

비압축성 유동장에서의 복합재료 박판 보 항공기 날개 구조물의 비선형 응답특성 연구

Nonlinear Dynamics and Vibrations for Geometrically Nonlinear Composite Aircraft Wings in Incompressible Flow

이환희* · 송지석* · 차석주** · 나성수†

Hwan-hee Lee, Ji-seok Song, Seong-Ju Cha and Sungsoo Na

1. 서론

복합재료의 다양한 장점들 덕분에 수십 년 동안 항공 분야에 많이 쓰여왔다. 최근, 항공기의 구성재료가 유연해짐에 따라 날개의 거동이 커지고 그에 따라 항공기 날개를 설계하는데 있어 이러한 비선형 요소들을 고려하는 것이 점차 중요해 지고 있다. 그 예로 F-16, F/A-18을 주행하는 항공사 들이 비대표적인 비선형 현상인 limit cycle oscillation (LCO) 을 경험하였다고 한다.⁽¹⁾ 이는 예진, 선형을 가정으로 한 항공기 날개의 안정성 판별 해석으로는 예측할 수 없는 현상이기도 하다.

따라서 본 논문에서는, 비압축성 유동장에서의 복합재료 박판 보 항공기 날개 구조물의 기하학적 비선형 응답특성을 계산하였다. 응답을 구하기 위해 Galerkin method와 Multiple scale method⁽²⁾를 사용하였다.

2. 운동방정식

본 연구에서 사용한 항공기 날개 모델은 circumferentially asymmetric stiffness (CAS) lay-up 을 가진 bi-convex cross-section 이다. 운동방정식은 다음과 같다.⁽³⁾⁽⁴⁾

$$\begin{aligned} \delta u_0: & a_{14}u_0'' + a_{44}(u_0'' + \theta_z') + \left\{ [a_{11}v_0' + a_{14}(u_0' + \theta_z)u_0' + \left(a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi' \right) \phi'] \right\}' + p_x - b_1\ddot{w}_0 = 0 \\ \delta v_0: & a_{11}v_0'' + a_{14}(u_0'' + \theta_z') + a_{15}(w_0'' + \theta_x') - b_1\ddot{v}_0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta w_0: & a_{55}(w_0'' + \theta_x') + a_{56}\phi'' + \left\{ [a_{11}v_0' + a_{14}(u_0' + \theta_z)u_0' + \left(a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi' \right) \phi'] \right\}' + p_x - b_1\ddot{w}_0 = 0 \\ \delta \phi: & a_{37}\theta_x'' + a_{77}\phi'' - a_{56}(w_0'' + \theta_x'') - a_{66}\phi^{(iv)} + \left\{ \left(a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi' \right) u_0' - a_{22}\theta_z'w_0' + [a_{81}v_0' + a_{84}(u_0' + \theta_z) + a_{85}(w_0' + \theta_x)] \phi' \right\}' + T_{ae} - (b_4 + b_5)\ddot{\phi} + (b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}'' = 0 \\ \delta \theta_x: & a_{35}\theta_x'' + a_{37}\phi'' - a_{15}v_0' - a_{55}(w_0'' + \theta_x'') - (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x = 0 \\ \delta \theta_z: & a_{22}\theta_z'' - a_{14}v_0' - a_{44}(u_0'' + \theta_z'') - (b_5 + b_{15})\ddot{\theta}_z = 0 \end{aligned}$$

여기서 밑줄 친 부분이 비선형과 관련된 항이다.

3. Galerkin method와 Multiple scale method를 이용한 식 유도

위 방정식을 풀기 위해 Galerkin method를 적용하고, 행렬 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$(\mathbf{M}_L + \mathbf{M}_{ac})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_{ac}\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_{ac})\mathbf{x} = \mathbf{K}_{NL} + \mathbf{F}_{ac}$$

여기서, \mathbf{M}_L 는 구조물과 관련 있는 질량 행렬이며, \mathbf{M}_{ac} , \mathbf{C}_{ac} , \mathbf{K}_{ac} 는 비압축성 유동과 관련된 질량, 감쇠, 강성 행렬이다. \mathbf{K}_L 는 구조물과 관련 있는 선형 강성 행렬이며, \mathbf{K}_{NL} 는 구조물과 관련 있는 비선형 강성행렬이다.

\mathbf{M}_L , \mathbf{K}_L 을 간단히 하기 위해 모드 분해 (modal decomposition)을 통하여 일반 좌표계 (generalized coordinate)로 변환을 하였다. 다음 과정으로 는 Multiple scale method를 적용 시켰다.

$$r_i(t, \varepsilon) = r_{i0}(T_0, T_1) + \varepsilon r_{i1}(T_0, T_1) + \dots$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{\partial}{\partial T_1} + \dots = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots$$

$$T_0 = t, T_1 = \varepsilon t$$

이를 위 식에 대입하고, ε 에 대해서 정리를 하면

† 교신저자; 고려대학교 기계공학과 교수

E-mail : nass@korea.ac.kr

Tel : (02) 3290-3370

* 고려대학교 기계공학과

** 한국남동발전

다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$r_{i0} = A_i(T_1) \exp(i\omega_i T_0) + c.c$$

여기서 A_i 는 진폭, ω_i 는 고유진동수를 의미한다.

4. 내부공진 (Internal resonance)

위에서 언급한 진폭을 실수 부분과 허수부분을 분리하기 위해 다음과 같이 극좌표(polar coordinate)로 표현을 하였다.

$$A_i = \frac{1}{2} \alpha_i \exp(i\beta_i)$$

다음으로 고유진동수의 관계가 다음과 같을 때 비선형 시스템을 해석하여 보았다.

$$\omega_4 \approx \omega_5 + \omega_6$$

이를 이용하여 진폭에 관한 연립미분방정식이 나오게 되며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega_4 \alpha_4' = -\frac{\omega_4}{2} \bar{C}_{ae4} \alpha_4 - \frac{(NLT1)}{4} \alpha_5 \alpha_6 \sin(\gamma)$$

$$-\omega_4 \alpha_4 \beta_4' = \frac{1}{2} [\omega_4^2 \bar{M}_{ae4} - \bar{K}_{ae4}] \alpha_4 + \frac{(NLT1)}{4} \alpha_5 \alpha_6 \cos(\gamma)$$

$$\omega_5 \alpha_5' = -\frac{\omega_5}{2} \bar{C}_{ae5} \alpha_5 + \frac{(NLT2)}{4} \alpha_4 \alpha_6 \sin(\gamma)$$

$$-\omega_5 \alpha_5 \beta_5' = \frac{1}{2} [\omega_5^2 \bar{M}_{ae5} - \bar{K}_{ae5}] \alpha_5 + \frac{(NLT2)}{4} \alpha_4 \alpha_6 \cos(\gamma)$$

$$\omega_6 \alpha_6' = -\frac{\omega_6}{2} \bar{C}_{ae6} \alpha_6 + \frac{(NLT3)}{4} \alpha_4 \alpha_5 \sin(\gamma)$$

$$-\omega_6 \alpha_6 \beta_6' = \frac{1}{2} [\omega_6^2 \bar{M}_{ae6} - \bar{K}_{ae6}] \alpha_6 + \frac{(NLT3)}{4} \alpha_4 \alpha_5 \cos(\gamma)$$

where $\gamma = \beta_4 - \beta_5 - \beta_6 + \sigma T_1$

여기서 비선형 계수이다.

5. 수치해석

Table 1 고유진동수와 매개변수 값

매개변수, 고유진동수	값
ω_4	$4.2351 \times 10^3 \text{ rad/s}$
ω_5	$4.1488 \times 10^3 \text{ rad/s}$
ω_6	86.3 rad/s
$NLT1$	4.4922×10^3
$NLT2$	-4.6691×10^3
$NLT3$	0.2101
ε	0.01
σ	0

다음과 같은 값을 사용하였으며 위 시스템에서 lift force가 다음과 같은 형태로 가해질 때 수치해석

을 해보았다.

$$p_z = \varepsilon k \cos(\omega_4 T_0)$$

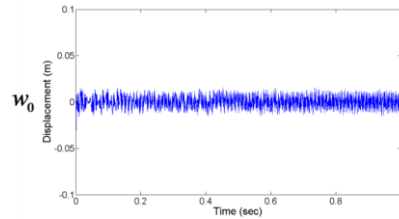


Figure 1 w_0 에 대한 응답 특성 ($k=50$)

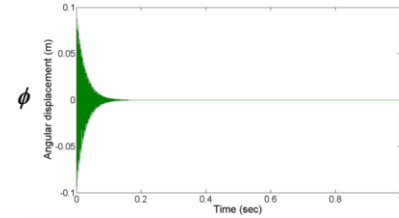


Figure 2 ϕ 에 대한 응답 특성 ($k=50$)

6. 결론

본 논문에서는 multiple scale method를 사용하여 내부 공진 조건을 찾았으며, 이를 토대로 응답 특성을 계산하였다. 이를 통하여 다른 운동방향끼리 에너지가 교환되는 것을 볼 수 있었다. 또한 비선형 진동을 제어하는 데 많은 도움을 줄 수 있을 것이라고 판단할 수 있었다.

7. 참고문헌

1. Bunton, R. and Jr., C. D., Limit cycle oscillation Characteristics of Fighter Aircraft, *Journal of Aircraft*, 37 (2000) 916-918
2. Nayfeh, A. H., "Introduction to Perturbation Techniques", John Wiley & Sons, Inc., N.Y.
3. Zhanming Q., Modeling of geometrically nonlinear aeroelasticity of advanced aircraft wings in incompressible flow, AIAA-2011-1848,2011.
4. Meirovitch, L., "Fundamentals of Vibrations", McGraw-Hill, Inc., N.Y., (2001).

8. 후기

이 논문은 2011 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2011-0001145).