한국소음진동공학회 2011년 추계학술대회논문집, pp.504~509

설계 불확실성이 고려된 군용 통신 장비의 신뢰성 기반 최적설계

The Reliability-Based Design Optimization for the Military Communication Equipment considering the Design Uncertainty

박대웅† · 문우용*

Dae Woong Park, Woo Yong Moon

Key Words : design uncertainty(설계불확실성), joint probability density function(결합확률밀도함수), limit state function(한계상태함수), reliability-based design optimization(신뢰성기반 설계최적화), structural resonance(구조 공진)

ABSTRACT

The military communication equipment is required the high reliability for operating adequate functions under severe conditions. This reliability is the essential element for the quality of the product, for the uncontrolled factors, such as the clearance, damage of the material, the reduction of stiffness, which are the designer is unable to handle. In this paper, the uncertainty for the design was supposed to the probability model for the military communication equipment, and the average of the objective function was minimized for reducing design uncertainty. The reliability-based design optimization which was implemented the limit state function was formulated into the mathematical model, so the reliable optimized structure was implemented than the base-line design.

기 호 설 명

$f_x(X)$: 결합확률밀도함수
G: 한계상태함수

1. 서 론

군용 통신장비는 요구되는 기간 동안 가혹한 환경 조건에서 주어진 기능이 원할하게 운용 되도록 높은 신뢰성이 요구된다. 이러한 신뢰성은 제품 품질의 핵심 요소가 되는데, 형상공차와 재료의 결함 및 손상에 의한 강도 저하 등과 같이 설계자의 의지와는 상관없이 제어 불가능한 요소들이 필연적으로 존재하게 되며, 이는 장비의 신뢰성에 직접적인 영향을 미치게 된다.

기존의 일반적인 설계 방법에서는 설계 시 물리적 현상이나 변수의 불확실성이 최적설계 과정에서 반영되기가 어렵다. 설계 인자에 있어서 불확실성에 대하여 일반적으로는 최악의 경우가 가정되어 매우 보수적인 설계가 이루어지게 됨으로써, 경제적으로 효율적이지 못한 설계가 이루어지게 되고, 이는 필연적으로 개발 비용 감소에 역행하는 결과를 가져오게 된다.

이러한 설계 불확실성에 대하여 구조해석 시에 통상적으로 안전계수의 개념을 도입하여 사용하고 있다. 이는 실제 설계한 구조물에 대하여 해석한 결과값에 산술적으로 margin 을 부여하여 불확실성에 대한 설계 여유를 제공하는데 그 목적이 있다. 그러나, 이러한 안전계수를 도입하는 방법은 각각의 설계 변수가 시스템에 전반적으로 미치는 영향이 고려되지 않을뿐더러 제품 개발에 있어서 비효율적인 측면이 야기될 수 있다.

이에 본 논문에서는 군용 통신장비 설계에 있어 신뢰성 기반 최적설계(RBDO) 방법을 적용하였다. 설계 불확실성에 대하여 확률 통계적 접근을 통하여 수학적 모델을 구축하여 목적함수의 평균값을 최소화 함으로서 위에서 언급한 문제점을 해결하고자 하였다. 설계 불확실성을 확률모델로 가정하여 결합확률밀도함수를 적분한 한계상태함수에 대하여

† 교신저자; 정회원, 삼성탈레스 연구개발본부 메카트로닉스그룹
E-mail : dw_fem.park@samaung.com
Tel : 031)8020-7315 , Fax :031) 8020-7350
* 삼성탈레스 연구개발본부 메카트로닉스그룹

직접적 접근 방법으로 Hammersley 탐색 방법을 이용하고, 불확실성에 의한 실패 확률을 제약 조건으로 부여하여 최적설계를 수행하였다. 이러한 방법으로 군용 통신 장비에 있어서 기존의 안전계수 개념을 도입하는 방법에 비해 합리적인 방안을 제시하고 신뢰도가 부여된 설계안을 도출 하였다.

2. 본 론

2.1 설계 불확실성 도입 최적화

구조물의 신뢰성을 평가하는 방법으로 장비에 대한 성능함수를 찾아서 이에 대한 신뢰성을 평가하는 방법을 사용하였다. 성능 평가 함수로는 한계 상태 함수를 도입하여 설계 가능 확률과 설계 실패 확률의 경계 상태를 기준으로 하였다. 설계 불확실성을 고려한 최적설계 문제를 수학적으로 정식화하기 위해서 시스템 parameter와 설계 변수는 서로 독립이고, 정규 분포 또는 비정규 분포를 가지는 확률변수(X)로 가정하였다. 이에 따라 목적함수 역시 정규 또는 비정규 분포를 따르게 된다. 신뢰성 기반 최적화를 위해서 제약 조건을 한계 상태 함수(G)로 변경하고, 함수 값이 0보다 작은 경우는 제약 조건을 위반하는 경우가 된다. 이는 식 (1)과 같이 확률 형태의 최적화 문제로 나타나며, 이를 통해 신뢰성 평가가 이루어 진다.

$$\begin{aligned} &\min F(X) = (E[f(X)], \sigma[f(X)]) \\ &\text{s.t.} \quad P[G_i(X) \le 0] \le P_i, \quad i = 1,2,3,\cdots,m \end{aligned} \tag{1}$$

식(1)에서 목적함수는 평균과 편차로 이루어진 함수로 나타나고, 제약 조건으로 실패 확률 Pi 보다 작아야 한다는 조건을 부여함으로써 설계자가 원하는 신뢰성을 확보할 수 있도록 하였다. 여기서 사용된 평균과 표준편차, 실패확률은 각각 식(2),(3),(4)와 같이 적분 형태로 나타난다.

$$E[f(X)] = \int f(X) \cdot f_x(X)\, dx = \mu \tag{2}$$

$$\sigma[f(X)] = \int \{f(X) - \mu\}^2 \cdot f_x(X)\, dx \tag{3}$$

$$P[G_i(X) \le 0] = \int_{G_i(x) \le 0} f_x(X)\, dx \tag{4}$$

식 (2)~(4)에서 X는 랜덤 가변 백터, $f_x(X)$는 확률변수에 대한 결합확률 밀도함수를 나타낸다. 결합확률 밀도 함수는 지수와 양함수로 구성된 복잡한 형태로 이를 적분하는 방법은 해석적 방법과 직접적 적분 방법이 있다. 먼저, 해석적 방법은 근사화를 통한 방법으로 Rackwitz와 Fissler에 의해 제안되었다. 이에 의하면 한계 상태 함수는 Taylor 급수 전개에 따라 식(5)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} G(X) &= g(\mu) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial G}{\partial x_i}(x_i - \mu_i) + H(x) \\ &= a_0 + \textstyle\sum_{i=1}^{n}(a_i x_i) = G_1(x) + H(x) \end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)에 따라 성능평가함수인 한계상태함수의 평균과 표준편차는 각각 식(6), 식(7)과 같이 나타난다.

$$\mu_g \cong a_0 + \textstyle\sum_{i=1}^{n}(a_i \mu_x) \tag{6}$$

$$\sigma_g \cong \sqrt{\textstyle\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \cdot \sigma_x^2} \tag{7}$$

결합 확률 밀도 함수를 적분하는데 있어서 근사화를 통한 해석적 방법은 연산 효율성 부분에 있어서 장점을 얻을 수 있다. 그러나, 설계 변수가 다수이거나 복잡한 시스템인 경우, 해의 정확성을 보장하기 어려운 경우가 발생할 수 있으며, 이차 미분을 포함하는 Hessian matrix 연산이 포함되므로, 연산 cost가 증가될 수 있다. 이러한 경우, 직접적 방법이 선호될 수 있다. 직접 연산 방법으로 일반적으로 사용되는 방법으로는 Monte Carlo Simulation을 들 수 있다. 그러나, Monte Carlo Simulation의 경우, 문제의 복잡성에 관계 없이 적용할 수 있으나, 연산 비용이 많이 들게 되므로, Latin HyperCube와 Hammersley 방법 등이 이용된다.

Latin HyperCube의 경우, Mckay, Beckman, Conover에 의해서 1979년에 고안된 방법으로, 전산 실험 계획에 매우 유용한 방법이다. 이 방법은 표본공간 전체에서 표본이 추출되도록 각 확률변수의 범위를 n개의 범위로 나눈 다음, 각 구간에서 하나씩 추출하되 중복되지 않게 n개를 선택하는 방법이다. 이는 반복이 없이 모든 실험영역을 고려할 수 있을 뿐만 아니라, 많은 비용과 시간이 드는 경우에 비교적 적게 연산을 수행할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 이러한 좋은 특성에도 불구하고, 실험할 수 있는 경우의 수가 많기 때문에 그 중에서도 최적인 Latin HyperCube Design 을 찾는 연구가 현재에도 계속되고 있다.

Hammersley 방법은 Quasi-Monte Carlo Simulation 범주에 속하는 기법이다. 이 기법은 단위 Hyper-Cube에서 얻은 균일 샘플인 Hammersley Point를 기초로 하는 준 확률변수

생성기를 사용한다. Hammersley 샘플링은 합리적인 샘플을 사용하여 출력 통계의 신뢰할 수 있는 추정값을 제공 하는 효율적인 샘플링 기법이다. 또한 다차원 Hyper-Cube의 경우 변수의 분포를 균일하게 하는 장점이 있다. 이는 단지 1차원 단위의 균일 특성을 제공하기에 좋은 기법으로 이 부분에 있어서 Latin HyperCube에 비하여 장점으로 들 수 있으며, 이러한 이유로 본 논문에서는 Hammersley 방법을 이용하였다.

2.2 설계 기준치 도출을 위한 확정론적 최적설계

상기와 같이 신뢰성 기반 최적화를 군 통신 장비에 적용하였다. 대상이 되는 구조물은 군용 차량에 탑재되어 운용되는 장비로 지상 진동에 대한 동적 강성 확보가 요구되며, 탑재 중량에 대한 제한이 있어 경량화가 요구된다. 이와 같은 조건 및 운용환경을 고려하여 최적화 문제를 정식화 하면 다음과 같다.

$$\text{Min } \mathbf{m} \text{ (total weight)}$$
$$\text{Subject to } f_1 \geq 160\text{Hz} \qquad (8)$$

최적화 문제는 식(8)과 같이 정의 되며, 구조 공진 회피를 위해 1차 구조공진주파수가 160Hz 이상인 제약 조건하에서 구조물 전체 중량을 최소화 하는 방향으로 하였다. 구조물의 형상은 Figure 1과 같다.

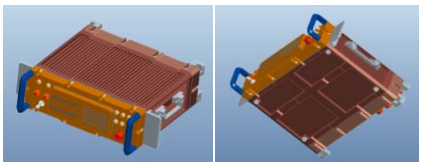


Figure 1 The communication equipment model

Figure 1 의 구조물에 대해 modal 해석 영역에서의 최적화를 수행하기 위하여 Figure 2 와 같이 유한요소모델을 구성하였다. 설계 영역을 총 5 개 영역으로 구성하고, 각각의 파트들에 대하여 설계 변수로 지정이 가능하도록 하였다.

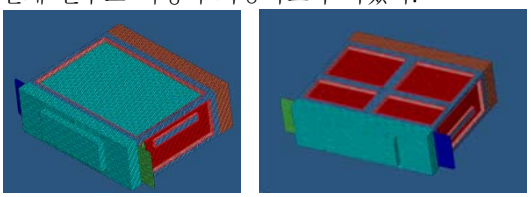


Figure 2 Finite Element Model

설계 변수는 구조물의 변경 가능한 각 파트의 판재 두께들로 하였다. 초기 유한요소모델에 대하여 각 설계 영역에 대한 판재 두께는 Table 1의 base-line design 의 값으로 하였고, 각 설계 변수에 대한 설계 영역의 범위는 최소/최대값의 범위 이내로 하고, 실제 제작성을 고려하여 판재 두께의 증가치는 0.5mm로 하였다.

Table 1 Design Variable information for Optimization

Design Domain	Base-line(mm)	Min	Max	Increment
Upper plate	2.5	1.0	5.0	0.5
Outer rib	13.5	3.0	15.0	0.5
Bottom rib	6.5	2.0	10.0	0.5
Back plate	2.5	1.0	5.0	0.5
Bracket	2.5	1.0	5.0	0.5

Base-line design에 대한 Modal 해석 결과는 다음과 같이 나타났다. 1차 공진주파수는 168Hz로 나타났고, 1~4차까지의 구조 공진 모드 형상은 Figure 3과 같이 나타났다. Base-line design에 대한 구조물의 총 중량은 13.9kg으로 나타났다.

Table 2 The resonance frequency for base-line design

Mode (No.)	Frequency (Hz)
1st	168
2nd	180
3rd	373
4th	489

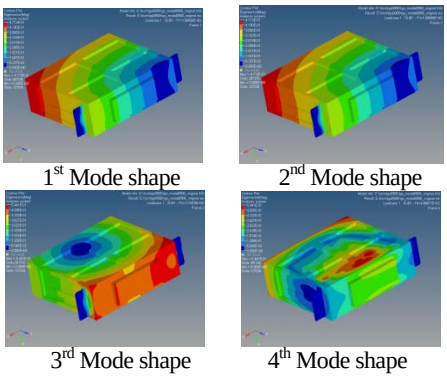


Figure 3 The Mode shape for base-line design

Base-line design에 대하여 식(8)과 같이 정의된 바와 같이 최적화를 수행한 결과 다음과 같이 나타났다. 총 5회에 걸쳐 최적화를 수행하였고, 각 설계

변수에 대한 변화 추이는 Figure 4와 같이 나타났다.

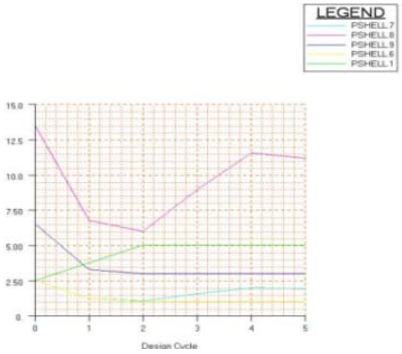


Figure 4 The Design variable history for optimization procedure

총 중량을 최소화 시키는 방향으로 최적화가 진행되었을 때, 기저 구조물에 체결되는 bracket 부분은 base-line design에 비하여 두께가 증가되는 방향으로 최적화가 진행되었고, 다른 4개의 설계 변수에 대해서는 두께가 감소되는 방향으로 진행되었다. 각 설계 변수에 대한 base-line design과 최적화된 design에 대한 두께 조합은 table 3과 같이 나타났다.

Table 3 The comparison of design variables between base-line design and optimized design

Design variable	Base-line design(mm)	Optimized design(mm)
Upper plate (PSHELL 7)	2.5	2.0
Outer rib (PSHELL 8)	13.5	11.5
Bottom rib (PSHELL 9)	6.5	3.0
Back plate (PSHELL 6)	2.5	1.0
Bracket (PSHELL 1)	2.5	5.0

최적화 과정에 따른 목적함수인 무게 변화 추이는 Figure 5와 같이 나타났다. Cycle 2,3,4의 경우 목적함수 값이 더 작지만, 이는 infeasible 영역으로 구조 공진 주파수에 대한 제약조건을 위배하는 영역으로 나타났다.

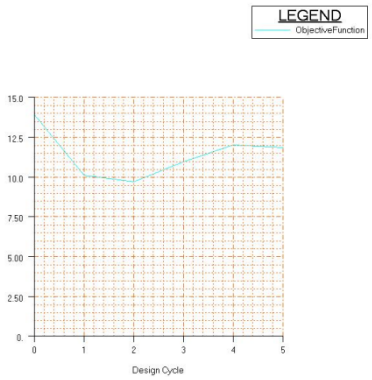


Figure 5 The objective function history for optimization procedure

최적화 전후 구조물의 총 중량 변화는 Table 4와 같이 나타났으며, base-line design에 비하여 최적화된 설계안은 15% 감소된 것으로 나타났다.

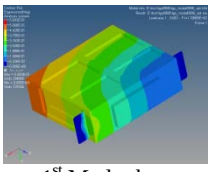
Table 4 The comparison of the total mass between base-line design and optimized design

Total mass for base-line design	Total mass for optimized design
13.9 kg	11.8 kg

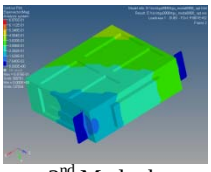
최적화된 design에 대한 Modal 해석 결과는 다음과 같이 나타났다. 1차 공진주파수는 239.9Hz로 나타났고, 1~4차까지의 구조 공진 모드 형상은 Figure 6과 같이 나타났다. 결과적으로 설계 변수의 조합에 따라 총 중량은 감소하면서 동적 강성이 증가되면서 구조 공진점은 더 높아진 것으로 나타났다. 설계 영역 측면에서는 체결부가 있는 브라켓 부위는 두께가 증가되고, 다른 영역에서는 두께가 감소된 형상으로 도출됨으로써 1차 공진주파수에 대한 제약조건은 만족하면서 전체 구조물 중량은 감소되는 형태로 나타났다.

Table 5 The resonance frequency for optimized design

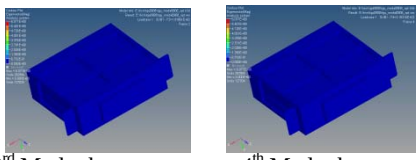
Mode (No.)	Frequency (Hz)
1st	179
2nd	192
3rd	278
4th	318



1st Mode shape



2nd Mode shape



3rd Mode shape　　4th Mode shape

Figure 6 The Mode shape for optimized design

2.3 설계 불확실성이 고려된 신뢰성 기반 최적설계

상기 구조물에 대하여 설계 불확실성을 고려하여 확률, 통계적 접근법으로 접근하는 신뢰성 기반 최적화를 적용하였다. 최적화 결과 얻어진 최적화된 설계변수를 기준치(평균치)로 하고, 설계 불확실성을 고려하기 위하여 Table 7과 같은 표준편차를 가지는 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다.

Table 6 Design Variables for RBDO

Design Variable	Mean	Standard deviation
Upper plate	2.0	0.005
Outer rib	11.5	0.005
Bottom rib	3.0	0.005
Back plate	1.0	0.005
Bracket	5.0	0.005

본 최적화 문제의 경우, sampling 방법에 있어서 MCS를 적용하기에는 연산 cost가 많이 들게 되므로, 앞에서 언급한 바와 같이 효율성을 고려하여 Hammersley 방법을 적용하였다. 앞선 최적화 과정에서 설계변수 이력에 따르면, 외부 리브와 브라켓, 그리고, 외각 리브와 밑판 리브와 브라켓의 설계변수 변화율의 기여율이 크게 나타났으므로, 이 2가지 설계 변수를 기준으로 한 랜덤 설계변수 분포를 도시한 결과 Figure 7과 같이 나타났다.

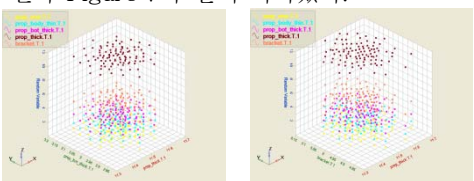


Figure 7 The random design variable distribution for primary variables in 3D

정규분포를 따른다고 가정하였을 때, 각각의 랜덤 설계변수 분포를 확률밀도함수와 히스토그램, 누적확률밀도분포로 나타내면 Figure 8과 같이 나타났다.

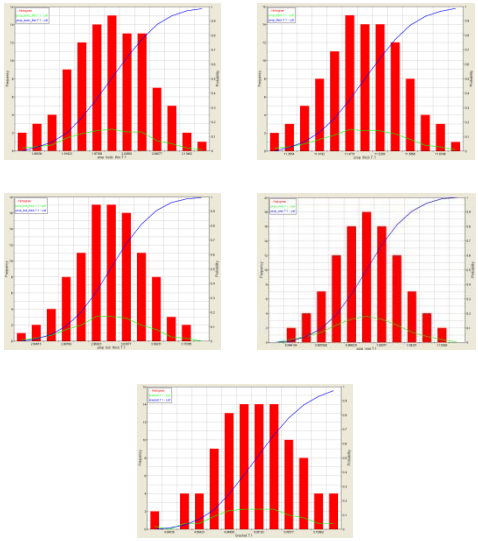


Figure 8 The random design variable distribution for probability

상기와 같은 과정에 의해 불확실성에 대한 확률 통계적 접근을 통한 신뢰성 기반 최적화를 수행한 결과 다음과 같이 나타났다. 질량과 1차 공진주파수의 응답 분포를 히스토그램, 확률밀도함수와 누적확률밀도함수 곡선 형태로 나타내면 각각 Figure 9와 Figure 10와 같이 나타났다.

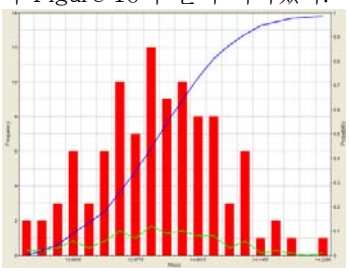


Figure 9 The mass response distribution in Hammersley

Figure 10 The 1st frequency response distribution in Hammersley

Figure 9을 분석해 보면, 신뢰도 95% 범위 내

에서 구조물의 총질량 14.1kg이하 인 것으로 나타났다. 또한, 공진 주파수 응답 확률 분포에 대한 Figure 10를 분석해 보면, 신뢰도 95% 범위 내에서 1차 공진 주파수 177.0Hz 이하인 것으로 나타났다. 결과적으로, 본 신뢰성 기반 최적화를 통해, 주어진 조건에 대하여 95%의 신뢰도 내에서 주어진 설계 조건을 만족하는 설계안을 도출할 수 있었다.

3. 결 론

본 논문에서는 군용 통신장비 설계에 대하여 설계 불확실성에 있어 확률 통계적 접근을 통한 신뢰성 기반 최적설계를 수행한 결과를 제시하였다. 먼저, Base-line 모델에 대하여 최적화를 수행하여 제작할 하우징 판재 두께를 도출한 다음에 이를 기준치로 하여 신뢰성 기반 최적화를 수행하였다. 이를 통해 구조물의 동적 특성을 만족하는 설계안을 도출하였고, 설계 불확실성에 대한 확률통계적 접근을 통한 신뢰성이 고려된 최적화를 수행하여 95%의 신뢰도를 가지는 최적화된 모델을 도출하였다.

본 연구에서 수행된 군용 통신 장비의 신뢰성 기반 최적설계를 통하여 향후 다른 구조물에 있어서도 기존의 안전계수 개념을 도입하는 방법에 비해 합리적인 설계안을 도출하고, 신뢰성에 대한 지수를 제시할 수 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

(1) Du, X. and Chen, W., 2005, Collaborative Reliability Analysis under the Framework of Multidisciplinary Systems Design, Optimization and Engineering, Vol. 6, No. 1, pp63~84

(2) Du, X. and Chen, W., 2002, Efficient Uncertain Analysis Methods for Multidisciplinary Robust Design, AIAA Journal, Vol. 40,, No. 3, pp545~552

(3) Ginuta, A. A. and Watson, T. L., 1998, A Comparison of Approximation Modeling Techniques, Proceedings of 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis & Optimization, AIAA-98-4755

(4) Ginuta, A. A. 1997, Aircraft Multidisciplinary Design Optimization using Design of Experiment Theory and Response Surface Modeling Methods, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University

(5) Simpson. T., W., 1998, A Concept Exploration Method for Product Family Design, PhD Thesis, Georgia Institute of Technology

(6) Lee, S. B., Yim, H. J., Baik, S. C., 2001, A Study on Reliability Based Design Optimization for Thin Walled Beam Structures, Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 414~419.

(7) Rackwitz, R. and Fissler, B., 1978, Structural Reliability under Combined Random Load Sequences, Computers and Structures, Vol. 9, pp489~494

(8) Thanedar, P., B., Kodiyalam, S., 1992, Structural Optimization Using Probabilistic Consideration, Structural Optimization Vol. 4, pp236~240

(9) Chen, W., Allen, J. K., Tsui, K. L., and Mistree, F., 1996, A Procedure for Robust Design: Minimizing Variations Caused by Noise Factors and Control Factors, Journal of Mechanical Design, Vol. 118, No. 4, pp478~485

(10) Tu, J. and Choi, K. K., 1999, A New Study on Reliability-Based Design Optimization, Journal of Mechanical Design, Vol. 121, No. 4, pp557~564

(11) Youn, B. D., Choi, K. K. and Park, Y. H., 2003, Hybrid Analysis Method for Reliability-Based Design Optimization, Journal of Mechanical Design, Vol. 125, pp221~232

(12) Youn, B., Choi, K., and Yi, K., 2005, Performance Moment Integration Method for Quality Assessment in Reliability-Based Robust Design Optimization, Mechanics Based Design of Structures & Mechanics, Vol. 33, Issue 2, pp185~213

(13) Mavris, D. V., Bandte, O. and DeLaurentis, D. A., 1999, Robust Design Simulation: A Probabilistic Approach to Multidisciplinary Design, Journal of Aircraft, Vol. 36, No. 1, pp298~397