

3 차원 멀티 패킷 블레이드 시스템의 진동해석

Modal analysis of a 3 dimensional multi-packet blade system

권승민* · 유흥희†
Seung Min Kwon, Hong Hee Yoo

1. 서 론

터빈 블레이드는 회전운동을 하는 주기적 순환 구조물의 전형적인 예이다. 여러 개의 외팔 보 형태의 블레이드들로 구성되어 있으며 기준 축과 쉬라우드의 강성으로 인하여 인접한 블레이드에 서로 영향을 미치게 된다. 이러한 영향으로 인하여 단일 블레이드에서 예측할 수 없었던 고유 진동수와 모드형상이 나타나게 된다. 따라서 이러한 멀티 블레이드 시스템의 적절한 설계를 위해선 그 동적 특성을 정확히 예측할 수 있는 해석 방법이 요구된다. 시스템의 동적 특성을 정확히 예측하기 위해서는 면내 굽힘 방향뿐만 아니라 인장방향과 면 외 굽힘 방향 모두 고려하여야 하며 인장방향과 면내, 면 외 굽힘 방향 사이의 연성효과도 고려하여야 한다. 따라서 본 논문에서는 블레이드를 3 차원으로 모델링하여 운동방정식을 유도하고 시스템의 회전속도에 따른 고유 진동수 변화를 알아 보았다.

2. 운동 방정식

본 장에서는 3차원 멀티 블레이드 시스템 시스템의 운동방정식 유도과정을 소개하기로 한다. Fig.1은 다중 패킷 블레이드 시스템의 형상이다. 블레이드 사이 디스크와 쉬라우드는 연성 스프링 강성을 이용하여 모델링 한 것이다. Fig.1은 회전하는 3차원 블레이드의 좌표 계와 변형 벡터를 나타낸다. P_0 는 블레이드 상의 임의의 질 점의 변형 전 위치이며, P 는 변형 후의 위치를 나타낸다. 여기서 x 는 고정 점 O 로부터 P_0 까지 거리를 나타내며 s 는 P 위치에서

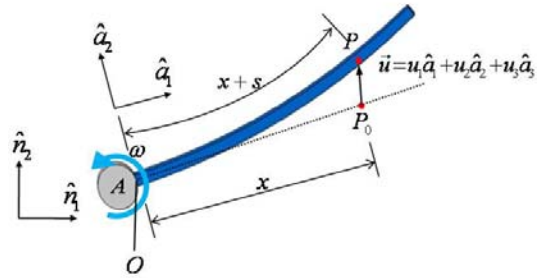


Fig. 1 Rotating 3 dimensional blade

보가 인장된 길이를 나타낸다. 운동방정식은 Kane's method에 의해 다음과 같이 구할 수 있다. 여기서 l 과 ρ 는 보의 길이와 보의 단위 길이당 질량을 나타내며 U 는 보의 인장 및 굽힘에 의한 탄성에너지 이다.

$$\int_0^l \rho \left(\frac{\partial \bar{v}^P}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\bar{v}^P}{dt} dx + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad (1)$$

$$s = \sum_{i=1}^{m_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \quad (2)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{m_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \quad (3)$$

$$u_3 = \sum_{i=1}^{m_3} \phi_{3i}(x) q_{3i}(t) \quad (4)$$

u_1 은 s 와 u_2 로 표시되어야 한다. 이를 위해 필요한 관계식은 다음과 같다.

$$u_1 = s - \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial \sigma} \right)^2 \right] d\sigma \quad (5)$$

$$\dot{u}_1 = \dot{s} - \int_0^x \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial \dot{u}_2}{\partial \sigma} \right) + \left(\frac{\partial u_3}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial \dot{u}_3}{\partial \sigma} \right) \right] d\sigma$$

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : hhyoo57@gmail.com

Tel : 02-2220-0446, Fax : 02-2293-5070

* 한양대학교 대학원 기계공학과

시스템의 운동방정식은 이상의 과정을 종합하여 다음과 같이 인장방향, 면내 굽힘 방향, 면 외 굽힘 방향 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_1} (m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} + k_{ij}^S q_{1j} - \omega^2 m_{ij}^{11} q_{1j}) \\ & + \sum_{j=1}^{\mu_2} (-\dot{\omega} m_{ij}^{12} q_{2j} - 2\omega m_{ij}^{12} \dot{q}_{2j}) \\ & - g \sin \theta P_{1i} - \omega^2 Q_{1i} = 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_1) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j}^{<n>} + \{k_{ij}^B - (\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) k_{ij}^{GA} + \omega_3^2 k_{ij}^{GB} - \omega_3^2 m_{ij}^{22}\} q_{2j}^{<n>} \\ & - k_D (k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n>} + k_{ij}^{CD} q_{2j}^{<n+1>}) \\ & - k_S (k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n>} + k_{ij}^{CS} q_{2j}^{<n+1>})] \\ & + \sum_{j=1}^{\mu_1} [2\omega_3 m_{ij}^{21} \dot{q}_{1j}^{<n>} + \dot{\omega}_3 \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{21} q_{1j}^{<n>}] \\ & = -(\dot{v}_2 + \omega_3 v_1) P_{2i} - \dot{\omega}_3 Q_{2i} \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} \left[m_{ij}^{33} \ddot{q}_{3j}^{<n>} + \left(k_{ij}^{B3} - \omega^2 m_{ij}^{33} \right) q_{3j}^{<n>} \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^{\mu_2} (k_{ij}^{B32} + s_1 c_1 \omega^2 m_{ij}^{32}) q_{2j}^{<n>} + g s_1 \cos \omega t P_{2i} \right. \\ & \left. - k_D (k_{ij}^{CD} q_{3j}^{<n-1>} - 2k_{ij}^{CD} q_{3j}^{<n>} + k_{ij}^{CD} q_{3j}^{<n+1>}) \right] = 0 \\ & (i=1,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (8)$$

3. 수치 해석

해석을 위해 3개 블레이드로 구성된 2개의 패킷 시스템, 총 6개 블레이드로 구성된 시스템에 대해 수치해석을 수행하였다. Fig.2 는 면내 굽힘 방향만을 고려하여 회전속도에 따른 시스템의 고유진동수 변화를 나타낸 것이다. Fig.3는 인장방향과 면내, 면 외 굽힘 방향을 모두 고려하여 모드해석을 수행한 결과이다. Fig.3에서 면내 굽힘 방향 고유진동수 뿐 아니라 면 외 굽힘 방향 고유 진동수가 같이 나타난 것을 알 수 있다. 면내 굽힘 방향 고유 진동수들은 몇 개의 그룹으로 나뉘어서 나타나지만 면 외 굽힘 방향 고유 진동수들은 첫 번째 그룹과 두 번째 그룹으로 각각 6개씩 짝지어서 나타나는 것을 알 수 있다. 인장방향 고유 진동수는 굽힘 방향 고유 진동수에 비해 상대적으로 매우 높게 나오기 때문에 결과에 포함시키지 않았다.

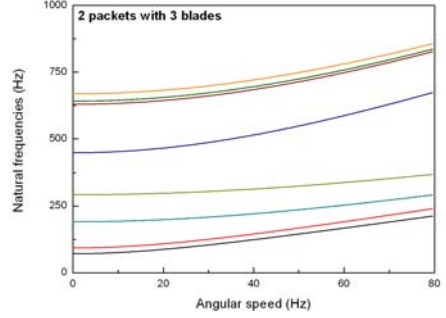


Fig. 2 Natural frequencies variations of 2 dimensional system

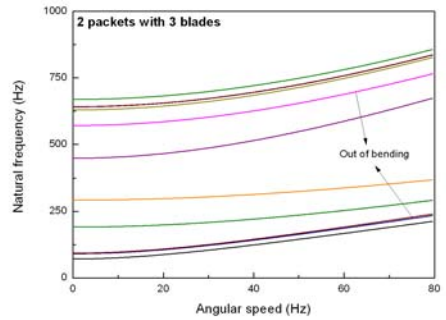


Fig. 3 Natural frequencies variations of 3 dimensional system

4. 결론

본 연구에서는 회전하는 멀티 패킷 블레이드 시스템을 3차원으로 모델링하여 모드 해석을 수행해 보았다. 면내 굽힘 방향 고유진동수와 달리 면 외 굽힘 방향 고유진동수들은 그룹으로 나타나는 것을 알 수 있다.

후 기

이 논문은 2011년도 2 단계 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원 되었음.