

# 전단감쇠 특성을 가지는 적층보의 시간해석

## Time-Domain Analysis of Damped Layered Beam with Shearing Viscoelastic Core

배승훈\* · 정의봉† · 조진래\*\* · 배수룡\*\*\*

Seung-Hoon Bae, Weui Bong Jeong, Jin Rae Cho, Soo Ryong Bae

또한 함수  $f(t)$ 와  $\hat{f}(t)$ 를 가지고 해석함수를 다음과 같이 정의의 된다.

### 1. 서 론

전단 감쇠 특성을 지니는 보를 표현하기 위해서 점탄성 층의 전단특성을 복소 전단 계수(Complex Shear Modulus)로 표현한다. 유한요소법을 이용하여 해석을 수행할시 이러한 보의 시스템 행렬은 복소 전단 계수로 인하여 복소수 값을 지니게 된다. 이러한 복소행렬로 표현되는 모델의 시간해석을 수행하기 위해서 모드 좌표에서 일반적인 적분 방법을 적용할시, 고유치 값이 결레 복소수에서 비롯되는 불안전성으로 인해서 적분 해가 발산하게 된다. 이러한 복소수로 표현되는 시스템의 응답을 얻기 위해 Inaudi는 힐버트 변환과 해석함수를 도입하여 일정한 복소 강성을 가지는 구조 감쇠 시스템을 시간영역에서 해석하는 방법을 제시하였다. 본 논문에서는 Inaudi의 해법을 이용하여 적층 전단 감쇠보를 해석해 본다. 검증을 위해 시간영역에서 구한 전달함수와, 주파수 영역에서의 전달함수를 비교하였다.

$$f_a(t) = f(t) - j\hat{f}(t) \quad (2)$$

전단 감쇠를 나타내는 보의 유한요소 지배방정식은 식(3)과 같이 나타낼 수 있고, 방정식의 질량행렬과 강성행렬은 각각 복소수 값으로 식(4)와 같이 표현된다.

$$[M^*]\{\ddot{y}(t)\}(t) + [K^*]\{y(t)\} = \{w(t)\} \quad (3)$$

단

$$[M^*]_e = a \int_{-1}^1 m [N^*]^T [N^*] d\xi$$

$$[K^*]_e = \frac{D_t}{a^3} \int_{-1}^1 ([N^*]')^T [N^*]' d\xi + \frac{1}{E_1 A_1 + E_3 A_3 + E_5 A_5} * \left( \int_{-1}^{+1} \left\{ \begin{aligned} &E_3 E_5 A_3 A_5 (h_4 [\Gamma_2^*]' / a - d_4 [N^*]' / a^2)^2 \\ &+ E_1 A_1 E_3 A_3 (h_2 [\Gamma_1^*]' / a - d_2 [N^*]' / a^2)^2 \end{aligned} \right\} d\xi \right) \\ + a \int_{-1}^1 (G_2^* A_2 [\Gamma_1^*]^T [\Gamma_1^*] + G_4^* A_4 [\Gamma_2^*]^T [\Gamma_2^*]) d\xi \quad (4)$$

### 2. 복소행렬 시스템의 시간 영역 해석

#### 2.1 힐버트변환

힐버트 변환은 다음 식 (1)과 같이 정의 되며 신호의 크기를 유지하면서  $\pm \pi/2$  만큼의 위상변화를 가지는 신호를 발생 시킨다.

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (1)$$

질량과 강성 행렬은 보의 횡변위의 형상함수  $N^*$ , 전단변형각의 형상함수  $\Gamma_1^*$ ,  $\Gamma_2^*$ 로 구성되며 각각의 형상함수는 모두 복소수이다. 이러한 행렬로 구성된 유한요소 지배방정식 식(3)을 힐버트 변환을 통해 식(2)을 구성하는 방법과 동일하게  $y(t)$ 와  $w(t)$ 를 해석함수로 만들면 식(5)와 같이 표현된다.

$$[M^*]\{\ddot{y}_a(t)\}(t) + [K^*]\{y_a(t)\} = \{w_a(t)\} \quad (5)$$

식(5)에 대하여 복소 고유치 해석을 하면 고유값  $\pm s_r$ 과 고유벡터  $\phi$ 를 얻을 수 있으며 이를 이용하

† 부산대학교 기계공학부

E-mail :wbjeong@pusan.ac.kr

\* 부산대학교 대학원 기계공학부

\*\* MIDAS IT

\*\*\* 국방과학연구소

여 모달 좌표계  $q(t)$ 로 표현 할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_r & 0 \\ 0 & -s_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (2s_r m^*)^{-1} \\ -(2s_r m^*)^{-1} \end{Bmatrix} w_a(t) \quad (6)$$

발산을 방지하기 위하여 Time inverse 기법을 적용하면 다음과 같은 차분 방정식 (7)이 된다.

$$\begin{aligned} q_{k+1}^{(1)} &= e^{s_r dT} q_k^{(1)} + (e^{s_r dT} - 1) * (2s_r^2 m^*)^{-1} w_k \\ q_{l-1}^{(2)} &= e^{s_r dT} q_l^{(2)} - (e^{s_r dT} - 1) * (2s_r^2 m^*)^{-1} w_l \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)로부터 모드 좌표에서의 시간응답이 구해지면 모드중첩에 의하여 물리좌표계에서의 시간응답을 해석할 수 있다.

## 2.2 적층보 예제

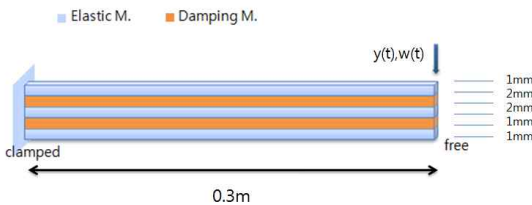


Fig. 1 Damped Layered Beam model

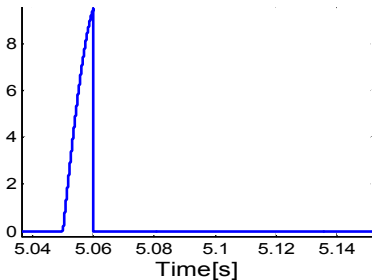


Fig. 2 Impulsive force signal

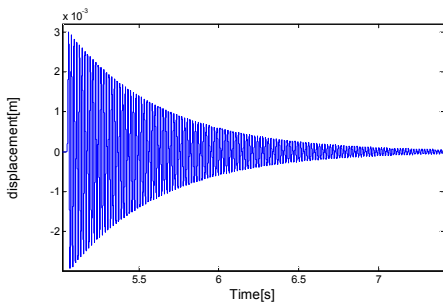


Fig. 3 Time response of beam

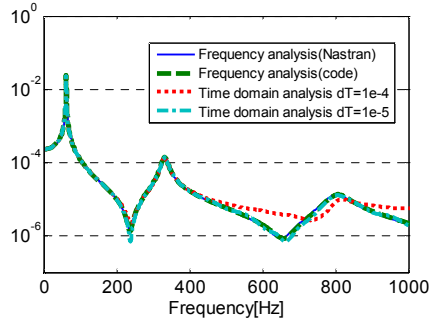


Fig. 4 Comparison of the receptance at the different domains

Fig. 1 은 한단면의 끝이 고정단인 비대칭 감쇠 5 단 적층보 모델을 나타낸다. 감쇠층의 변위는 오직 전단 변형만으로 가정된다. 사용된 재료의 물성치는 탄성체는 알루미늄, 감쇠재 층은 밀도가  $1000 \text{ kg/m}^3$ , 전단계수는  $1e8 \text{ N/m}^2$  이다. Fig. 2 는 시스템 끝단에 가진되는 가진력의 파형을 나타내며 Fig. 3 은 그때의 자기 응답점에서의 파형을 나타낸다. Fig. 4 는 가진력의 주파수 함수와 자기응답점 응답의 주파수함수를 사용해 구한 전달함수와 주파수 영역에서 구한 전달함수를 비교한 결과이다. 시간해석에서 적분간격이 좁을수록 주파수 해석 결과와 시간 해석 결과가 서로 잘 일치 한다. 사용된 요소의 검증은 위해서 상용 소프트웨어인 나스트란을 이용한 주파수응답 계산결과와 비교하여 나타내었다

## 3. 결 론

유한요소 모델링시 복소수 행렬로 표현되는 5층 감쇠보의 시간해석시 가진력 신호를 힐버트 변환을 이용하여 해석함수로 적용함으로써 복소수로 표현되는 구조물의 히스테리시스 감쇠 응답을 계산할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 국방부가 지정한 수중운동체 특화연구센터(UVRC)의 지원에 의해 수행되었습니다.