변형된 창함수를 이용한 FIR 디지털필터 특성에 관한 연구

이창영* · 김남호*

*부경대학교

A Study on FIR Digital Filter Characteristics using Modified Window Function

Chang-Young Lee* · Nam-Ho Kim*

*PuKyoung National University

E-mail : nhk@pknu.ac.kr

요 약

복합 잡음 환경에서 원 신호의 음성이나 영상신호를 획득하거나, 전송 및 저장을 위해서 디지털필터가 사용되고 있다. 디지털필터는 크게 FIR 필터와 IIR 필터로 나눌 수 있다. FIR 필터 중에서 창함수는 선형위상의 특성을 가지고 있고 손쉽게 통과대역, 차단주파수 등을 설정할 수 있다. 본 논문에서는 기존의 창함수를 변형하여 설계한 후 필터 특성을 확인하기 위해 Peak side-lobe와 주파수 천이특성 등을 사용하여 기존의 방법들과 비교하였다.

ABSTRACT

In complex noise environment, digital filter is being used to obtain, transport and storage original voice or image signal. Digital filter can be largely separated FIR(Finite duration impulse response) filter and IIR(Infinite duration impulse response) filter. Among FIR filter, window function has characteristic of linear phase and as can be easily set pass-band frequency, cutoff frequency and so on. In this paper, We compared with established method using transient characteristic and peak side-lobe in order to check filter characteristics after we designed the existing variants of the window function.

키워드

창함수, FIR필터, 디지털필터, 필터 특성

Ⅰ. 서 론

복합 잡음 환경에서 원 신호의 음성이나 영상신호를 획득하거나 전송 및 저장의 질을 높이기 위해 디지털필터를 사용한다. 아날로그 필터를 대신하여 디지털필터가 사용됨으로써 필터의 설계가 더욱 용이해졌다. 디지털필터는 일반적으로 IIR(Infinite Impulse Response) 필터와 FIR(Finite Impulse Response) 필터로 구분되고 있다.

IIR 디지털필터는 무한구간 임펄스 응답을 사용하는 필터로써, 낮은 차수로 우수한 진폭 특성을 얻을 수 있지만, 비선형 위상응답특성을 가지고, 궤환 경로가 존재하기 때문에 안정성을 보장할 수 없다. 또한, 양자화 오차에 대한 누적현상이 발생한다. 반면에, FIR 디지털필터는 IIR 필터와 동일한 진폭 특성을 얻기 위해 높은 차수의 필터를 요구하지만, 안정성이 보장되며 필터의 구현이 IIR 필터보다 용이하다. 또한 위상응답이 선형적인 특성을 가지므로, 데이터 전송과 같이 위상변이(즉, 입력과 출력간의 파형 형태의 유지)를 중요시하는 분야에 많이 사용된다.

FIR 디지털필터를 설계하는 방법은 창함수에 의한 방법, 주파수 표본화에 의한 방법, 컴퓨터에 의한 최적 설계기법 등이 있다. 이 중에서 창함수에 의한 설계기법은 적당한 이상적 주파수 선택적 필터를 선택하고 선형 위상을 가진 인과적 FIR 디지털필터를 얻기 위해 임펄스 응답을 잘라내어 창을 만든다. 이러한 방법 때문에, 창함수에

의한 설계기법에서 가장 중요한 요소는 적당한 창함수와 이상적 주파수 선택적 필터를 고르는 것이 된다.

본 논문에서는 창함수 설계기법을 이용하여 FIR 디지털필터의 성능을 향상시키기 위해, 기존의 창함수에 변화를 줘서 변형된 창함수 모델을 제시하였다. 또한, 변형된 창함수 모델의 성능을 평가하기 위해, 기존의 창함수와 비교하였으며, 판단 기준에 Peak-side lobe와 주파수 천이 특성을 사용하였다.

Ⅱ. FIR 디지털필터

$h(n)$을 구간 M의 임펄스 응답이라고 정의하면, 시스템 함수는 식 (1)과 같다.

$$H(z)=\sum_{n=0}^{M-1}h(n)z^{-n} =z^{-(M-1)}\sum_{n=0}^{M-1}h(n)z^{M-1-n} \quad (1)$$

이 식은 원점 z=0에서 M-1개의 극점을 갖고, z-평면상의 어느 위치에서 (M-1)개의 영점을 갖는다. 주파수 응답함수는 식 (2)와 같다.

$$H(e^{jw})=\sum_{n=0}^{M-1}h(n)e^{-jwn},\ -\pi< w\le \pi \quad (2)$$

이 식이 선형위상을 가지려면, 식 (3)의 조건을 만족 시켜야한다.

$$\angle H(e^{jw})=-\alpha w,\quad \pi< w\le \pi \quad (3)$$

여기서 α는 고정 위상 지연(constant phase delay)이고, 식 (3)을 만족하기 위해서는 $h(n)$이 대칭적이어야 한다. 즉 식 (4)를 만족시켜야한다.

$$h(n)=h(M-1-n),\ 0\le n\le (M-1)$$
$$with\ \alpha=\frac{M-1}{2} \quad (4)$$

Ⅲ. 창함수를 이용한 FIR 필터 구현

우선 창함수를 설계하기에 앞서, 언제나 인과적이지 않은 무한 임펄스 응답을 갖는, 적당한 이상적 주파수 선택적 필터를 고른다. 본 논문에서는 이상적인 저역통과 필터(LPF : Low Pass Filter)에 관련하여 창함수를 설계하였기 때문에 식 (5)와 같이 이상적인 저역통과 필터를 이용하였다.[1]

$$H_d(e^{jw})=\begin{cases}1\cdot e^{-j\alpha w}, & |w|\le w_c\\ 0, & w_c<|w|\le \pi\end{cases} \quad (5)$$

여기서 w_c는 차단 주파수이고, α는 표본지연이다. 이 필터의 임펄스 응답은 무한이고 이를 전개하여 식으로 간단히 나타내면, 식 (6)과 같다.

$$h_d(n)=\frac{\sin[w_c(n-\alpha)]}{\pi(n-\alpha)} \quad (6)$$

따라서 인과성을 만족시키는 유한 차수의 임펄스 응답을 얻기 위해, 필터의 계수에 대한 절단이 필요하다. 그러나 이러한 계수 절단에 의해, 주파수 특성상 불연속점 부근에서 깁스현상이 발생한다. 이와 같은 깁스 현상은 창함수 $w(n)$을 적용하여 완화할 수 있고, 창함수 연산이 수행된 후의 임펄스 응답 $h_w(n)$을 식 (7)과 같이 정의한다[2].

$$h_w(n)=h_d(n)w(n) \quad (7)$$

기존의 창함수들은 아래의 식들로 표현된다.

$$w_{hn}(n)=\begin{cases}0.5+0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), & -\frac{M}{2}\le n\le \frac{M}{2}\\ 0, & otherwise\end{cases} \quad (8)$$

$$w_{hm}(n)=\begin{cases}0.54-0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right), & 0\le n\le M-1\\ 0, & otherwise\end{cases} \quad (9)$$

식 (8), (9)로부터, $w_{hn}(n)$은 Hanning window이고, $w_{bl}(n)$은 Hamming window를 나타낸다.

주파수 영역에서 표현되는 창함수의 주엽폭은 천이대역폭을, 최대부엽의 크기는 통과대역과 저지대역에서의 리플 크기를 결정한다. 이에 따라 본 논문에서는 최대부엽의 특성을 향상시키기 위해, 다음의 식으로 변형된 창함수 모델을 제안하였다.

$$w_{\mathrm{mod}}(n)=\begin{cases}a+b\cos(2\pi t)+c\cos(4\pi t), & -0.5\le t\le 0.5\\ 0, & otherwise\end{cases} \quad (10)$$

여기서, $a=0.4205$, $b=0.4987$, $c=0.0808$이고,

$t = \frac{k}{n-1} - 0.5$ 이다.

Ⅳ. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 FIR 디지털필터의 성능을 향상시키기 위해 변형된 창함수 모델을 제시하였다.

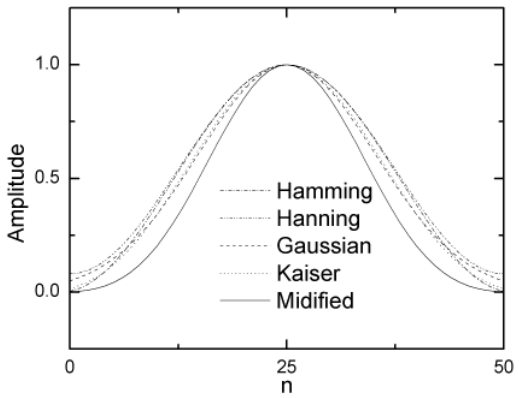

Fig. 1. Profiles of each window function.

그리고 변형된 창함수 모델의 성능을 평가하기 위해, 기존의 창함수에 의해 설계된 디지털필터와 비교하였다. 성능평가의 기준으로는 천이대역폭과 최대부엽의 크기 특성을 사용하였으며, 차수 n=51과 차단주파수 w_c=0.2인 저역통과 필터를 설계하였다.

그림 1은 변형된 창함수의 모양과 기존의 창함수의 모양을 함께 나타낸 것이다.

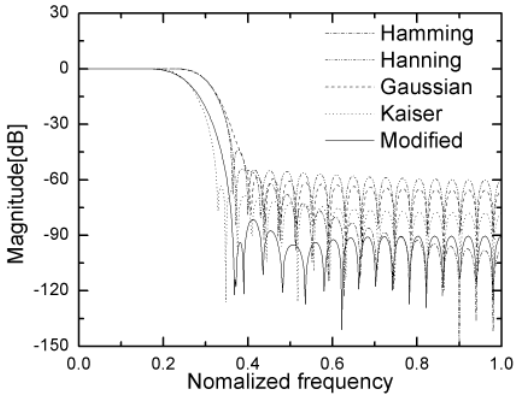

Fig. 2. Frequency characteristics of designed lowpass filter by window functions.

그림 2는 각 창함수에 따른 주파수 특성을 확인하기 위해 시뮬레이션 한 것이다. 그리고 그림 3은 그림 2의 일부분을 확대하여 각 창함수를 비교하기 위해, 천이대역폭을 확인하였다. 또한 표 1은 각 창함수의 천이대역폭과 최대부엽의 크기를 비교한 것이다.

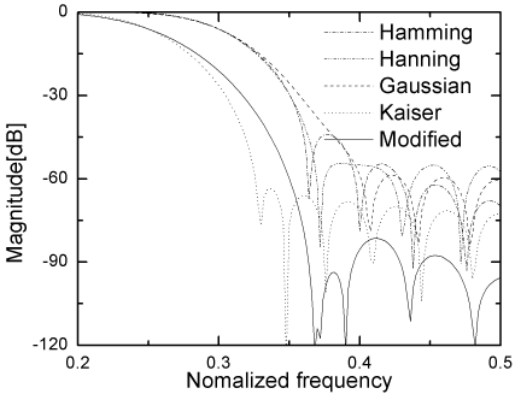

Fig. 3. $\triangle F$ characteristics.

Table 1. Characteristics of each window function.

	Hanning	hamming	Gaussian	kaiser	modified
ps[dB]	44.0331	54.4262	58.7256	62.8197	79.8808
$\triangle F$	0.0771	0.0842	0.1173	0.0941	0.1311

시뮬레이션 결과, 기존의 창함수들 보다 본 논문에서 제안한 변형된 창함수가 우수한 최대부엽의 특성을 나타내었다.

Ⅴ. 결 론

본 논문에서는 FIR 디지털필터의 특성을 향상시키기 위해 변형된 창함수를 제안하였으며, 시뮬레이션에서 기존의 창함수 모델과 비교 하였다.

시뮬레이션의 결과에서 변형된 창함수 모델에 의한 필터특성이 기존의 창함수 모델을 적용한 것과 비교하였을 때, 우수한 결과를 나타내었다. 이에 따라 변형된 창함수 모델을 사용한 FIR 디지털필터는 각종 통신 및 방송기기 분야 등에서 선택적으로 유용하게 적용되리라 사료된다.

참고문헌

[1] V. K. Ingle and J. G. Proakis, Digital Signal Processing Using MATLAB, PWS Publishing Company, 1998.

[2] T. Saramaki, "A class of window functions with mearly minimum sidelobe energy for designing FIR filters", IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems, vol. 1, pp. 359-362,May 1989.