

가진 주파수에 종속적인 시스템을 위한 효율적인 모델축소법 개발

Development of efficient model order reduction for frequency dependent system

윤길호*

Yoon, Gil Ho

요약

본 논문에서는 다양한 음향 가진에 따른 음향 응답을 유한 요소법을 통하여 효과적으로 계산하기 위한 새로운 모델 축소법을 제안한다. 일반적인 유한 요소법을 통한 기계구조물의 응답을 구하기 위해서는 음향 방정식의 강성 및 행렬을 구한 뒤 이들의 조합을 통한 동적 강성행렬을 구한 뒤 역행렬을 구하여 다양한 주파수 응답을 구하게 된다. 현재 컴퓨터 하드웨어의 발전과 소프트웨어의 발전에 의하여 더 많은 유한 요소를 사용할 수 있게 되었고 이로 인하여 더욱 정확하고 넓은 대역의 음향 응답을 구할 수 있게 되었다. 그러나, 아직까지도 아주 복잡한 구조물의 음향 응답을 구하기 위하여 유한 요소를 무한정으로 증가할 수 없는 경우가 많다. 이를 해결하기 위하여 일반적으로 모델 축소법(Model order reduction) 기법을 사용한다. 이 모델 축소법은 기본적으로 전체 행렬을 아주 작지만 효율적인 작은 행렬로 바꾸어 응답을 예측하는 기법으로 mode superposition method, ritz vector method, quasi-static ritz vector method 등이 있다. 기존의 모델 축소법은 기본적으로 질량 및 강성행렬이 가진 주파수에 영향을 받지 않는 행렬이라 가정한다. 그렇기 때문에 경계조건이나 다공성 재료를 모델링할 경우 가진 주파수에 영향을 받는 강성행렬과 질량행렬이 만들어지게 되어 기존의 모델 축소법은 효과적이지 못하게 된다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 이 논문에서는 Quasi-static ritz vector method의 기본적인 개념을 확장하여 여러 개의 중심 주파수(Center frequency)에서 기저를 계산하고 이를 동시에 이용하는 Multi-frequency quasi-static ritz vector method를 제안한다.

keywords : model order reduction, quasi-static ritz vector method, multifrequency quasi-static ritz vector method

1. 서론

지능형 자동차나 고속 전철 등의 구조물은 사용환경의 특수성으로 인하여 안정성 및 소음을 고려한 설계가 필요하며 설계단계에서 설계 조건을 만족시키기 위하여 CAE기술이 많이 사용된다. CAE를 이용한 정확하고 안정적인 설계를 위해서는 진동 및 소음 등의 여러 가지 복잡한 요소들이 고려되어야 한다. 그렇기 때문에 정적인 힘에 대한 구조 및 음향 응답뿐 아니라 시간이나 주파수 영역에서 변화하는 응답을 정확하게 계산해야 할 필요성이 대두되고 있다. 일반적인 선형 유한 요소법을 통한 기계구조물의 응답을 구하기 위해서

* 정회원 • 한양대학교 기계공학부 교수 ghy@hanyang.ac.kr

는 음향 방정식의 강성 및 행렬을 구한 뒤 이들의 조합을 통한 동적 강성행렬을 구한 뒤 역행렬을 구하여 다양한 주파수 응답을 구하게 된다. 일반적으로 이런 역행렬을 구하는데 대부분의 컴퓨터 리소스를 사용한다. 현재 컴퓨터 하드웨어의 발전과 소프트웨어의 발전에 의하여 더 많은 유한 요소를 사용할 수 있게 되었고 이로 인하여 더욱 정확하고 넓은 대역의 음향 응답을 구할 수 있게 되었다. 아주 큰 대형 문제를 고려할 경우 역행렬을 직접 구할 수가 없어 반복법(iterative method)도 사용한다. 그렇기 때문에 아직까지도 아주 복잡한 구조물의 음향 응답을 구하기 위하여 유한 요소를 무한정으로 증가할 수 없는 경우가 많다. 이를 효과적으로 해결하기 위하여 일반적으로 모델 축소법(Model order reduction) 기법이 제안되었고 많이 사용된다. 이 모델 축소법의 기본 개념은 효율적인 응답의 기저를 계산하고 이를 이용하여 전체 행렬을 아주 작지만 효율적인 작은 행렬로 바꾸어 응답을 예측하는 기법으로 mode superposition method, ritz vector method, quasi-static ritz vector method 등이 있다.(윤길호,2011)

기존의 모델 축소법은 기본적으로 질량 및 강성행렬이 가진 주파수에 영향을 받지 않는 행렬이라 가정한다. 그렇기 때문에 경계조건이나 다공성 재료를 모델링할 경우 가진 주파수에 영향을 받는 강성행렬과 질량행렬이 만들어지게 되어 기존의 모델 축소법은 효과적이지 못하게 된다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 이 논문에서는 Quasi-static ritz vector method의 기본적인 개념을 확장하여 여러개의 중심 주파수(Center frequency)에서 기저를 계산하고 이를 동시에 이용하는 Multi-frequency quasi-static ritz vector method를 제안한다.(윤길호,2011)

2. 가진 주파수에 영향을 받는 음향 시스템

본 연구에서 가진 주파수에 영향을 받는 시스템을 위한 새로운 모델 축소법을 개발하기 위하여 다음의 음향 시스템을 고려하였다. 아주 간단한 음향 시스템을 유한 요소법으로 모델링할 경우 가진 주파수에 영향을 받지 않는 질량과 강성 행렬이 만들어진다. 하지만, 음파가 반사가 없이 퍼지는 경계조건을 모델링하거나 다공성 재료를 모델링할 경우 강성과 질량 행렬이 가진 주파수에 영향을 받는 복소수 행렬이 된다.

(1)

여기서 음향 응답은 p 이며 질량과 웨이브 속도는 각각 ρ_a 로 c_a 표현된다. 여기서 다음의 Sommerfeld 경계 조건을 사용하게 되면 시스템이 가진 주파수에 영향을 받는 복소수 행렬이 된다. 각속도는 ω 이다.

Sommerfeld boundary condition: (2)

여기서 웨이브 넘버는 k_a 이며 음향 입력은 p_m 로 표현되어 있다. 또한, 다공성 재료를 사용할 경우에도 복소수 행렬을 얻을 수 있는데, 이 논문에서는 일반적으로 많이 사용되는 Delany-Bazley 모델을 사용하였다.

(2)

가진 주파수는 f 이며 다공성 재료의 특성에 따라 R 이 결정되며 임피던스는 Z_c 이며 일반적인 공기의 임피던스는 Z_a 로 표현되어 있다. 위 식의 계수들은 실험식으로 얻어진 것으로 위의 식을 이용하여 음향응답에 대한 다공성 재료의 영향을 평가할 수 있다. 결론적으로 위의 경계 조건 및 재료를 사용하면 아래와 같이 가

진 주파수에 영향을 받는 강성 및 질량 행렬을 얻을 수 있다.

(3)

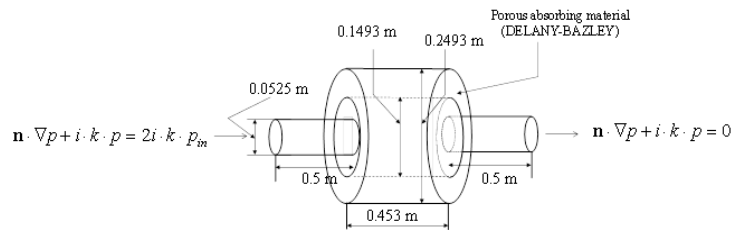
위 식에서 강성 행렬, 질량 행렬, 응답 및 외력은 각각 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{X}, \mathbf{F}$ 로 이다.

3. Multifrequency Quasi-static Ritz Vector Method

위의 가진 주파수에 종속적인 복소수 행렬을 만들어 내는 시스템의 효과적인 해석을 위하여 이 논문에서는 다음의 Multifrequency Quasi-static Ritz Vector method를 제안한다.

(4)

여기서 기저는 \mathbf{p}_m 이며 중심 주파수는 ω_m 이다. 여기서 s, j 첨자는 각각 해당 중심 주파수 및 기저의 개수를 의미한다. 여기서 기존의 Quasi-static Ritz Vector Method와 다른 것은 중심 주파수를 한 개만 사용하는 것이 아니라 여러개를 사용하는 것이며 정규화 및 직교화 과정을 사용하지 않는다는 것이다.



(a)

	Without model reduction	Standard QSRV method /number of bases: 42	MQSRV method /number of bases: 42
Reduction bases with LU factorization		1324.68 (sec)	2797.54 (sec)
Calculate Responses with LU factorization	83540.8 (sec)	2720.67 (sec)	3044.71 (sec)
Total CPU time (Speed up)	83540.8 (sec)	4045.50 (sec) (20.65)	5842.25 (sec) (14.29)
Number of LU factorization	700	1	14

(b)

그림 1 The 3D chamber example with porous absorbing material

개발된 기법의 효용성을 증명하기 위하여 그림 1에서는 3차원 챔버를 고려하였다. 왼쪽에서 오른쪽으로 음파가 지나가며 가운데 외벽에는 다공성 재료를 모델링하였다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 기존의 방법에서는 같은 수의 기저를 사용하더라도 에러가 많이 존재하나 제안된 방법은 아주 정확한 응답을 얻을 수 있었다. 그

림 1(b)에서 각 방법의 시간을 비교하였다. 대략 15배 정도 빠른 시간에 응답을 구할 수 있음을 알 수 있었다.

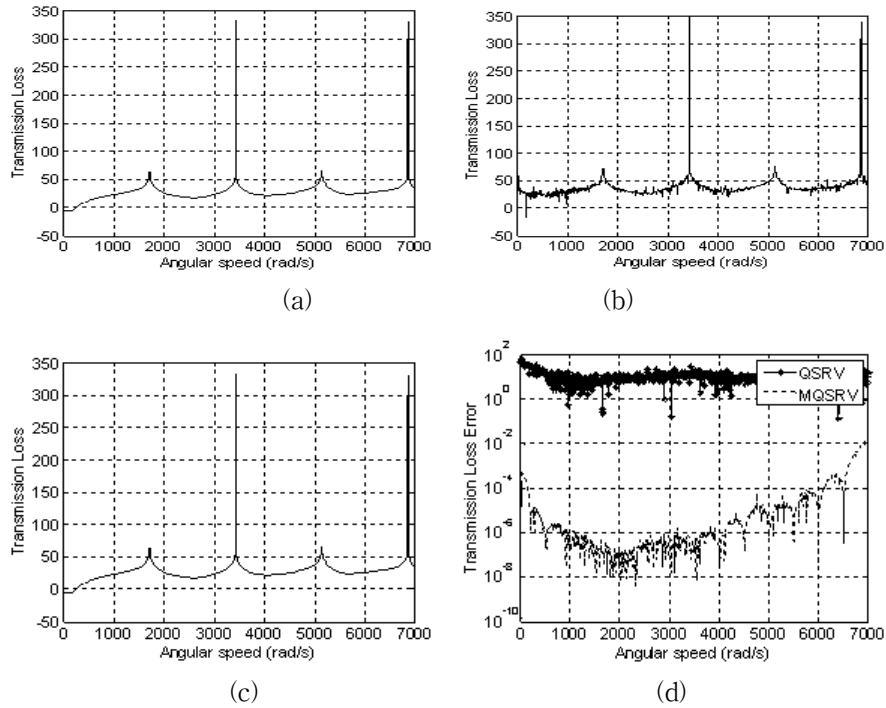


그림 2 주파수 응답 (a) 모델 축소법을 사용하지 않은 응답, (b)기존의 Ritz vector method, (c) 제안된 방법으로 계산한 응답, (d) 기존의 방법과 제안된 방법의 응답의 에러 비교

참고문헌

윤길호 (2011) Development of multi-frequency quasi-static Ritz vector (MQSRV) method for frequency dependent acoustic system, in preparation.