
시변 및 공간 상관 채널 환경에서 2x1 알라마우티 구조 (Alamouti Scheme)의 성능 분석

이은주* · 박재돈** · 윤기완*

*한국과학기술원 · **국방과학연구소

Analysis on the Performance of 2x1 Alamouti Scheme in Time-varying and Spatially Correlated Channels

Eunju Lee* · Jaedon Park** · Giwan Yoon*

*Korea Advanced Institute of Science and Technology · **Agency for Defense Development

E-mail : gwyoon@ee.kaist.ac.kr

요 약

본 논문에서는 무선 통신 시스템의 시변 공간 상관 채널 (time-varying and spatially correlated channel) 환경에서 전송 시공간 부호 및 단순 선형 복조 처리 방식(transmit space-time code and simple linear decoding processing)으로 구성된 2x1 Alamouti scheme의 성능을 분석한다. Alamouti 구조의 closed-form 확률밀도함수 (probability density function, PDF), 출력 신호 대 잡음 비 (output signal-to-noise ratio, SNR) 및 오수신 확률 (outage probability)을 시간영역에서의 상관관계가 없음을 가정하고 공간 상관 계수(spatial correlation coefficient)의 함수로 유도한다. 이로써 채널 환경이 시변 공간 상관 (time-varying and spatially correlated)된 경우, Alamouti 구조의 성능은 상당히 열화 됨을 확인할 수 있다.

ABSTRACT

In this paper, we have implemented a performance analysis of 2x1 Alamouti scheme suggested by Alamouti, composed of the transmit space-time code and the simple linear decoding processing, in perfectly time-varying and spatially correlated channels. In addition, we derived the closed-form probability density function (PDF) of the output signal-to-noise ratio (SNR) and the outage probability of the Alamouti scheme as a function of the spatial correlation coefficient in the consideration of no correlation in time. As a result, it was found that the performance of the Alamouti scheme could be significantly degraded particularly in the case that the channels are time-varying and spatially correlated.

키워드

Alamouti scheme, correlated channels, outage probability, time-varying

1. 서 론

무선통신 시스템에 있어 직교 시공간 블록 부호 (Orthogonal Space-Time Code, OSTBC)는 단순 선형 복조 처리 (linear decoding processing) 방식으로서 수신 신호의 최적검출 (maximum-likelihood detection)을 가능하게 한다는 점에서 지대한 관심을 모아왔다 [1], [2]. 특히, Alamouti는 그의 논문에서 선형 복조 구조를 적

용한 전송 시공간 복조 (transmit space-time decoding) 방식이 완벽한 채널 상태 정보 (channel state information, CSI)를 제공하는 준정적 공간 비상관 채널 (quasi-static and spatially uncorrelated channel) 환경 아래에서 최대비 합성법 (maximum-ratio combining, MRC) 구조가 제시하는 성능과 거의 동등한 성능을 가짐을 보여주었다 [1]. 그러나 실제 채널 환경에 있어서는 준정적 상태가 성립되기 어렵기 때문에 수신 단

에서 선형 복조 특성을 가지는 Alamouti 구조는 완벽한 채널 상태 정보 (CSI)를 얻는다 하여도 채널의 간섭 성분을 완벽히 제거할 수 없다 [3], [4]. 그 결과 Alamouti 구조는 시변 채널 (time-varying channel) 환경에서 심각한 성능 열화를 겪게 된다. 또한 채널이 인접 안테나와 공간상으로 상관 (spatially correlated)되어 있는 경우, Alamouti 구조는 상관 효과 (correlation effect)로 인한 성능 열화 역시 겪게 된다 [5]-[7].

이전의 연구들이 시변 공간 상관 채널 (time-varying and spatially correlated channel) 환경에서의 OSTBC의 성능을 분석하는데 주로 집중된 반면, 본 논문에서는 동등한 채널 환경에서 전송 시공간 부호 및 단순 선형 복조 처리 방식 (transmit space-time code and simple linear decoding processing)으로 구성된 2x1 Alamouti 구조의 성능을 분석한다. Alamouti 구조의 closed-form 확률밀도함수 (probability density function, PDF), 출력 신호 대 잡음 비 (output signal-to-noise ratio, SNR) 및 오수신 확률 (outage probability)을 채널 간 시간영역에서의 상관관계가 없음을 가정하고 공간 상관 계수 (spatial correlation coefficient)의 함수로 유도한다.

II. 시스템 모델

그림 1에서와 같이 두 개의 송신 안테나와 하나의 수신 안테나를 가진 Alamouti 구조에서 첫 전송 구간 동안에는 안테나 1과 안테나 2에서 각각 s_1 및 s_2 신호를 전송하며, 두 번째 전송 구간 동안에는 안테나 1과 안테나 2에서 각각 $-s_2^*$ 및 s_1^* 을 전송하는 시스템을 가정한다 [1]. 이하에서 *와 H는 각각 켈레 복소수와 에르미트 행렬 (hermitian matrix)을 의미한다.

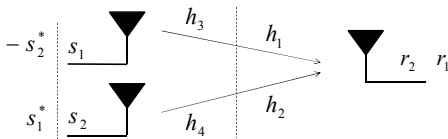


그림 1. 시변 채널 환경에서의 Alamouti 구조

송신안테나에서부터 수신안테나에 이르는 채널 계수 (channel coefficient)는 첫 번째 전송 구간에서는 h_1 및 h_2 로, 두 번째 전송 구간에서는 h_3 및 h_4 로 각각 표기한다. 본 논문에서 이러한 채널들은 두 전송 구간 사이에 시간상 어떠한 상관관계가 없는 완벽한 시변 환경으로 가정된다 ($E[h_1h_3^*] = E[h_2h_4^*] = 0$). 각각의 복소 채널 계수들은 평균 분산 값이 0인 단위 분포를 나타내며 ($E[|h_1|^2] = E[|h_2|^2] = E[|h_3|^2] = E[|h_4|^2] = 1$), 두 전송

안테나 사이의 채널들은 계수 ρ 의 값으로 공간상 상관되어 있는 것으로 가정한다 [8].

$$|E[h_1h_2^*]|^2 = |E[h_3h_4^*]|^2 = \rho^2 \quad (1)$$

이와 같은 시나리오에서 수신된 신호들은 다음으로 표현되어질 수 있다.

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_4^* - h_3^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

이때, r_1 과 r_2 는 각각 첫 번째 전송 구간 및 두 번째 전송 구간에서의 수신된 신호들이며 n_1 및 n_2 는 0의 평균값과 σ_n^2 의 분산 값을 가지는 복소원형 가우시안 랜덤 변수들 (complex circular Gaussian random variables)이다. 이때 수신 단에서는 완벽한 채널 상태 정보 (CSI)를 알 수 있다고 가정한다. Alamouti의 선형 복조 구조 [1]를 수신 신호 모델 (2)에 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |h_1|^2 + |h_4|^2 & h_1^*h_2 - h_3^*h_4 \\ h_1h_2^* - h_3h_4^* & |h_2|^2 + |h_3|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1^*n_1 + h_4n_2 \\ h_2n_1 - h_3n_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

III. 성능 분석

A. 출력 SNR 의 PDF

(3)식에서 w_1 의 출력 SNR은 다음과 같이 표현될 수 있으며,

$$SNR = \frac{(|h_1|^2 + |h_4|^2)^2 P_1}{|h_1^*h_2 - h_3^*h_4|^2 P_2 + |h_1^*n_1 - h_4n_2|^2} \quad (4)$$

이 때, P_1 및 P_2 는 각각 신호 s_1 및 s_2 의 신호 전력이다. (4)식의 분모, 분자 모두에 대해 $|h_1|^2 + |h_4|^2$ 의 수식으로 나누고 새로운 랜덤 변수 u 및 γ 를 다음과 같이 정의하여

$$u = (|h_1|^2 + |h_4|^2) P_1, \quad \gamma = \frac{|h_1^*h_2 - h_3^*h_4|^2}{|h_1|^2 + |h_4|^2} \quad (5)$$

출력 SNR을 다음과 같은 관계식으로 정리할 수 있다.

$$SNR = \frac{u}{\gamma P_2 + \sigma_n^2} \quad (6)$$

랜덤 변수 u 가 4의 자유도 (degree of freedom)를 가지는 chi-squared random variable 이므로, u 의 PDF는 다음과 같다 [9].

$$f_U(u) = \frac{u}{P_1^2} e^{-u/P_1} \quad (7)$$

채널은 완벽한 시변 채널 환경으로 가정하였으므로 ($E[h_1h_3^*] = E[h_2h_4^*] = 0$), 랜덤변수 γ 의 분자식은 다음과 같이 표현되어진다.

$$|h_1^*h_2 - h_3^*h_4|^2 \approx |h_1^*h_2 + h_4^*h_3|^2 \quad (8)$$

이 때, 새로운 채널 벡터 h_a 및 h_b 를 아래와 같이 정의하면

$$h_a = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_4 \end{pmatrix} \quad h_b = \begin{pmatrix} h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

랜덤 변수 γ 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\gamma = \frac{|h_a^H h_b|^2}{h_a^H h_a} \quad (10)$$

랜덤 변수 γ 의 PDF는 [8], [10]에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$f_\gamma(\gamma) = \sum_{n=1}^2 A(n, \rho, 2) \frac{\gamma^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\gamma},$$

$$A(n, \rho, 2) = \binom{1}{n-1} (1-\rho^2)^{2-n} \rho^{2(n-1)} \quad (11)$$

랜덤변수 u 및 γ 의 유도된 분포에 대해 출력 PDF는 다음과 같이 표현되어 질 수 있다.

$$f_{SNR}(s) = \int_0^\infty (\gamma P_2 + \sigma_n^2) f_U(s(\gamma P_2 + \sigma_n^2)) f_\gamma(\gamma) d\gamma \quad (12)$$

여기서 (7) 및 (11)식을 (12)식에 대입하여 다음의 식을 얻는다.

$$f_{SNR}(s) = \sum_{n=1}^2 \frac{sA(n, \rho, 2)}{P_1^2(n-1)!} e^{-s\sigma_n^2/P_1} \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \times \sigma_n^{2(2-k)} P_2^k \int_0^\infty \gamma^{n+k-1} e^{-(sP_2/P_1+1)\gamma} d\gamma \quad (13)$$

이 때, 새로운 변수 $\nu = (sP_2/P_1)\gamma$ 에 대해 아래의 SNR 표현식을 얻을 수 있다.

$$f_{SNR}(s) = \sum_{n=1}^2 \frac{sA(n, \rho, 2)}{P_1^2(n-1)!} e^{-s\sigma_n^2/P_1} \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \times \frac{\sigma_n^{2(2-k)} P_2^k}{(sP_2/P_1+1)^{n+k}} \int_0^\infty \nu^{n+k-1} e^{-\nu} d\nu \quad (14)$$

위의 관계식의 적분 식에 감마 함수 (gamma function)를 대입하여 최종적으로 SNR을 다음과 같은 closed-form 표현식으로 유도할 수 있다.

$$f_{SNR}(s) = \sum_{n=1}^2 \frac{sA(n, \rho, 2)}{P_1^2(n-1)!} e^{-s\sigma_n^2/P_1} \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \times \frac{\sigma_n^{2(2-k)} P_2^k}{(sP_2/P_1+1)^{n+k}} \Gamma(n+k) \quad (15)$$

B. 오수신 확률 (Outage Probability)

오수신 확률 (outage probability)은 다음 식으로 주어지며,

$$P_{out}(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon f_{SNR}(s) ds \quad (16)$$

$$= \sum_{n=1}^2 \frac{A(n, \rho, 2)}{P_1^2(n-1)!} \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \sigma_n^{2(2-k)} P_2^k \times \Gamma(n+k) \int_0^\varepsilon \frac{s e^{-s\sigma_n^2/P_1}}{(sP_2/P_1+1)^{n+k}} ds$$

새로운 변수 $sP_2/P_1+1=y$ 를 정의하여 상기 관계식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_{out}(\varepsilon) = \sum_{n=1}^2 \frac{A(n, \rho, 2)}{P_1^2(n-1)!} \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \sigma_n^{2(2-k)} P_2^k \times \Gamma(n+k) \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 e^{\sigma_n^2/P_2} I(n, k) \quad (17)$$

이때 새로운 변수 $I(n, k)$ 은 다음과 같이 정리된다.

$$I(n, k) = \int_1^{\varepsilon P_2/P_1+1} y^{-(n+k-1)} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_2} y} dy - \int_1^{\varepsilon P_2/P_1+1} y^{-(n+k)} e^{-\frac{\sigma_n^2}{P_2} y} dy \quad (18)$$

[8]을 참조하여 (18)에서의 변수 $I(n, k)$ 는 다음으로 유도된다.

$$I(n, k) = E_{n+k-1} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_2} \right) - \frac{E_{n+k-1} \left((\varepsilon P_2/P_1+1) \frac{\sigma_n^2}{P_2} \right)}{(\varepsilon P_2/P_1+1)^{n+k-2}} - \left(E_{n+k} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_2} \right) - \frac{E_{n+k} \left((\varepsilon P_2/P_1+1) \frac{\sigma_n^2}{P_2} \right)}{(\varepsilon P_2/P_1+1)^{n+k-1}} \right) \quad (19)$$

이 때, $E_m(z)$ 은 재귀 관계식을 얻게 되어 [8], [11], 결과적으로 오수신 확률은 아래의 closed-form으로 표현되어진다.

$$P_{out}(\varepsilon) = \sum_{n=1}^2 \frac{A(n, \rho, 2)}{P_1^2(n-1)!} \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \sigma_n^{2(2-k)} P_2^k \Gamma(n+k) \times \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 e^{\frac{\sigma_n^2}{P_2}} \left\{ E_{n+k-1} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_2} \right) - \frac{E_{n+k-1} \left((\varepsilon P_2/P_1+1) \frac{\sigma_n^2}{P_2} \right)}{(\varepsilon P_2/P_1+1)^{n+k-2}} - \left(E_{n+k} \left(\frac{\sigma_n^2}{P_2} \right) - \frac{E_{n+k} \left((\varepsilon P_2/P_1+1) \frac{\sigma_n^2}{P_2} \right)}{(\varepsilon P_2/P_1+1)^{n+k-1}} \right) \right\} \quad (20)$$

IV. 해석 결과

본 장에서는 3장에서 유도된 오수신 확률에 대한 수치적 해석을 수행한다. 2장에서 서술된 바와 같이 연속된 채널 파라미터 값들이 시간상 상관되어있지 않은 완벽한 시변 채널 환경을 고려한다. 한편, 채널 파라미터 값들은 ρ 의 계수 값으로 공간상 상관되어 있다. 이 때 각기 다른 상관 계수 값 ($\rho = \{0, 0.5, 1\}$ 으로 설정하였다.)에 대한 오수신 확률의 성능을 분석한다. 또한 두 신호들은 동일한 신호 전력 ($P_1 = P_2 = 10$)을 가지며 잡음 분산 σ_n^2 은 1의 값으로 설정됨을 가정한다. 비교를 위해 정적 공간 비상관 채널에서의 2x1 Alamouti 구조의 오수신 확률도 함께 나타내었다.

그림 2에서 볼 수 있는 바와 같이 공간상 비상관 채널 환경에 대해, 완벽한 시변 채널 조건에

서의 오수신 확률은 정적 채널 조건에서의 경우보다 상당히 높으며 성능이 열화 되는 것을 확인할 수 있다. 두 채널 조건에서의 SNR 문턱 값(threshold)들은 약 12dB의 차이를 보였다. 한편, 시간에 대한 상관관계를 가지지 않는 완벽한 시변 채널에 대해, 공간 상관 계수 값이 커짐에 따라 오수신 확률이 증가하게 됨을 알 수 있다. 또한 완벽한 시변 채널에서의 SNR 문턱 값들은 공간상 완벽하게 상관되어 있는 채널 조건 ($\rho=1$)과 비상관 되어 있는 채널 조건 ($\rho=0$)에 대해 약 2dB의 차이를 보였다.

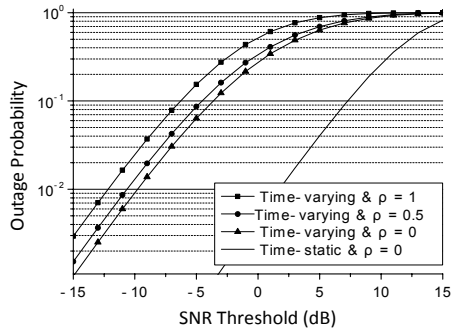


그림 2. 2x1 Alamouti 구조의 오수신 확률 ($P_1 = P_2 = 10, \sigma_n^2 = 1, \rho = \{0, 0.5, 1\}$)

V. 결 론

본 논문에서는 완벽한 시변 및 공간 상관 채널에서의 일반적인 2x1 Alamouti 구조의 오수신 확률에 대하여 조사하였다. Alamouti 구조의 출력 SNR의 PDF와 오수신 확률에 대한 정확한 closed-form 표현들을 인접 안테나 간의 공간 상관 계수(ρ)의 함수로서 유도하였다. 분석 결과에 따르면 완벽한 시변 채널 조건에서의 오수신 확률은 정적 환경 조건에서보다 상당히 컸으며 성능이 심각히 열화 됨을 알 수 있다. 또한 오수신 확률은 공간 상관 계수가 커짐에 따라 점점 증가함을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구 (No. 20090063076)로서, 관계부처에 감사드립니다.

참고문헌

[1] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications", IEEE J. Select. Areas

Commun. 16, pp.1451-1458, 1998.

[2] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs", IEEE Trans. Inform. Theory 45, pp.1456-1467, 1999.

[3] J. Jootar, J. R. Zeidler and J. G. Proakis, "Performance of alamouti space-time code in time-varying channels with noisy channel estimates", IEEE, 2005.

[4] A. Vielmon, Y. Li and J. R. Barry, "Performance of Alamouti transmit diversity over time-varying rayleigh-fading channels", IEEE Trans. Wireless Commun. vol. 3, no. 5, pp.1369-1373, 2004.

[5] E. A. Jorswieck and A. Sezgin, "Impact of spatial correlation on the performance of orthogonal space-time blok codes", IEEE Commn. Lett. vol. 8, no. 1, pp.21-23, 2004.

[6] G. Femenias, "BER performance of linear STBC from orthogonal designs over MIMO correlated nakagami-m fading channels", IEEE Trans. Veh. Technol. vol. 53, no. 2, pp. 307-317, 2004.

[7] I.-M. Kim, "Exact BER analysis of OSTBCs in spatially correlated MIMO channels", IEEE Trans. Commun. vol. 54, no. 5, pp. 1365-1373, 2006.

[8] Yeliz Tokgoz, and Bhaskar D. Rao, "The effect of imperfect channel estimation on the performance of maximum ratio combining in the presence of co channel interference", IEEE Trans. On Vehicular Technology vol. 55, no. 5, 2006.

[9] M. K. Simon and M-S. Alouini, Digital communication over fading channels, John Wiley & Sons, Inc., 2000.

[10] M. J. Gans, "The effect of Gaussian error in maximal ratio combiners", IEEE Trans. Commun. Technol. vol. COM-19 no. 4, pp. 492-500, 1971.

[11] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, and Alan Jeffrey, Table of Integrals, Series, and Products, 5th edi. Academic Press, Inc., 1994.