바닥 저면 마찰을 표현하기 위하여 Manning 공식을 사용하였다. 범람의 모의를 위하여 이동경계를 처리에 가장 일반적으로 사용되고 있는 침수-노출 기법(wet/dry technique)을 적용하였다. 이의 실행을 위해서는 그림 1과 같이 정수면(SWL) 이하의 영역에 양(+)의 수심을, 정수면 이상의 영역에 음(-)의 수심 값을 지정하고, 전수심(total depth)을 $H = h + \eta$ ($H \geq 0$)로 표시하였다. 그리고, 각 계산 단계에서 노출된 노드(node)의 침수와 침수된 노드의 노출에 대해서는 Sampson (2008)의 기법을 적용하였다.



▶▶ 그림 1. 침수-노출(wet-dry)기법 모의를 위한 정수면상 수위, 수심, 전수심의 관계

III. 모형의 적용

이동경계(moving boundary) 수치모형의 검증을 위하여 포물선 회전체형 용기내의 수면형상에 대한 비선형천수방정식의 정확해로 알려져 있는 Thacker (1981)의 해와 침수-노출 기법에 의한 결과를 비교하였다. Thacker (1981)는 포물선형 용기의 중앙에 위치하고 있는 포물선형 초기수면이 중력에 의하여 주기운동을 하는 경우에 대하여 이동경계를 포함하는 비선형천수방정식의 해를 구하였다. 본 적용 사례에서 용기내 흐름의 주기 ($T = 2\pi/\omega$)는 1773.13이다. 그림 2는 $T/4$ 시간 간격으로 $x = 0$ 단면에서 Thacker (1981)의 정확해와 본 연구의 수치모의에 의한 결과를 비교한 것으로서 대체로 잘 일치함을 알 수 있다.



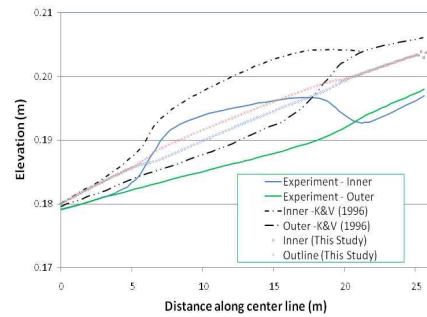
▶▶ 그림 2. 단면 $x=0$ 에서 수치해와 Thacker의 해석해 비교

Kuipers와 Vreugdenhil (1973)의 만곡부 흐름 문제에 적용하였다. 그림 3은 안쪽, 바깥쪽 수로벽으로부터 0.17 m 떨어진 위치의 수위를 비교한 것이다. Kuipers와 Vreugdenhil (1973)의 실험값에 그들의 수치해와 비교할 때, 대체적인 경향에서 좋은 결과를 보임을 알 수 있다.

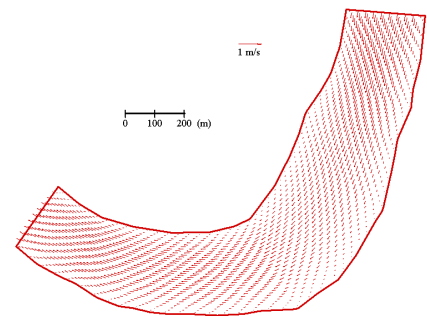
그림 4는 단호교 지역 흐름 해석결과로서 유속 벡터를 도시한 것이다. 유입부에서 유량은 2,000 CMS를 가정하였다. 이남주 (2011)의 유한차분법에 의한 결과와 대체로 유사함을 확인할 수 있다.

IV. 결론 및 향후 연구

천수방정식 기반의 유한요소법 모델을 이용하여 Thacker (1981)의 포물선형 용기내의 이동경계 흐름 문제, Kuipers와 Vreugdenhil (1973)의 만곡부 흐름 문제에 적용하여 해석해, 실험 결과와 비교적 잘 일치함을 확인하였으며, 낙동강 상류 지역에 위치한 단호교 부근의 흐름에 적용하였다. 향후, 최근의 연구결과를 반영한 정교한 수치기법을 보강하여, 보다 더 다양한 문제에 적용할 계획이다.



▶▶ 그림 3. 만곡부 흐름에서 수치해와 실험치의 비교



▶▶ 그림 4. 단호교 부근의 흐름 해석

감사의 글

본 연구는 건설교통부 및 한국건설교통기술평가원 건설핵심기술연구개발사업의 연구비지원(06건설핵심B01)에 의해 수행되었습니다.

■ 참고 문헌 ■

- [1] 이남주 (2011). “자연과 함께하는 하천복원 기술개발 5차년도 중간평가 발표 자료”, 내부 보고서.
- [2] 최성욱, 이길성 (1990). “유한요소법을 이용한 천수 방정식의 수치실험”, 대한토목학회논문집, 제10권 제 4호, p. 141-150.
- [3] Kawahara, M., Hirano, H. and Tsubota, K. (1982). “Selective lumping finite element method for shallow water flow”, Int. J. Numer. Methods Fluids, 2, 89-112.
- [4] Kuipers, J. and Vreugdenhil, C. B. (1973). “Calculations of two-dimensional horizontal flow”, Res. Rep. S163, Part I, Delft. Hydraulics Laboratory.
- [5] Sampson, J. (2008). “Some solutions of the shallow water wave equations”, Ph.D. Dissertation, Swinburne University of Technology, Melbourne, Australia.
- [6] Thacker, W. C. (1981). “Some exact solutions to the nonlinear shallow wave equation.” J. Fluid Mech., 107, 499-508.