

설계 민감도 해석을 활용한 진동내구 예측방법 연구

Vibration fatigue prediction using design sensitivity analysis

김찬중† · 주형준* · 신성영* · 권성진* · 이봉현*

Chan-Jung Kim, Hyung-Jun Ju, Sung-Young Shin, Sung-Jin Kwon and Bong-Hyun Lee

Key Words : Design sensitivity analysis(설계 민감도 해석), Vibration fatigue prediction(진동내구 예측), Transmissibility(전달율), Linear elastic system(선형시스템), Uni-axial vibration test(단축 진동 시험)

ABSTRACT

Authors previously suggested the design sensitivity analysis based on transmissibility function and identified the sensitivity of measured point over the small modification of system dynamics. On the other hand, the acceleration data will not reveal the strain information at the same location and authors suggested energy isoclines that successfully predict the fatigue damage on the interesting location to overcome the drawback of acceleration over fatigue society. Both of methodologies, sensitivity analysis and fatigue damage prediction, commonly use the response acceleration response as main indicator. In this paper, authors investigate the advanced method of vibration fatigue prediction using design sensitivity analysis to enhance the accuracy of predicted accumulated fatigue. Uni-axial vibration testing is performed with finite element model of a simple notched specimen and the prediction of fatigue damage at notched location is conducted for accelerations at different measurement locations that show different sensitivity contribution, either.

1. 서 론

가속도 데이터는 고주파의 진동성분을 측정하는 데 일반적으로 사용되는 물리량으로써, 측정이 용이하고 측정자의 숙련도에 따른 데이터 오차가 비교적 작다. 특히, 가진 하중이 주어지면 선형 시스템을 식별할 수 있기 때문에 동적 거동을 비교적 정확하게 예측할 수 있다. 일반적인 기계 시스템에서 가진 정보를 얻어내지 못하는 경우가 많기 때문에 가속도 데이터만을 활용한 진동 전달율 기반의 동특성 해석 연구가 계속되었다. 저자들은 가속도 응답 정보를 활용한 선형 시스템의 설계

민감도 해석 기법을 제안하였다[1,7]. 반면 내구 관점에서는 가속도 데이터 자체가 응력 정보를 제공하지 못하기 때문에 초기 크랙을 검출하는 등 일부 분야에 한정되어 활용되었다[2-4]. 저자들은 가속도와 관심 부분에서의 응력 간의 선형 관계를 활용한 에너지 등고선 기법을 도입하여 측정된 가속도 데이터 기반의 진동내구 방법론을 제안하였다[4-7].

본 연구에서는 공통적으로 가속도 데이터를 활용하는 설계 민감도 해석과 진동내구 방법론 사이의 상관관계를 규명하는 것을 목적으로 하였다. 노치가 있는 간단한 시편에 대해 단축가진 시험을 수행하여 다수의 응답 가속도를 획득하였으며, 서로 다른 위치에서의 설계 민감도 해석을 수행하였다. 또한 각 측정 위치에서의 가속도 데이터를 활용하여 취약 노치 부위의 피로 손상도를 예측하였

† 교신저자; 정회원, 자동차부품연구원

E-mail : cjkim@katech.re.kr

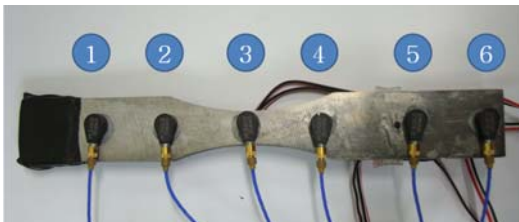
Tel : (041)559-3124, Fax : (041)559-3340

* 자동차부품연구원 ICE/EV구동융합연구센터

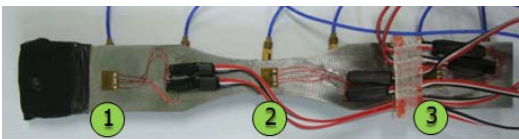
다. 동일 취약 부위에 대해 스트레인게이지 센서를 활용하여 실제의 피로 손상도를 계측하였으며, 본 피로 손상도를 가속도 데이터 기반의 예측 값과 비교함으로써 측정 위치의 민감도와 진동내구 예측 정확도의 상관관계를 평가하였다.

2. 단축 진동 시험을 통한 선형 시편의 가속도 데이터 및 취약부위 변형을 계측

노치가 있는 선형 시편에 대한 서로 다른 위치에서의 가속도 데이터를 획득하기 위해 단축 진동 시험을 수행하였다. Fig. 1의 단순 시편은 S45C 재질로 가공된 단순 시편으로써, 중앙 부분에 노치 부분을 설계함으로써 인위적으로 취약 부위를 예측 가능한 부분에서 발생하도록 설계하였다. 그림과 같이 6개 절점에 대해 주방향 가속도를 측정할 수 있는 가속도 센서를 부착하여 실시간으로 시편의 진동 데이터를 계측하였다. 반대 방향으로서는 스트레인게이지 센서를 부착함으로써 서로 다른 3부분에 대해 응력값을 얻어내었다. 또한 절점 1에 가까운 끝 지점을 직사각형 지그들로 단단히 고정된 다음 스틱거(stinger)를 활용하여 지그 중앙 부분과 연결하여 상하 방향으로 진동이 전달되는 시스템을 구성하였다.



(a) Upper side(accelerometers)



(b) Lower side(strain-gauge)

Fig. 1 Configuration of specimen and attaching sensor location

본 진동 시험에 활용된 시편은 2,000(Hz) 이내에 2개의 공진점을 보유하고 있으며, 상하 방향의 진동에 대해 1차와 2차 모드가 모두 영향을 주었다. 아

래 Table 1은 시편의 공진점 및 모드 형상을 정리한 것이다. 본 공진점 및 모드형상은 시편을 자유경계 상태에서 임팩트 해머를 활용하여 가진하고 각 절점에서 응답을 받는 모달시험 결과를 통해 얻어진 것이다. Mode 0은 단순시편의 강체모드로서 지그와 가진 요소를 스틱거로 연결하는 경계 조건에서 발생한 원뿔 모양의 모드형상 정보이다.

Table 1 Modal result of a simple specimen

Mode	Resonance	Shape
0	134	Conical
1	683	Bending
2	2,051	Bending

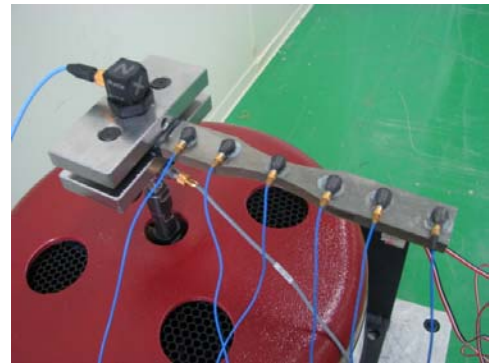


Fig. 2 Configuration of a uni-axial vibration testing

시편의 공진점을 고려하여 가진 주파수 대역을 10(Hz)에서 2,000(Hz)의 넓은 대역으로 선정하였으며, 가진 파형은 랜덤 노이즈 형태로 가진을 주었다. 가진되는 동안 Fig. 1(a)의 가속도 데이터 및 Fig. 1(b)의 응력정보를 동시에 계측하였다.

3. 진동 전달을 기반 설계 민감도 해석

3.1 설계 민감도 해석 이론

선형 시스템 내부의 단일 절점은 주변 절점들 간의 관계로부터 진동 전달율을 계산할 수 있으며 수식적으로 크기와 위상을 가지는 복소수로 표현이 가능하다. 1차원 시스템에서 내부의 i 번째 절점과 인접한 $i-1, i+1$ 절점들이 존재할 때, i 절점에서 표현 가능한 진동 전달율은 $T_{(i-1),(i)}$ 와

$T_{(i),(i+1)}$ 로 각각 표현할 수 있으며, 절점 i 에 연관된 2개의 진동 전달율의 곱을 식 (1)의 V_i 로 표현할 수 있다. V_i 를 복소수 형태로 표현할 경우 식 (2)와 같이 크기와 위상으로 표현이 가능하다.

$$V_i = T_{i-1,i} \times T_{i,i+1} \quad (1)$$

$$V_i = \overline{V}_i e^{i\theta_i} \quad (2)$$

시스템의 동적 특성이 변경될 경우 시스템의 응답 특성이 달라지기 때문에 절점 i 와 연관된 진동 전달율도 변한다. 변화된 시스템에서의 V_i 를 식 (3)과 같이 표현할 경우 절점 i 에서의 진동 전달율 변화율인 D_i 는 식 (4)와 같이 표현이 가능하다.

$$\dot{V}_i = (V_i + \Delta V_{i,i}) e^{i(\theta_i + \Delta\theta_i)} \quad (3)$$

$$D_i = \frac{\dot{V}_i - V_i}{V_i} \quad (4)$$

$$= \frac{(\overline{V}_i + \Delta V_{i,i}) e^{i\Delta\theta_i}}{\overline{V}_i}$$

시스템의 미소 변화를 z 로 나타내면 크기와 위상인 $\Delta V_{i,i} e^{i\Delta\theta_i}$ 로 표현이 가능하며, 식 (4)의 D_i 는 시스템의 미소 변화에 대해 식 (5)의 미분 관계식을 가진다.

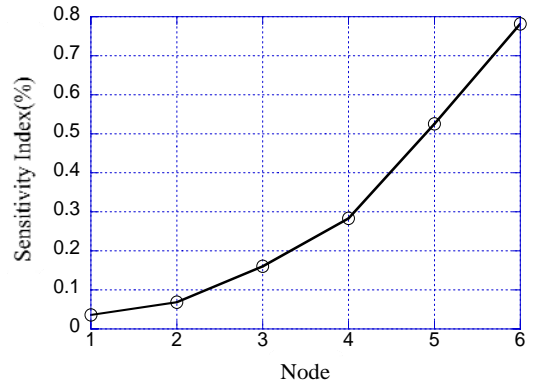
$$\frac{d(D_i)}{dz} = \lim_{\Delta V_{i,i} \rightarrow 0} \left[\frac{1}{e^{i\theta_i}} \frac{\partial}{\partial \Delta V_{i,i}} \left(\frac{(\overline{V}_i + \Delta V_{i,i})}{\overline{V}_i} e^{i\Delta\theta_i} - 1 \right) \right] = \frac{1}{\overline{V}_i} \quad (5)$$

식 (5)의 미분 결과로부터 절점 i 에서 시스템 변화에 따른 진동 전달율의 변화량은 V_i 크기에 반비례하는 관계식을 도출하였다.

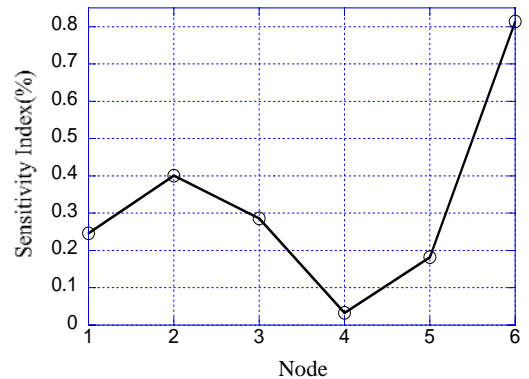
3.2 단순 시편의 설계 민감도 해석

계측된 시편의 서로 다른 6개 지점에 대한 가속도 데이터를 활용하여 민감도 해석을 진행하였다. 서로 다른 위치에서의 기여도 분석은 민감도 결과에

큰 영향이 없기 때문에 [10], 노치가 존재하는 부분인 #3 부분에서 측정된 가속도 데이터 기반의 기여도 분석 결과를 아래 Fig.2에 도시하였다.



(a) rigid mode(134Hz)



(b) mode 1(683Hz)

Fig. 2 Result of design sensitivity analysis

4. 에너지 등고선 기반 피로 손상도 예측

4.1 에너지 등고선 기반 피로 손상도 예측 이론

가진 입력에서의 단일 가진 입력 성분(평균값은 없다고 가정)이 존재한다면 아래 식 (6)로 표현할 수 있다.

$$a(t) = \overline{a} \cos(\omega_1 t + \phi) \quad (6)$$

여기서, \overline{a} 와 ω_1 는 진동 입력 점에서의 입력 진폭 및 주파수를 각각 나타내며, ϕ 는 시간 지연이다. 만약 대상 시스템이 주어진 가진 조건에서 연성 모

드를 가진다면 입력 가진점과 취약 부위의 관계는 주파수 전달 함수로부터 유추할 수 있으며 식 (7)으로 표현하였다.

$$S_{\sigma\sigma} = \| H_m \|^2 S_{aa} \quad (7)$$

여기서, S_{aa} 및 $S_{\sigma\sigma}$ 는 가속도 및 응력에 대한 자기상관함수의 주파수 표현이다. 진동에 의거하여 발생된 피로 손상도는 Miner의 법칙에 의해 선형적으로 표현할 수 있으며, 취약 부위의 응력이 $\sigma(\omega_1)$ 라고 가정하며 식 (8)로 표현된다.

$$D(T_1) = \frac{\omega_1 T_1}{k} \frac{1}{\sigma(\omega_1)^\alpha} \quad (8)$$

여기서, α 와 k 는 각각 S-N 선도에 관련된 기울기 및 응력 절편을 각각 나타낸다. 식(7)의 조건을 활용하면 응력 크기($\bar{\sigma}$)는 다음 식 (9)로 표현된다.

$$\bar{\sigma}(\omega_1) = \| H_m \| \bar{a} \quad (9)$$

식 (8)와 식 (9)를 활용하면 피로 손상도는 아래 식 (10)으로 표현된다.

$$D(T_1) = \frac{\omega_1 T_1}{k} \| H_m(\omega_1) \|^{\alpha} \bar{a}^{-\alpha} \quad (10)$$

이와 달리, 가진 입력에서의 에너지는 식 (6)를 활용하여 아래 식 (11)로 표현된다.

$$E(\omega_1) = (\bar{a}\xi_s)^2 \quad (11)$$

$$\xi_s^2 = \int_0^{T_1} |\cos(\omega_1 t + \phi)|^2 dt = \pi \omega_1 T_1$$

만약, 취약 부위에서의 하중과 입력 부위에서의 에너지가 선형적인 관계가 있다고 가정하면 선형적인 관계를 대표하는 선형 이득(κ)은 식 (12)로 표현된다.

$$D(\omega_1) = \kappa(\omega_1) E(\omega_1)^{\frac{-1}{2b}}$$

$$\Leftrightarrow \kappa(\omega_1) = \pi^{\frac{1}{2b}} \omega_1^{\left(1 + \frac{1}{2b}\right)} T_1^{\left(1 + \frac{1}{2b}\right)} S_0^{\frac{1}{b}} \| H_m(\omega_1) \|^{\frac{-1}{b}} \quad (12)$$

여기서, 선형 이득은 주파수 응답 함수, 가속도 및 피로 손상도에 종속적인 함수로 피로 손상도와 가진 에너지를 연결하는 역할을 나타낸다.

만약 입력 가진이 단위 값이라고 가정하면, 비례 이득은 동일한 주파수 입력에 대해 피로 손상도와 같은 값이 되며 이것은 물리적으로 모든 주파수 대역에 대해서 성립하게 된다. 그러므로 비례 이득은 단위 입력 에너지에 대한 대상 부품의 주파수별 피로 손상도이며 이러한 물리적인 관계를 고려할 때 비례 이득을 에너지 등고선으로 정의할 수 있다. 피로 손상도는 실제 입력된 가진 에너지와 곱하여서 주어진 가진 조건아래 영향을 받은 대상 부품의 피로 손상도와 등가가 된다. 그러므로 주파수 영역에서 입력 에너지(E)에 대한 피로 손상도(D)는 에너지 등고선(κ)을 활용하여 아래 식 (13)으로 표현된다.

$$D = \sum_{i=1}^N \kappa(\omega_i) (\bar{a}(\omega_i))^{\frac{-1}{b}} \quad (13)$$

여기서, N 은 분해 가능한 주파수 개수이며, 피로 손상도는 에너지 등고선과 함께 입력 가속도가 변수가 된다.

4.2 단순 시편의 피로 손상도 예측

Fig. 2에서 측정 한 가속도 데이터들을 활용해 식 (13)에 대입함으로써 각 측정 포인트에서의 피로 손상도를 얻어낼 수 있다. 물론 에너지 등고선(κ) 정보도 필요하기 때문에 피로 손상도를 예측하고자 하는 대상위치가 선정되어야 하며, 식 (13)과 같이 가속도와 응력간의 주파수 응답 함수도 정의되어 있어야 한다. 대상 위치는 Fig. 1(b)의 #2로 선정하였으며, Fig. 1(a)의 서로 다른 6개 측정가속도와

관계는 아래 Fig. 3에 나타내었다. 도출된 에너지 등고선과 가속도 데이터 정보를 활용하여 관심 부분에서의 피로 손상도를 예측하였다. 아래 Fig. 4는 서로 다른 위치에서의 가속도 데이터 기반의 피로손상도 예측 결과이며, 스트레인게이지 정보를 활용한 계산 결과를 동시에 도시하였다. 강제모드와 선형모드 모두 스트레인게이지로부터 획득된 응력 데이터로부터 계산된 피로 손상도와 가속도 데이터로부터 예측된 결과들은 공진피크 중심으로 대부분 동일한 값을 도출함을 확인할 수 있다.

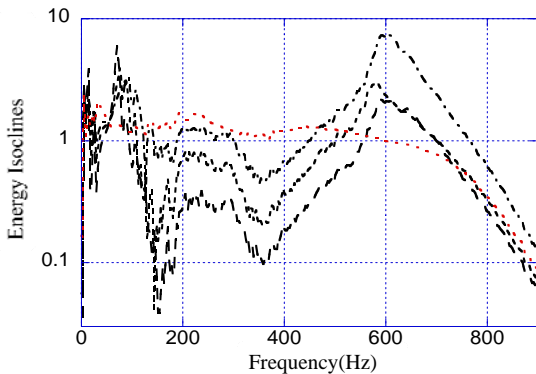


Fig. 3 Frequency response function between acceleration and stress on a simple specimen.
 — measured, - - - #1, ····· #3,
 - · - · #4, ····· #6

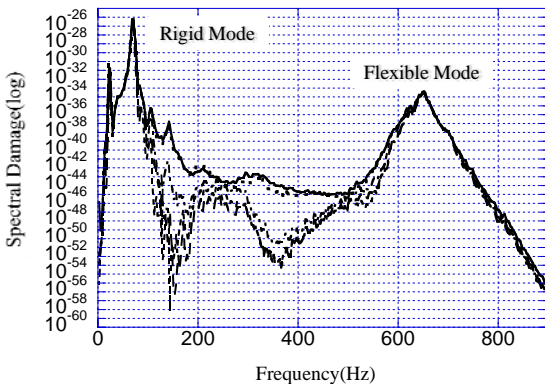


Fig. 4 Prediction of the accumulated fatigue damage from acceleration data.
 — measured, - - - #1, ····· #3,
 - · - · #4, ····· #6

피로 손상도는 시편의 공진에 의해 공진점 부근에서 높은 수치가 예측되었으며, 스트레인게이지로

부터 계산된 손상도와 비교한 결과 전체 스펙트럼 범위에서 비교적 동일한 값을 나타내었다. 강제모드와 첫 번째 연성모드에서 보다 엄밀한 비교를 위해 피크 공진점 부근의 10Hz 구간에 대해 얻어진 예측 값들을 계산된 손상도와 비교하였으며, 상대오차를 계산한 후 아래 Table 2와 Table 3에 정리하였다. 비교 결과, #6 위치에서 측정된 가속도 값을 활용하여 예측된 피로 손상도는 공진점 근처에서 12% 이하의 상대오차를 도출시켰으며, 타 측정 위치에서의 오차 값들 대비 매우 신뢰도가 높다.

Table 2 Relative spectral damage error between calculated result and predicted ones at rigid mode

Node	65.9 (Hz)	68.3 (Hz)	70.8 (Hz)	73.2 (Hz)	75.6 (Hz)
#1	477.5	637.7	134.1	98.2	99.6
#3	115.6	143.5	131.7	163.5	225.7
#4	42.6	42.6	53.9	70.8	104.0
#6	29.4	16.3	11.1	14.3	21.3

Table 3 Relative spectral damage error between calculated result and predicted ones at 1st rigid mode

Node	646.9 (Hz)	649.4 (Hz)	651.8 (Hz)	654.3 (Hz)	656.7 (Hz)
#1	4.6	33.7	50.0	73.4	108.4
#3	13.1	27.8	30.5	38.1	50.4
#4	5.8	36.2	46.1	60.6	87.4
#6	0.2	2.5	3.3	8.4	10.6

앞서 진행된 설계 민감도 정보와 본 상대오차의 관계를 규명하기 위해 아래 Fig. 4, 5와 같이 상대오차와 설계민감도 지수를 하나의 그래프에 도시하였다. 도시 결과, 설계 민감도 지수는 상대오차와 비례적인 관계가 있음을 확인할 수 있다. 이는 Fig. 3과 같이 설계 민감도 지수가 높은 부분은 해당 가속도의 에너지가 높기 때문에 시편의 취약 부위에서 동일 응력 값을 얻어내기 위한 가속도의 크기 정보가 달라지는 것이다. 따라서 설계 민감도가 낮은 부분에서는 상대적으로 작은 크기의 가속도가 취약 부위의 응력 값을 예측하며, 설계 민감도가 큰 부분에서는 큰 크기의 가속도 크기로 동일한 응력 값을 예측하는 것이다. 결과적으로 동일 크기의 가속도에 따라 예측되는 취약 부위의 응력 값이 달라지기 때

문에 설계 민감도가 큰 측정 위치에서의 피로 손상도 예측 경우가 상대적으로 정확도가 높게 된다.

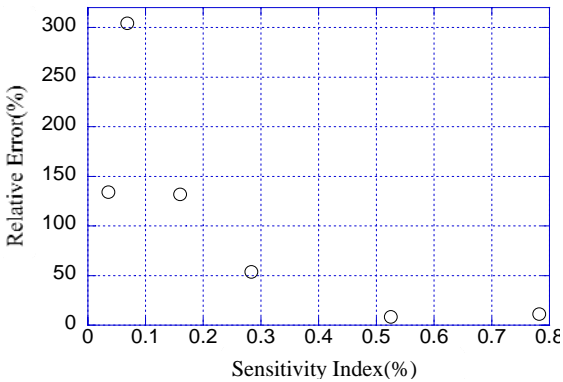


Fig. 4 Prediction of accumulated fatigue damage versus relative fatigue damage error at rigid mode

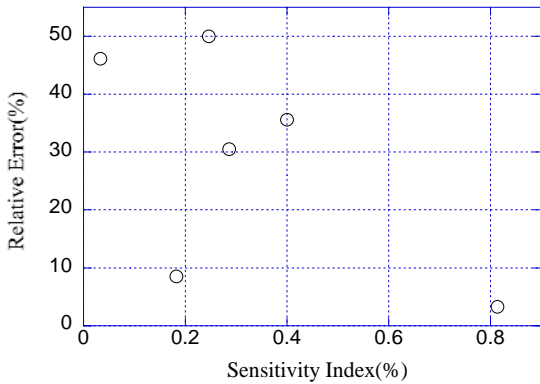


Fig. 5 Prediction of accumulated fatigue damage versus relative fatigue damage error at 1st mode

6. 결 론

본 연구에서는 공통적으로 가속도 데이터를 활용하는 설계 민감도 해석과 진동내구 방법론 사이의 관계를 규명하는 것을 목적으로 하였다. 단축 가진으로부터 얻어진 노치가 있는 단순 시편의 가속도 응답 데이터를 활용하여 측정 위치 점들의 설계 민감도 지수를 획득하였으며, 가속도와 노치 부위의 응력 사이의 주파수 응답 함수를 활용한 진동내구 손상도 예측 방법을 각각 수행하였다. 다수의 가속도 데이터를 활용한 노치 부위의 피로 손상도를 비교한 결과, 설계 민감도가 높은 부위에서의 예측 값이 실제 스트레인게이지 정보로부

터 계산된 피로 손상도에 가장 근접하고 있음을 확인하였다. 이는 단위 가속도 크기에 대한 예측 능력의 크기 정보에서 설계 민감도가 큰 지점의 상대 값이 작기 때문에 다른 가진 조건에서의 오차 범위 또한 작아진 것으로 판단된다.

후 기

본 논문은 동남광역경제권 선도사업 R&D 사업 (과제명: 오일펌프의 엔진상태 성능 평가기술 개발) 의 성과물로서 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) C.J. Kim, Y.J. Kang, B.H. Lee, 2011, "Sensitivity analysis for reducing critical responses at axle shaft of light-weighted vehicle" International Journal of Automotive Technology, accepted.
- (2) W.L. Bayissa, N. Haritos, 2007, "Structural damage identification in plates using spectral strain energy analysis, Journal of Sound and Vibration, 307, pp.226-249.
- (3) Z.D. Xu, Z. Wu, 2007, "Energy damage detection strategy based on acceleration responses for long-span bridge structures", Engineering Structures, 29, pp.609-617.
- (4) E. Parloo, S. Vanlanduit, P. Verboven, 2004, "Increased reliability of reference-based damage identification techniques by using output-only data, Journal of Sound and Vibration, 270, pp.813-832.
- (5) C.J. Kim, Y.J. Kang, B.H. Lee, "Experimental spectral damage prediction of a linear elastic system using acceleration response", 2011, Mechanical Systems and Signal Processing, 25, pp.2538-2548.
- (6) C.J. Kim, Y.J. Kang, B.H. Lee, "Generation of driving profile on a multi-axial vibration table for vibration fatigue testing", 2011, Mechanical Systems and Signal Processing, in print.
- (7) C.J. Kim, "Analysis of vibration fatigue of linear elastic systems using measured acceleration responses", Doctoral Dissertation, Seoul National University, 2011.