스캔 데이터와 레벨셋 방법을 이용한 몰핑 기법

Morphing Technique using Scanned Data and Level-Set Method

이 태 호[**] • 이 승 욱[*] • 조 선 호[****]

Lee, Tae-Ho • Lee, Seung-Wook • Cho, Seon-Ho

요 약

NURBS는 매개변수를 이용하여 3차원에서 곡면을 표현한 방법으로서 노트벡터, 조정점, 가중치로 구성된다. 레벨셋은 공간을 음함수로 정의된 장으로 형성하여 음함수의 일정한 값을 추적하여 곡면을 표현한 방법이다. 본 논문에서는 스캔 데이터를 NURBS 형태로 추출한 뒤 이를 정밀한 레벨셋 모델로 변환하였다. 레벨셋 모델을 구성하기 위해서 형성된 음함수는 부호를 갖는 거리함수를 사용하였고, 거리함수를 정밀하게 나타내기 위해 Newton 순환법을 이용하였다. 변환된 레벨셋 모델을 이용하여 형상의 몰핑을 수행하였다. 몰핑은 초기 형상을 목표 형상으로 변화시켜 나가는 과정으로서 레벨셋 모델을 이용한 몰핑은 용이성과 질적인 측면에서 우수하다. 수치 예제에서는 스캔 데이터의 레벨셋 모델 변환과 변환된 형상이 자연스럽게 목표형상으로 변화하는지를 확인한다.

keywords : 레벨셋 방법, NURBS, 스캔 변환, 부호를 갖는 거리함수, 몰핑, Newton Iteration

1. 서 론

NURBS는 매개변수를 이용하여 3차원에서 곡면을 표현한 방법으로서 CAD 모델을 표현하는 것 이외에 최근에 해석과 최적설계 등 다양한 분야에서 활용되고 있다 (조선호 등, 2008). 레벨셋 기법은 공간을 음함수로 정의된 장으로 형성하여 음함수의 일정한 값을 추적하여 곡면을 표현하는 방법으로 곡면의 변화를 표현하기 용이하여 최적설계와 몰핑 등 다양한 분야에서 활용되고 있다. 본 논문에서는 NURBS를 레벨셋 모델로 바꾸기 위해서 부호를 갖는 거리함수를 사용하였고, 거리함수를 정밀하게 나타내기 위해 Newton 순환법을 이용하였다. 변환된 레벨셋 모델을 이용하여 목적형상으로 몰핑을 수행하는데 몰핑은 초기 형상에서 목표 형상으로 연속적인 변화를 보이는 과정으로 레벨셋 모델을 이용한 몰핑은 용이성과 질적인 측면에서 우수하다 (David Breen등, 2001). 레벨셋 방법을 이용한 몰핑에서 형상을 변화시키는데 가장 큰 역할을 하는 것은 속도장이다 (Huaiping Yang 등, 2007). 이러한 속도장을 유도하는 과정과 이 속도장으로 인하여 목표 형상으로 진행되어 가고 있음을 수치 예제를 통해 확인한다.

2. 부호를 갖는 거리함수

3차원 형상을 레벨셋 모델로 표현하기 위해서는 공간 상의 임의의 한 점에서 형상까지의 최단 거리를 함수값으로 갖는 거리 함수장을 구성해야 한다. 그리고 형상의 내부와 외부를 구분하기 위해서 내부를 음수, 외부를 양수, 형상의 표면에서는 0의 값을 갖도록 설정하며 아래 식과 같이 거리함수를 나타낼 수 있다.

$$f(\mathbf{P}) = \min(|\mathbf{S}(u,v) - \mathbf{P}|) \tag{1}$$

이때 P는 공간을 분절화시킨 격자점을 S(u,v)은 3차원에서 NURBS 표면식이다. 각각의 격자점 P에 대해서

* 서울대학교 조선해양공학과 연구조원

** 정회원 • 서울대학교 조선해양공학과 교수 secho@snu.ac.kr

거리함수는 다양한 형태로 나타날 수 있다. 우리는 이 거리함수의 최소값을 격자 점 $\mathbf{P}$와 NURBS로 표현된 형상과의 거리라고 정의한다. 그리고 거리함수에서 형상의 내부와 외부를 구분 짓는 부호를 결정하기 위해서는 NURBS 표면에서의 법선 벡터를 구해야 한다.

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{S_u}(u,v) \times \mathbf{S_v}(u,v)}{|\mathbf{S_u}(u,v) \times \mathbf{S_v}(u,v)|} \tag{2}$$

법선 벡터는 식(2)와 같이 정의 할 수 있으며, 이 때 $\mathbf{S_u}(u,v)$와 $\mathbf{S_v}(u,v)$는 평면의 접선 방향의 도함수를 의미한다. 또한 식(1)과 유사한 형태의 벡터를 하나 제안한다. 식(3)의 벡터는 각 격자 점 P를 종점으로 하고 점 P와 최소 거리가 되는 NURBS위의 점을 시점으로 하는 벡터이다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{S}(u,v) - \mathbf{P} \tag{3}$$

벡터 R과 법선 벡터 N의 내적을 통해서 내부와 외부를 구분 짓는 부호를 결정 할 수가 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{N} \bullet \mathbf{R} &> 0 \quad \text{outside} \\ \mathbf{N} \bullet \mathbf{R} &< 0 \quad \text{inside} \end{aligned} \tag{4}$$

그러나 법선 벡터가 정확하게 정의되지 않는 NURBS 패치 간의 경계가 되는 모서리와 꼭지점은 가상의 법선 벡터를 정의하여 벡터 R과 내적을 통해 부호를 결정 할 수 있다 (J.Andreas Barentzen 등, 2002). 가상의 법선 벡터는 식(5)과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{N}_{\boldsymbol{\alpha}} = \sum_{i} \alpha_i \mathbf{N_i} \tag{5}$$

이 때 α_i은 꼭지점이나 모서리에서 공유하는 면들의 입사각, $\mathbf{N_i}$는 공유하는 면들의 법선 벡터이다.

3. Newton 순환법

식(1)의 최소값을 구하기 위해서 NURBS 표면을 잘게 나누어서 최소값을 구하기에는 계산 비용적인 측면과 정확도에서 좋은 결과를 도출하기 어렵다. 좀 더 정확한 거리함수를 얻기 위해서 Newton 순환법을 사용하는데 Newton 순환법은 비선형 문제의 해를 찾는 등 여러 공학 분야에서 사용되고 있다. Newton 순환법의 약점인 국부 최소값을 방지하기 위해 어느 정도 NURBS 표면을 나누고, 나누어진 NURBS에서 최소값을 시작점으로 하여 Newton 순환법을 적용한다. Newton 순환법을 적용할 함수식은 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} f(u,v) &= \mathbf{R}(u,v) \bullet \mathbf{S_u}(u,v) \\ g(u,v) &= \mathbf{R}(u,v) \bullet \mathbf{S_v}(u,v) \end{aligned} \tag{6}$$

이 때, $\mathbf{R}(u,v)$은 식(4)의 벡터 R을 의미한다. 식(8)의 함수 값이 0이 될 때, 벡터 R은 그 점에서의 법선 벡터와 일치하여 벡터 R의 크기가 최소 거리가 된다. 식(8)이 0이 되는 매개 변수 u, v 값을 구하기 위해서는 식 (7)을 매번 갱신해야 한다.

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= \Delta u + u_i \\ v_{i+1} &= \Delta v + v_i \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 매번 갱신되는 Δu와 Δv를 구하기 위해서는 다음의 행렬식(8)을 풀어야 된다.

$$J_i \delta_i = \kappa_i \tag{8}$$

이 때

$$\delta_i = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{i+1} - u_i \\ v_{i+1} - v_i \end{bmatrix},\ J_i = \begin{bmatrix} f_u\ f_v \\ g_u\ g_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\mathbf{S_u}|^2 + \mathbf{r} \bullet \mathbf{S_{uu}} & \mathbf{S_u} \bullet \mathbf{S_v} + \mathbf{r} \bullet \mathbf{S_{uv}} \\ \mathbf{S_u} \bullet \mathbf{S_v} + \mathbf{r} \bullet \mathbf{S_{vu}} & |\mathbf{S_v}|^2 + \mathbf{r} \bullet \mathbf{S_{vv}} \end{bmatrix}, \kappa_i = -\begin{bmatrix} f(u_i, v_i) \\ g(u_i, v_i) \end{bmatrix}$$

식 (8)을 매 스텝마다 풀고 매개변수 좌표값을 갱신함으로써 식 (6)의 값이 0에 가까워지도록 하는 매개변수

값을 얻을 수 있다. 갱신을 하는 횟수가 늘어날수록 정확한 매개변수 값을 얻을 수 있지만 계산 시간 측면에서 아래의 코사인 수렴기준을 주어 갱신을 종료한다.

$$\frac{|\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{u}}(u,v) \cdot (\mathbf{S}(\mathrm{u,v})-\mathbf{P})|}{|\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{u}}(u,v)||\mathbf{S}(\mathrm{u,v})-\mathbf{P}|} \leq \varepsilon \qquad \frac{|\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{u}}(u,v) \cdot (\mathbf{S}(\mathrm{u,v})-\mathbf{P})|}{|\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{u}}(u,v)||\mathbf{S}(\mathrm{u,v})-\mathbf{P}|} \leq \varepsilon \tag{9}$$

4. 레벨셋 방법을 이용한 몰핑

몰핑을 수행하기 위해서는 초기 형상과 목표 형상의 레벨 셋 모델이 필요하다. 그림 1에서 Ω_t는 몰핑 중인 형상, Ω_{B}는 목표 형상을 나타내며 화살표는 몰핑 속도장의 방향을 나타낸다. 이러한 과정이 수행되기 위한 속도장을 유도하기 위해서 식 (10)을 최소화하는 과정이 필요로 한다.

$$\mathrm{M}_{\Omega_{\mathrm{B}},\Omega_{\mathrm{t}}} = \int_{\Omega_{\mathrm{t}}} \phi_{\mathrm{B}}(\mathbf{x})\mathrm{d}\mathbf{x} \tag{10}$$

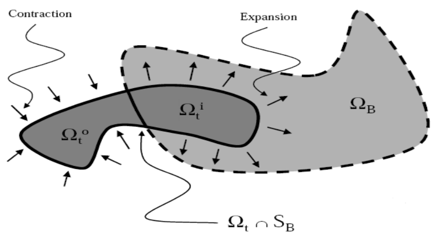


그림 1 몰핑 중인 형상의 변화 방향

식 (10)을 Ω_t에 대해 1차 변분을 한 뒤에 ε에 대해 미분을 하면, 식 (11)이 유도 된다.

$$\frac{d\boldsymbol{s}}{dt} = \phi_{\mathrm{B}}(\mathbf{s}(\mathrm{t}))\mathbf{N}(\mathbf{s}(\mathrm{t})) \ \ \forall \mathbf{s}(\mathrm{t}) \in \mathrm{S}_{\mathrm{t}} \tag{11}$$

식 (11)는 몰핑 중인 형상의 경계면이 매 시간 간격마다 몰핑 중인 형상의 경계에서 목표형상의 레벨셋 값에 비례한 크기를 가진 몰핑 중인 형상의 경계의 법선벡터 방향으로 가고 있음을 보여 준다. 레벨 셋 ϕ에 대해 시간에 대한 전미분을 하면, 식 (12)와 같은 해밀턴-쟈코비 형태의 식이 유도되며, 식 (11)을 식 (12)에 대입하면 이 식들은 특정한 레벨셋 값이 아닌 모든 레벨 셋 값에 대해 성립하므로 식 (13)이 유도된다..

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\nabla \phi \cdot \frac{d\boldsymbol{s}(t)}{dt} \tag{12}$$

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x})}{\partial \mathrm{t}} = |\nabla \phi| \phi_{\mathrm{B}}(\mathbf{x}) \tag{13}$$

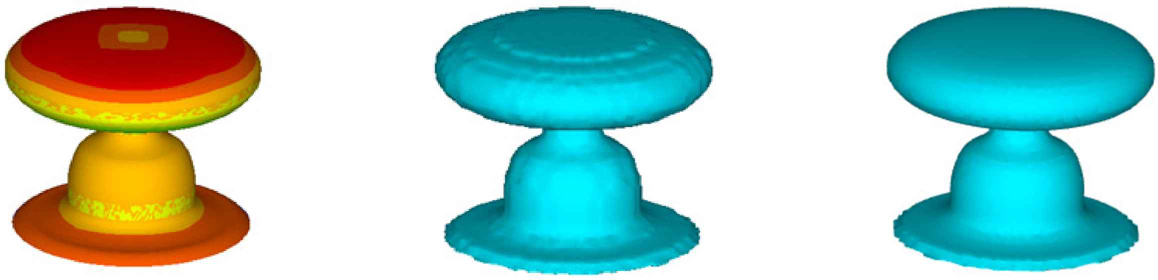
몰핑이 진행되는 동안 레벨셋 값의 업데이트는 식 (14)에 따라 진행되며 여기서 $\triangle u_n$은 $\frac{\partial \phi}{\partial t}$의 근사화된 값으로 매 단계마다 $\triangle u_n$가 목표 형상의 레벨셋 값에 의존함을 알 수 있다.

$$u_{n+1} = u_n + \triangle t \triangle u_n \tag{14}$$

5. 수치 예제

5.1 NURBS를 레벨셋 모델로 변환

NURBS를 부호를 갖는 거리함수를 이용하여 레벨셋 모델로 변환한다. Newton 순환법을 적용시킨 것과 적용하지 않은 것을 비교함으로써 Newton 순환법을 적용한 모델이 실제 모델과 더 유사함을 알 수 있다.



(a) NURBS 모델 (b) Newton 순환법이 적용되지 않은 모델 (c) Newton순환법이 적용 된 모델

그림 2 NURBS를 레벨셋 모델로 변환

5.2 레벨셋 방법을 이용한 몰핑

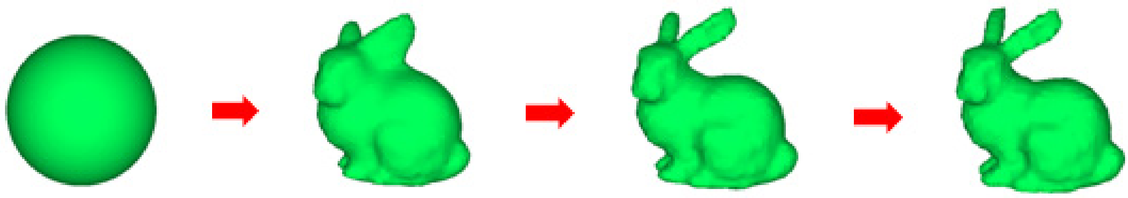


그림 3 목표 형상의 레벨셋을 속도장으로 한 몰핑

초기 형상을 구 형태의 레벨셋 모델에서 목표 형상으로 연속적으로 변화하는 모습을 그림 3을 통해서 보였다. 속도장은 목표형상의 레벨셋 값에 적절한 가중치를 가하여 사용하였다.

6. 결론

NUBRS를 레벨셋 모델로 변환하기 위해서는 부호를 갖는 거리함수가 필요하며 정밀한 거리함수를 구하기 위해 Newton 순환법을 사용하였다. 이를 수치 예제를 통해 Newton 순환법이 적용된 레벨셋 모델이 실제 모델과 더 유사함을 알 수 있었다. 그리고 이 레벨셋 모델을 이용하여 목표 형상의 레벨셋을 속도장으로 하는 몰핑 식을 유도하고 수치 예제에 적용하였다. 수치 예제에서 초기 형상에서 목표 형상으로 연속적으로 변화하고 있음을 확인할 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2010-0018282).

참고문헌

David Breen, Ross Whitaker (2001) A Level-Set Approach for the Metamorphosis of Solid Models, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 7(2), pp. 173~192.

J. Andreas Baerentzen, Henrik Annaes (2002) Generating Signed Distance Fields From Triangle Meshes, IMM-TECHNICAL REPORT.

Huaiping Yang, Bert Juttler (2007) 3D shape metamorphosis based on T-spline level sets, THE VISUAL COMPUTER, 23(12), pp. 1015~1025.

조선호, 하승현. (2008) 등기하 해석법을 이용한 형상 최적 설계, 전산구조공학회 , 21(3), pp233~238