

Scale effect를 고려한 탄소나노튜브의 유체유발진동

Scale Effect on the Flow-Induced Vibration of Carbon Nanotubes Conveying Fluids

최종운* · 김성균** · 박상윤* · 김영준* · 송오섭†

Jongwoon Choi, Sung-kyun Kim, Sangyun Park, Youngjune Kim and Ohseop Song

Key Words : Carbon Nanotube(탄소나노튜브), Nanopipe(나노파이프), Flutter(플러터), Divergence(발산), Critical Flow Velocity(임계유속), Scale Effect(크기 효과), Nonlocal(비국부적)

ABSTRACT

In this paper, static and oscillatory loss of stability of carbon nanotube conveying fluid and modelled as a thin-walled beam is investigated. Analytically nonlocal effect, transverse shear and rotary inertia are incorporated in this study. The governing equations and the boundary conditions are derived through Hamilton's principle. Numerical analysis is performed by using extend Galerkin method which enables us to obtain more exact solutions compared with conventional Galerkin method. Variations of critical flow velocity for analytically nonlocal effect, partially nonlocal effect and local effect of carbon nanopipes are investigated and pertinent conclusion is outlined.

1. 서 론

기 호 설 명

u_o, v_o, w_o : X, Y, Z 축 방향의 병진 변위
 θ_x, θ_y, ϕ : X, Y, Z 축에 관한 회전 변위
 $F_w(s), n a(s)$: 1, 2차 외팽함수
(n, s, z) : 반경방향, 원주방향, 축방향 좌표
 $\sigma_{ij}(r)$: 비국부적 응력텐서
 $\sigma'_{ij}(r')$: 고전(국부적) 응력텐서
 $\epsilon_{ij}(r')$: 변형률 텐서
 δ_{ij} : 크로네크 델타
 λ, μ : Lamé 상수
 $e_n (= \frac{e_0 a}{L})$: 무차원 길이 스케일
 e_0 : 비국부적 스케일링 파라미터
 b_1 : 나노파이프의 단위길이 당 질량
 m_f : 유체의 단위길이 당 질량

탄소나노튜브(Carbon NanoTube ; 이하 CNT)는 그 우수한 전기적, 기계적, 물리적, 화학적 특성 때문에 나노전기기계, 나노파이프, 나노센서, 나노작동기, 나노복합재료 등을 위한 요소로서 크게 각광받고 있다. CNT는 완벽한 중공 실린더 구조와 우수한 기계적 특성으로 인하여 가스 저장을 위한 나노 컨테이너와 유체를 수송하는 나노파이프로서 사용될 수 있는 가능성이 있다. 특히, 나노파이프는 내부를 흐르는 유동 유체의 속도에 따라 그 거동 특성이 크게 달라지므로 이에 대한 연구가 필수적이다.

Karl Sohlberg와 그의 공동 연구자들⁽¹⁾은 연속체 모델링을 CNT의 진동에 적용하여 CNT 진동 분석에 관한 방법으로서 다양하고 효과적인 대안을 제시하였으며, 분자동역학 연구의 실효성을 위하여 연속체 방법의 필요성을 주장하였다.

I. R. Fernandez와 그의 공동 연구자들⁽²⁾은 분자 구조역학을 사용하여 구한 양단 자유 SWCNT의 결과와 오일러 보(이하 EB) 이론에 기초한 결과를 비

† 교신저자; 정회원, 충남대학교 기계공학과
E-mail : songos@cnu.ac.kr
Tel: (042)821-5650 Fax: (042)-822-5642
* 충남대학교 대학원 기계공학과
** 한국원자력연구원

교하여 중횡비가 클수록, 원자수가 증가할수록 두 방법의 결과가 유사하다는 것을 밝히고, 작은 중횡비의 CNT를 해석할 경우, 두 방법을 이용한 결과의 상이성을 줄이기 위해 전단 변형과 회전 관성 효과를 고려하여야 함을 주장하였다.

특히 CNT 유체유발진동에 관하여서는 J. Yoon과 그의 공동 연구자들^(3,4)은 양단 단순지지, 양단 고정 각각의 경우, EB 이론을 적용하여, J. W. Choi 등^(5,6)은 티모셴코 보(이하 TB)이론을 적용하여 나노파이프 내부를 흐르는 유체가 자유진동에 미치는 영향, 나노파이프의 유체 유동에 의한 구조적 불안정성과 외팔보 나노파이프의 유체 유동에 의한 플러터 불안정에 관하여 연구하였다.

그 후, 나노스케일 영역에서 좀 더 정확한 결과를 얻어내기 위하여 Strain Gradient Model, Couple Stress Model, Nonlocal Stress Model 같은 진보된 연속체 모델에 대한 연구가 수행되었다. 특히, 비국부적 응력 모델(Nonlocal Stress Model)⁽⁷⁾은 나노스케일 효과를 충분히 반영한 효과적인 모델이다.

P. Soltani⁽⁸⁾, H.-L. Lee^(9,10), L. Wang⁽¹¹⁾ 등의 연구자들은 비국부적 응력을 고려한 SWCNT의 유체 유발진동 특성을 연구를 EB이론에 기초하여 수행하였다. 이들이 고려한 비국부적 응력 이론은 고전모델을 확장한 개념으로 부분적 비국부이론(Partially Nonlocal Theory; 이하 PNT)이라 불리는데, 강성을 작게 예측하는 특성이 있어서 시험결과나 분자동역학 결과와 모순이 생겼다.

Y. Yang 등의⁽¹²⁾ 연구자들은 이러한 모순에 대한 해결책으로 분석적 비국부이론>Analytically Nonlocal Theory; 이하 ANT)모델을 연구하여 CNT의 파동전파 문제에 적용하였다.

최근 나노파이프의 유체 유발 진동에 관한 연구는 상기 연구들에서 볼 수 있듯이, PN을 적용^(8,9,10,11)하여 수행되었으며, 비국부 고차항 등의 영향이 무시되어 그 결과의 신뢰도가 의심된다.

본 연구에서는 전단 변형과 회전 관성의 영향을 고려한 박판 보 모델(thin-walled beam model)에^(13,14,15) 기초하여 AN 외팔보 나노파이프의 고유진동수 및 유체 유발 진동에 의한 플러터 불안정성 경향을 도출하고 이들의 결과를 PN 이론에 기초한 결과 및 비국부 모델을 고려하지 않은 고전이론에 의한 결과와 비교, 고찰하였다.

2. 구조 모델링

2.1 박판 보 모델의 변위장

나노파이프 내의 한 점 A의 변위벡터를 6개의 변위변수(kinematic variables)로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(s, z, t) &= u_o(z, t) - Y(s)\phi(z, t) \\ v(s, z, t) &= v_o(z, t) + X(s)\phi(z, t) \\ w(s, z, n, t) &= w_o(z, t) + \theta_Y(z, t) [X(s) + n \frac{dY}{ds}] \\ &\quad + \theta_X(z, t) [Y(s) - n \frac{dX}{ds}] \\ &\quad - \phi'(z, t) [F_w(s) + n a(s)] \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 u_o, v_o, w_o 는 X,Y,Z 방향의 병진변위를, θ_X, θ_Y, ϕ 는 X,Y,Z 축 중심의 회전변위를 나타낸다.

2.2 비국부장 이론 (Nonlocal Theory)

격자동역학 원자이론에 기초한 비국부적 연속체 탄성장 이론은 Eringen⁽⁷⁾에 의해 처음으로 제시되었다. 이 이론에 의하면, 탄성체 어느 한 점에서의 비국부적 응력은 그 점에서의 변형률뿐만 아니라 그 물체의 모든 다른 점에서의 변형률에 의하여 결정된다.

비국부적 이론의 구성방정식은 다음과 같다.⁽¹²⁾

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(r) &= \int_{\Omega} \alpha(|r'-r|, e_n) \sigma'_{ij}(r') d\Omega \\ \sigma'_{ij}(r') &= \lambda \epsilon_{kk}(r') \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}(r') \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서, 비국부적 모듈 α 는 $|r'-r|$ 와 e_n 의 함수이고, a 는 내부 특성 길이(internal characteristic length)로서 CNT에서 탄소와 탄소 사이의 거리(0.142nm)를 의미하며, e_0 는 CNT에서 0.29에서 8.79까지의 값을 가지는 것으로 알려져있다.⁽¹⁶⁾

그러나 상기 식(2)는 분석적인 방법으로는 취급하기가 어려워 Eringen⁽⁷⁾은 다음의 미분방정식으로 단순화하였다.⁽¹²⁾

$$(1 - e_0 a^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = \sigma'_{ij} \quad (3)$$

23 운동방정식과 경계조건

다음의 해밀턴 변분원리를 이용하여 나노파이프의 운동방정식과 경계조건을 유도한다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} (-\delta V + \delta K + \delta W_f) dt = 0 \quad (4)$$

$t = t_0, t = t_1$ 에서

$$\delta u_o = \delta v_o = \delta w_o = \delta \theta_Y = \delta \phi = 0$$

식(4)에서 ANT의 변형에너지 V 는 다음과 같다.⁽¹²⁾

$$V = \frac{1}{2} \int_{\tau} (v_1 + v_2 + v_3) d\tau \quad (5)$$

$$v_1 = \frac{1}{2} E \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (e_0 a)^{2n} (\epsilon_Z^{<n>})^2$$

$$v_2 = E \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (e_0 a)^{2(n+1)} \sum_{m=1}^n [(-1)^{m+1} \epsilon_Z^{<m>} \epsilon_Z^{<2(n+1)-m>}] \right\}$$

$$v_3 = \frac{1}{2} E \epsilon_Z^2$$

PNT에 의한 나노파이프의 변형에너지는 식(3)을 사용하여, 국부적 응력 이론(고전 연속체 이론)식에 응력 및 굽힘 모멘트의 식을 대입하여 구한다.^(8,9,10,11)

식(4)에서 운동에너지 K 는 파이프의 운동에너지(K_p)와 유체의 운동에너지(K_f)의 합으로 표현된다.

나노파이프와 유체의 운동에너지는 다음과 같다.

$$K_p = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] d\tau \quad (6)$$

$$K_f = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_f \vec{R}_f \cdot \vec{R}_f d\tau \quad (7)$$

끝단($z=L$)에서 유속 U 에 의한 가상일(δW_f)은 비보존계이므로 다음과 같다.

$$\delta W_f = - \int_0^{2\pi} \int_0^{(R-\frac{h}{2})} \rho_f U [(u_0 + U u_0') \delta u_0 + (v_0 + U v_0') \delta v_0 + w_0 \delta w_0]_{z=L} r dr d\theta \quad (8)$$

이들을 해밀턴 변분 원리식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 운동방정식과 경계조건을 구할 수 있다.

운동방정식

$$\delta u_o : a_{44} (u_o'' + \theta_Y') = b_1 \dot{u}_o + m_f \ddot{u}_o + 2m_f U \dot{u}_o' + m_f U^2 u_o'' \quad (9)$$

$$\delta \theta_Y : a_{22} \theta_Y'' - a_{44} (u_o' + \theta_Y) - a_{22} (e_0 a)^2 \theta_Y'''' - 3a_{22} (e_0 a)^4 \theta_Y'''''' = (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_Y$$

외팔보 경계조건

$$\text{at } z = 0 ; u_o = \theta_Y = 0$$

$$\text{at } z = L ; a_{44} (u_o' + \theta_Y) = 0, a_{22} \theta_Y' = 0 \quad (10)$$

여기서 a_{44}, a_{22} 는 전단 및 굽힘 강성계수이다.⁽¹⁵⁾

3. 수치 해석

3.1 무차원화(Dimensionless)

다음과 같이 무차원화된 파라미터를 가정한다.

$$\xi = \frac{z}{L}, \bar{\eta}(\xi, T) = \frac{u_o(z, t)}{L}, \bar{\theta}_Y(\xi, T) = \theta_Y(z, t),$$

$$\beta = \frac{m_f}{b_1 + m_f}, \bar{u} = \sqrt{\frac{m_f L^2}{a_{22}}} U, \sigma = \frac{a_{22}}{a_{44} L^2}, \quad (11)$$

$$T = \sqrt{\frac{a_{22}}{b_1 + m_f}} \frac{t}{L^2}, \gamma = \left(\frac{b_5 + b_{15}}{b_1 + m_f} \right) \frac{1}{L^2}, e_n = \frac{e_0 a}{L}$$

식(11)을 이용하여 무차원 지배방정식을 유도한다.

운동방정식

$$\bar{\theta}_Y' + \bar{\eta}'' = \sigma \bar{\eta} + 2\sigma \bar{u} \beta \frac{1}{L} \dot{\bar{\eta}}' + \sigma \bar{u}^2 \bar{\eta}'' \quad (12)$$

$$\sigma \bar{\theta}_Y'' - \bar{\theta}_Y - \bar{\eta}' - \sigma (e_n^2 \bar{\theta}_Y'''' + 3e_n^4 \bar{\theta}_Y'''''') = \sigma \gamma \ddot{\bar{\theta}}_Y$$

외팔보 경계조건

$$\text{at } \xi = 0 ; \bar{\eta} = \bar{\theta}_Y = 0$$

$$\text{at } \xi = 1 ; \bar{\theta}_Y + \bar{\eta}' = 0, \sigma \bar{\theta}_Y' = 0 \quad (13)$$

여기에서, $(\dot{\quad}) = \frac{\partial(\quad)}{\partial T}, (\quad)' = \frac{\partial(\quad)}{\partial \xi}$ 이다.

3.2 고유치 문제

Extended Galerkin's method를 사용하여 위의 고유치문제의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 해를 가정한다.

$$\bar{\eta}(\xi, T) = \sum_{j=1}^N a_j(T) \phi_j^{(1)}(\xi), \bar{\theta}_Y(\xi, T) = \sum_{j=1}^N b_j(T) \phi_j^{(2)}(\xi) \quad (14)$$

여기에서 시험함수 ϕ_j 는 경계 조건을 만족시키는 TB의 고유함수를 이용한다.

위 식(14)를 식(12),(13)에 대입한 후 $j=1$ 부터 N 까지 Extended Galerkin 적분을 행하고 행렬식으로 정리하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (15)$$

여기서, $\{\ddot{q}\}, \{\dot{q}\}, \{q\}$ 및 $[M], [C], [K]$ 는 다음과 같다.

$$\{\ddot{q}\} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_j \\ \ddot{b}_j \end{bmatrix}, \{\dot{q}\} = \begin{bmatrix} \dot{a}_j \\ \dot{b}_j \end{bmatrix}, \{q\} = \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix}$$

식(15)를 상태공간식으로 표현하면, 다음과 같다.

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} \quad (16)$$

$$\text{여기에서, } \{Z\} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

본 연구의 수치해석에 사용된 나노파이프 및 유체의 재료 특성과 기하학적 특성은 다음과 같다.

$$E = 1 \text{ TPa}, \quad G = 0.4 \text{ TPa}, \quad \nu = 0.25, \\ \rho_{\text{CNT}} = 2.3 \text{ g/cm}^3, \quad \rho_f = 1 \text{ g/cm}^3, \quad h = 0.34 \text{ nm}$$

3.3 무차원 상대 유속

무차원화 된 유속의 상대비교를 위해, 상대 유속을 다음과 같이 정의한다.

$$\overline{U_{\text{rel}}} = \overline{u} \overline{R} \frac{1}{L} \quad (17)$$

$$\overline{R} = \sqrt{\frac{m_f^*}{a_{22}^*}} / \sqrt{\frac{m_f}{a_{22}}}, \quad \overline{L} = \frac{L}{L^*} \text{이며, } (*) \text{ 는 } h = 0.34 \text{ nm}, \\ L = 13.6 \text{ nm}, \quad R_{\text{out}} = 0.68 \text{ nm} \text{ 일 때의 수치이다.}$$

4. 수치 해석 결과 및 고찰

Tables 1, 2는 $R_{\text{in}}/R_{\text{out}}$ 이 0.6, 0.9인 경우, e_0 값의 변화(0.29-8.79)⁽¹⁶⁾에 따른 고유진동수 변화를 고전이론(CT), 부분적 비국부이론(PNT), 분석적 비국부이론(ANT)으로 나누어 3차 모드까지 고찰하였다. 특히, PNT, ANT에 있어서는 비국부 고차항의 영향을 살펴보기 위하여 4차와 6차의 경우로 나누어 살펴보았다.

Tables 1, 2로부터, PNT는 CT 와 비교하여 고유진동수값을 다소 작게 예측하며, ANT는 다소 크게 예측함을 볼 수 있다. 특히, e_0 값이 커질수록, 모드수가 증가 할수록 그 경향이 커짐을 알 수 있다. 비국부적 이론을 적용 할 경우, CNT 내부 탄소들의 결합력이 증가하여 강성이 커지며 따라서 CT의 경우보다 고유진동수가 커진다. 따라서 ANT에 의한 해석이 PNT보다 더 정확한 결과 예측이 가능하다.

e_0 가 증가하면 ANT의 경우 고유진동수 값이 증가하며, 이는 결합력이 증가할수록 CNT구조물의 강성이 커지기 때문이다. 이 경향은 $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.6$ 인 경우가 0.9인 경우보다 뚜렷하며 이는 크기가 작을수록 크기 효과가 커지기 때문으로 사료된다.

또한, 비국부 고차항을 4차와 6차까지 고려한 경우를 비교하면, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.6$ 인 경우에는 e_0 값의 증가에 따라 고유진동수가 차이를 보이나, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.9$ 인 경우는 동일한 고유진동수를 나타낸다. 이 역시 크기가 작을수록 구조물이 크기 효과(scale effect)에 더욱 민감하게 반응하기 때문인 것으로 사료된다. 그러므로 크기가 작은 구조물일수록 비국부 고차항의 차수를 늘려서 사용하는 것이 바람직할 것이다.

Figures 1, 2에서는 $R_{\text{in}}/R_{\text{out}}$ 이 0.6, 0.9인 경우에, e_0 값의 변화(0.29-8.79)⁽¹⁶⁾에 따른 플러터 불안정성을 발생시키는 임계유속 변화를 CT), PNT, ANT로 나누어 살펴보았다. 특히, PNT, ANT에 있어서는 비국부 고차항의 영향을 살펴보기 위하여 4차와 6차까지 고려한 경우로 나누어 살펴보았다.

Figures 1,2로부터, e_0 값이 증가하면 CT와 비교하여 PNT의 경우 임계유속이 감소하고, ANT 경우는 임계유속이 증가함을 알 수 있다. e_0 값이 커질수록 비국부적 효과가 커지는데, 고유진동수와 마찬가지로 CNT 내부 탄소들의 결합력이 증가하여 CNT 구조물의 강성이 증가하여 임계유속이 CT의 경우보다 커지는 것으로 판단된다. 이로써 ANT가 PNT보다 더 바람직한 결과 예측이 가능하다는 것을 보여준다.

또한, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.6$ 인 경우가 $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.9$ 인 경우보다 크기 효과에 더욱 민감하게 반응한다.

비국부 고차항을 4차와 6차까지 고려한 경우를 비교하면, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.6$ 인 경우에는 e_0 값이 점점 증가함에 따라서 임계유속이 차이를 보이나, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}}$

=0.9 인 경우는 동일한 임계유속을 나타낸다. 이 원인은 Tables 1, 2의 경우와 같은 것으로 사료된다.

Table 1. Variation of natural frequencies with e_0
($R_{in}/R_{out} = 0.6, L/2R_{out} = 10, h = 0.34$)

$e_0(e_n)$	ω			
	CT ; 3.49149 / 21.0271 / 55.6322			
	PNT		ANT	
	4th	6th	4th	6th
0.29 (0.00242)	3.49145 21.0252 55.6213	3.49145 21.0252 55.6213	3.49154 21.029 55.6431	3.49154 21.029 55.6431
1.99 (0.01662)	3.48924 20.9369 55.1119	3.48924 20.9373 55.1191	3.49372 21.1157 56.1397	3.49371 21.1146 56.1192
3.69 (0.03082)	3.48358 20.7097 53.7814	3.48361 20.7143 53.8711	3.49903 21.3261 57.3297	3.49897 21.3135 57.0968
5.39 (0.04502)	3.47395 20.318 51.4121	3.47412 20.3418 51.8812	3.50722 21.6482 59.1158	3.50697 21.5919 58.1013
7.09 (0.05922)	3.45856 19.6803 47.2835	3.45978 19.783 49.187	3.51804 22.0683 61.3872	3.51721 21.901 58.4447
8.79 (0.07342)	3.42468 18.2172 37.3968	3.43867 18.9644 46.1247	3.53121 22.5742 64.041	3.52857 22.1653 56.7614

Table 2. Variation of natural frequencies with e_0
($R_{in}/R_{out} = 0.9, L/2R_{out} = 10, h = 0.34$)

$e_0(e_n)$	ω			
	CT ; 3.48634 / 20.8282 / 54.5271			
	PNT		ANT	
	4th	6th	4th	6th
0.29 (0.00061)	3.48634 20.8281 54.5265	3.48634 20.8281 54.5265	3.48634 20.8283 54.5277	3.48634 20.8283 54.5277
1.99 (0.00416)	3.4862 20.8228 54.4975	3.4862 20.8228 54.4975	3.48648 20.8336 54.5567	3.48648 20.8336 54.5566
3.69 (0.00771)	3.48586 20.8097 54.425	3.48586 20.8097 54.4253	3.48681 20.8466 54.6286	3.48681 20.8466 54.6277
5.39 (0.01126)	3.48532 20.7887 54.3086	3.48532 20.7887 54.31	3.48735 20.8674 54.743	3.48735 20.8672 54.739
7.09 (0.01481)	3.48458 20.7596 54.1475	3.48458 20.7598 54.1516	3.48808 20.8959 54.8992	3.48808 20.8953 54.8873
8.79 (0.01836)	3.48362 20.7224 53.9403	3.48362 20.7229 53.9501	3.48901 20.9319 55.0961	3.48901 20.9304 55.0682

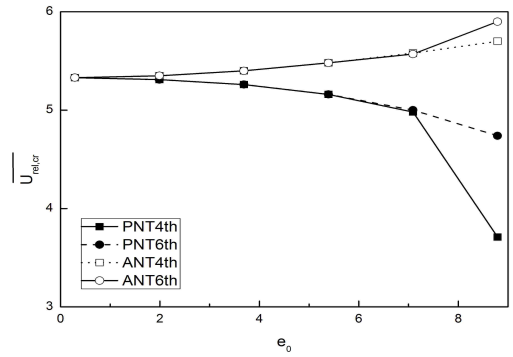


Fig. 1 Variation of relative critical velocities, $\overline{U}_{rel,cr}$ with e_0 ($R_{in}/R_{out} = 0.6, L/2R_{out} = 10, h = 0.34$)

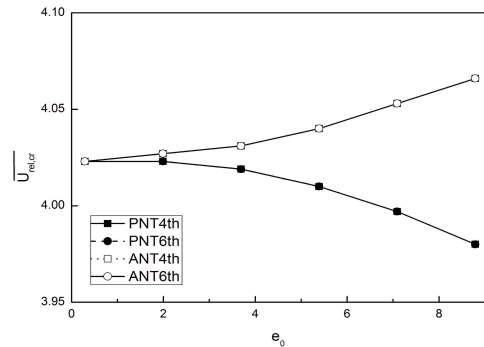


Fig. 2 Variation of relative critical velocities, $\overline{U}_{rel,cr}$ with e_0 ($R_{in}/R_{out} = 0.9, L/2R_{out} = 10, h = 0.34$)

5. 결론

본 연구에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 분석적 비국부 방법이 고전이론보다 임계유속 값을 크게 예측(overestimates)한다.
- (2) e_0 값이 커질수록 임계유속이 증가하는데, 이는 CNT 내부 탄소들의 결합력이 증가하여 CNT 구조물의 강성이 증가하기 때문이다
- (3) 크기가 작을수록 구조물이 크기 효과(scale effect)에 더욱 민감하게 반응하므로 비국부 고차항의 차수를 늘려서 계산하는 것이 바람직하다.
- (4) 비국부 방법에 의한 나노 크기 구조물의 해석은 이전에 사용되었던 티모셴코 또는 오일러 등 고전 이론의 한계를 극복할 수 있도록 하며, 특히 현재 분석적 비국부 방법은 부분적 비국부 방법에 의

한 물리적 모순을 제거하고 실험치에 근접한 결과를 얻을 수 있는 최선의 방법이라 사료된다.

참고 문헌

- (1) Sohlberg, K., Sumpster, B. G., Tuzun, R. E. and Noid, D. W., 1998 "Continuum Methods of Mechanics as a Simplified Approach to Structural Engineering of Nanostructures", *Nanotechnology*, Vol. 9, pp.30~36.
- (2) Fernandez, I. R., Fangohr, H. and Bhaskar, A., 2006, "Normal Modes of Carbon Nanotubes : Similarities and Differences with their Continuum Counterpart", *Journal of Physics : Conference Series*, Vol. 26, pp.131~134.
- (3) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2005, "Vibration and Instability of Carbon Nanotubes Conveying Fluid", *Composites Science and Technology*, Vol 65, pp.1326~1336.
- (4) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2006, "Flow-induced Flutter Instability of Cantilever Carbon Nanotubes", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp.3337~3349.
- (5) Choi, J. W., Gil, B. R. and Song, O. S., 2008, "Flow-induced Vibration of Carbon Nanotubes Conveying Fluid", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 6, pp. 654-662.
- (6) Choi, J. W. and Song, O. S., 2008, "Effect of Boundary Conditions on the Stability Characteristics of Nanopipes", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 10, pp. 1057-1064.
- (7) Eringen, A. C., 2002, "Nonlocal Continuum Field Theories", Springer.
- (8) Soltani, P., Taherian, M. M., and Farshidianfar, A., 2010, "Vibration and Instability of a Viscous-fluid- conveying Single-walled Carbon Nanotube Embedded in a Visco-elastic Medium", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 43, 425401.
- (9) Lee, H.-L. and Chang, W.-J., 2008, "Free Transverse Vibration of The Fluid-conveying Single- walled Carbon Nanotube Using Nonlocal Elastic Theory", *Journal of Applied Physics*, Vol. 103, 024302.
- (10) Lee, H.-L. and Chang, W.-J., 2009, "Vibration Analysis of a Viscous-fluid-conveying Single-walled Carbon Nanotube Embedded in an Elastic Medium", *Physica E*, Vol. 41, pp. 529-532.
- (11) Wang, L., 2009, "Vibration and Instability Analysis of Tubular Nano- and Micro-beams Conveying Fluid Using Nonlocal Elastic Theory", *Physica E*, Vol. 41, pp. 1835-1840.
- (12) Yang, Y., Zhang, L., and Lim. C.W., 2011, "Wave Propagation in Double-walled Carbon Nanotubes on a Novel Analytically Nonlocal Timoshenko-beam Model", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, pp.1704~1717.
- (13) Paidoussis, M. P., 1998, "Fluid-Structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow", Vol. 1, Academic Press.
- (14) Choi, J. W. and Song, O. S., 2001, "Stability Analysis of Composite Material Pipes Conveying Fluid", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 11, No. 8, pp. 314-321.
- (15) Librescu, L. and Song, O. S., 2006, "Thin-Walled Composite beams : Theory and Application", Springer.
- (16) Narendar, S. and Gopalakrishnan, S., 2010, "Terahertz Wave Characteristics of a Single-walled Carbon Nanotube Containing a Fluid Flow using the Nonlocal Timoshenko Beam Model", *Physica-E*, Vol. 42, pp. 1706-1712.