한국소음진동공학회 2011년 추계학술대회논문집, pp.652~653

# 트럭 프레임 피로수명의 통계적 특성을 계산하기 위한 효율적인 기법

# Efficient Technique to Calculate the Statistical Characteristics of Fatigue Life for Truck Frame

권성훈* · 유홍희†
**Sung Hun Kwon and Hong Hee Yoo**

## 1. 서 론

피로 수명은 구조물의 안전성과 품질에 가장 큰 영향을 주는 지표의 하나로 피로 해석시 주로 사용되는 S-N 선도를 살펴보면 응력진폭과 피로 수명 사이의 관계가 비선형적이며 일반적으로 하중의 변화에 따라 피로 수명이 민감하게 변화되는 것을 알 수 있다. 또한 시스템 파라미터들의 변화는 구조물에 가해지는 하중이 달라지게 할 수 있으므로 구조물의 피로 수명의 변화에 영향을 준다. 실제 구조물에서 시스템 파라미터들은 통계적으로 분포하므로 구조물의 피로 수명이 가지는 불확실성을 예측해야 보다 안전한 구조물을 설계할 수 있다.

본 연구에서는 시스템 파라미터와 구조물의 응답 사이의 관계가 내재적(implicit)이더라도 응답의 불확실성을 시스템 파라미터가 가지는 통계 모멘트를 사용하여 명시적(explicit)인 형태로 표현하기 위한 효율적인 기법을 제안하고자 한다.

## 2. 응답함수의 통계 모멘트

$n$개의 확률변수가 주어지는 경우 시스템 응답의 $k$차 통계 모멘트는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M_k = \int\int\cdots\int\left(g(\mathbf{x})-\mu_g\right)^k f_1(x_1)\times f_2(x_2)\cdots f_n(x_n)\,dx_1dx_2\cdots dx_n \tag{1}$$

여기서 $g(\mathbf{x})$는 확률변수 $x_1, x_2, \cdots, x_n$을 입력으로 하는 응답함수이고 $\mu_g$는 응답함수의 평균, $f_i(x_i)$는 $i$번째 확률변수 $x_i$의 확률밀도함수를 나타낸다.

식 (1)은 다차원 적분인데다 확률밀도함수의 형태를 고려하면 일반적으로 이상 적분이므로 수치적인 해법으로도 결과를 얻기가 쉽지 않다. 따라서 uDR(uni-variate dimension reduction) 법에 나오는 additive decomposition을 사용하여 응답함수를 다음과 같이 근사화 한다.

$$g(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^{n} g\left(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, x_i, \cdots, \mu_{x_n}\right) -(n-1)\,g\left(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, \mu_{x_n}\right) \tag{2}$$

식(1)에 (2)를 대입하여 응답함수의 평균과 분산은 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\mu_g \approx \int\sum_{i=1}^{n} g_i(x_i)\, f(x_i)\,dx_i -(n-1)\,g(\mu_{\mathbf{x}}) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\sigma_g^2 \approx& \int\sum_{i=1}^{n}\left\{g_i(x_i)\right\}^2 f_i(x_i)\,dx_i \\ &-2\left\{(n-1)\,g(\mu_{\mathbf{x}})+\mu_g\right\} \\ &\times\int\sum_{i=1}^{n} g_i(x_i) f_i(x_i)dx_i \\ &+\left\{(n-1)\,g(\mu_{\mathbf{x}})+\mu_g\right\}^2\end{aligned} \tag{4}$$

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02)2220-0446, Fax :
* 한양대학교 기계공학과

여기서 $g_i(x_i)$ 는 $g\left(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, x_i, \cdots, \mu_{x_n}\right)$ , $g(\mu_{\mathbf{x}})$는 $g\left(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \cdots, \mu_{x_n}\right)$를 나타낸다.

식 (3)과 (4)는 단일 적분으로 이는 Gauss Quadrature나 수치적분과 같은 여러 가지 방법을 통해 계산할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 응답함수를 2차 함수로 근사화한 후 확률변수의 통계 모멘트 값을 사용하여 2차 함수의 통계 모멘트를 표현하여 단일 적분 값을 계산하고자 한다.

우선 응답함수를 다음과 같은 2차 함수로 근사화 한다.

$$g_i(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i \tag{5}$$

그러면 적분식 $\int g_i(x_i) f(x_i) dx_i$ 는 확률변수 의 통계 모멘트를 사용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\int g_i(x_i) f(x_i) dx_i \\ &= \mu_i = a_i \mu_i^2 + b_i \mu_i + c_i + a_i \sigma_i^2 \end{aligned} \tag{6}$$

비슷한 방법으로 $\int \{g_i(x_i)\}^2 f(x_i) dx_i$ 도 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\int \{g_i(x_i)\}^2 f(x_i) dx_i \\ &= a^2 A \sigma_x^4 + 2a\sqrt{\beta_1}_x B \sigma_x^3 + B^2 \sigma_x^2 + \mu_i^2 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 $A$는 $\beta_{2x} - 1$이고 $B$는 $2a\mu_x + b$를 나타낸다.

## 3. 수 치 예 제

동적하중을 받는 트럭 프레임의 피로 수명 예제에 제안한 기법을 적용하여 그 결과를 Table1과 Table2에 보여 주고 있다. 트럭 프레임에 가해지는 하중을 구하기 위해 사용한 차량의 다물체 동역학 모델에서 후방 서스펜션 부품의 질량과 스프링 계수가 통계적으로 분포하는 경우 이로 인해 발생하는 피로 수명의 불확실성을 계산하였다. 제안한 방법으로 계산한 결과와 5개의 적분점과 20개의 적분점을 사용한 Gauss-Hermite Quadrature 결과를 비교하였다. 계산 결과 피로 수명이 가지는 불확실성을 제안한 방법으로 비교적 정확하게 표현하고 있음을 알 수 있다.

**Table 1** Statistical moment of fatigue life considering distributed suspension mass

| Moment | Proposed | G-H 5node | G-H 20node |
|---|---|---|---|
| Mean | 1.3865E08 | 1.3865E08 | 1.3865E08 |
| SD | 7.3795E05 | 7.3712E05 | 7.3773E05 |

**Table 2** Statistical moment of fatigue life considering distributed suspension spring

| Moment | Proposed | G-H 5node | G-H 20node |
|---|---|---|---|
| Mean | 1.3882E08 | 1.3881E08 | 1.3881E08 |
| SD | 6.4178E06 | 6.4610E06 | 6.4599E06 |

## 4. 결 론

본 연구에서는 확률 변수의 통계 모멘트들을 사용하여 근사화된 응답함수의 통계 모멘트를 표현한 뒤 이를 통해 uDR법으로 구한 응답함수의 평균과 표준편차를 계산하는 기법을 제안한 후 이를 구조물의 피로 수명의 불확실성에 대한 예제에 적용하고 그 정확성을 Gauss Quadrature법과 비교하였다.

제안한 기법은 응답함수를 2차 함수로 근사화하므로 3개의 함수값만을 필요로 한다. 따라서 5개 혹은 20개의 함수값을 사용하여 계산한 값과 비교하여 대체로 정확한 결과를 보여준다. 또한 확률변수의 통계모멘트를 계산과정에 직접적으로 사용하므로 확률변수의 분포가 달라지더라도 손쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다.

## 후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2010-0016395).