

취성 재료의 동적 파괴 해석을 위한 Peridynamics 모델

Peridynamic models for dynamic fracture in brittle materials

하 윤 도*
Ha, Youn Doh

요 약

다양한 공학/산업적 측면에서 동적 취성 파괴 현상은 매우 중요하다. 취성 균열은 다른 균열 전파에 비해 그 전파 속도가 매우 빠르고 전파 범위가 넓기 때문에 대규모의 파괴 현상을 일으킨다. 동적 전파 중인 취성 균열 거동을 모델화하기 위해 오랜 기간 동안 많은 연구가 진행되었지만, 여전히 많은 부분들이 해석되지 못한 채 남아있다. 특히 균열 생성 및 전파를 위해 인위적인 조건들을 도입해야 하는 것은 기존 방법론들이 가지는 공통적인 문제점이다. 본 연구는 peridynamics를 동적 분기 균열 문제 해석에 도입한다. Peridynamics는 전통적인 연속체 이론에 기반한 수치해석 모델화 기법으로 균열과 같은 비연속성이 있는 문제의 모델화에 강점이 있으며, 인위적인 조건 없이 매우 간단한 방법으로 파괴 현상을 해석할 수 있다.

본 연구에서는 peridynamics 모델이 실험적으로 관측된 분기균열 형상과 균열 전파 속도를 매우 잘 예측해 낼 수 있음을 보인다. 또한 균열팁 주변에 높은 응력이 발생할 때 나타나는 연쇄 분기 현상도 해석할 수 있다. 이와 같은 연구를 통해 응력파가 균열 전파 속도를 변화시키고 전파 방향에도 영향을 주는 것을 알 수 있었다. 수치해석 결과도 또한 실험 결과들과 잘 부합함을 확인하였다.

keywords : 동적 취성 파괴, Peridynamics, 균열 분기, 연쇄 분기, 비국부 모델

1. 서 론

1.1. 동적 취성 파괴에 대한 연구 동향

취성 재료에서 균열은 초기에는 일직선 형태로 전파하다가 휘어지거나 둘 이상의 가지로 분기하게 된다. 매우 높은 응력 상태에서는 전파되던 균열이 연속적인 다중 분기의 형태로 전파되면서 때때로 삼각주 패턴으로 파쇄가 일어나기도 한다 (Bowden 등, 1967; Ramulu 등, 1985).

오랜 기간동안 동적 취성 파괴 현상을 시뮬레이션하기 위한 많은 노력이 이루어져왔다 (Belytschko 등, 2003). 대표적인 해석법들로는 원자 모델 (Abraham 등, 1997), 래티스 모델 (Marder 등, 1995), FEM/XFEM 모델 (Belytschko 등, 2003) 등이 있다. 몇몇 모델들은 동적 취성 파괴 특성의 일부를 모사해 내기도 했지만 실험적으로 관측된 많은 동적 취성 파괴 특성들은 인위적인 특수한 조건 없이는 수치 시뮬레이션으로 예측이 되지 못하였다.

새로운 연속체 기반 모델인 peridynamics는 Silling (Silling, 2000)에 의해 동적 파괴 해석 등을 위해 고안되었다. Peridynamics를 이용한 최근의 연구 (Ha 등, 2010; Ha 등, 2011)는 균열 형상, 균열 전파 속도와 그 경향, 연쇄 분기 균열, 그리고 균열 면에 제공되는 변형 에너지와 균열 진전과의 관계 등을 peridynamics가

* 정회원 • 군산대학교 조선공학과 전임강사 ydha@kunsan.ac.kr

매우 엄밀하게 조사해 낼 수 있음을 보였다. 본 연구 논문에서는 peridynamics에 대해 간략히 소개를 하고 peridynamics를 통한 동적 파괴 해석 결과가 실험적으로 검증될 수 있음을 보인다.

1.2. 수치 모델 구성

그림 1에서 보이는 바와 같이 길이 0.1m, 폭 0.04m인 얇은 직사각형 판을 고려한다. 판은 0.05m의 수평 균열을 가지고 있고 균열 방향에 대칭이 되는 개방 하중 조건에 놓여 있다. 모든 시뮬레이션 결과는 2차원 동적 외연적 수치해석을 통해 계산된다. 실험 결과와의 비교를 위해 소다라임 유리를 사용한다.

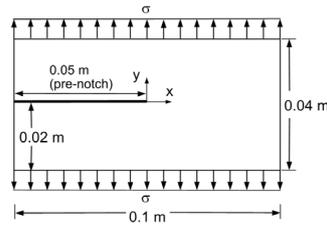


그림 1 개방 하중 조건에 놓인 pre-notch가 있는 직사각판

2. Peridynamics 정식화

Peridynamics는 운동 방정식에서 응력의 공간 미분 대신 절점력들의 적분을 사용한다 (Silling, 2000). 이를 통해 peridynamics는 재료 불연속성에 대해 기존 방법론들이 가지는 수학적 모순으로부터 자유롭게 된다. 또한 peridynamics는 비국부 (nonlocal) 모델로서 유한한 범위 내에 흩어져 있는 모든 절점들이 상호 작용하도록 모델을 구성한다. 절점 \mathbf{x} 와 시간 t 에서 peridynamics 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_{H_x} \mathbf{f}(\mathbf{u}(\mathbf{x}', t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \mathbf{x}' - \mathbf{x}) d\mathbf{x}' + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

여기서 \mathbf{f} 는 범위 H_x 에 속한 두 절점 \mathbf{x}' 과 \mathbf{x} 으로 구성되는 peridynamic 결속 (bond)에 대한 쌍힘 (pairwise force) 함수이며, \mathbf{u} 는 변위 벡터이다. \mathbf{b} 는 체적력, ρ 는 밀도이다. 미소탄성 (micro-elastic) 재료 (Silling, 2000)는 다음과 같이 쌍힘과 선형 미소탄성 포텐셜 ω 의 관계로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\partial \omega(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\eta}}, \quad \omega(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{c(\boldsymbol{\xi}) s^2 \|\boldsymbol{\xi}\|}{2} \quad (2)$$

여기서 $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$, $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}$ 이고 상대 신장(relative elongation)은 $s = \frac{\|\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\xi}\| - \|\boldsymbol{\xi}\|}{\|\boldsymbol{\xi}\|}$ 이다. 본 논문에서는 상수 미소재료상수 $c = \frac{6E}{\pi \delta^3 (1-\nu)}$ (Ha 등, 2010)를 사용한다. 따라서 쌍힘은 식 (2)에 의해

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}\|} c s, & \|\boldsymbol{\xi}\| \leq \delta \\ \mathbf{0}, & \|\boldsymbol{\xi}\| > \delta \end{cases} \quad (3)$$

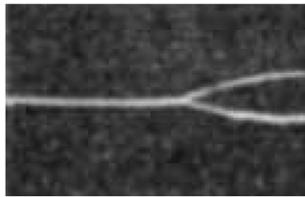
이다. Peridynamics에서는 파괴와 관련된 재료물성치인 파괴 에너지 G_0 와 관련하여 임계 상대 신장 (critical relative elongation)을 계산하고 각 결합의 상대 신장값이 임계값을 넘어가는 경우에 그 결합을 분리하고 재결합을 허용하지 않는 (비가역) 방식으로 간단하게 파괴 모델을 구성할 수 있다 (Silling 등, 2005). 상수 미

소재료상수에 대한 임계 상대 신장 (critical relative elongation)은 $s_0 = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}}$ 이다.

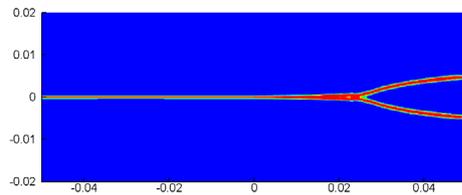
3. 동적 취성 균열 해석 및 검증

3.1. 분기 균열 및 균열 전파 속도

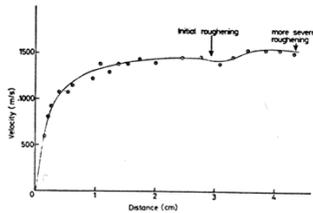
응력 하중 경계에 응력 하중 대신 충격과가 발생하지 않도록 최고 속도 5m/s의 변위 하중을 부여했을 때, 소다라임 유리의 peridynamics 해석결과와 실험결과를 그림 2에서 나타내었다. 해석 균열 형상이 실험 균열 형상과 매우 흡사함을 확인할 수 있다. 또한 균열 진전 속도 프로파일도 해석과 실험 결과가 매우 유사하다. 특히 두 결과 모두 분기가 되는 시점에서 전파 속도가 소폭 감소한다. 이와 같이 peridynamics는 인위적인 조건이 없이 파괴 에너지와 변형과의 관계에 의해 실제 파괴 현상을 매우 유사하게 표현해 낼 수 있다.



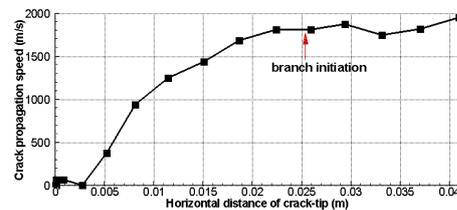
(a) 실험결과 (Bowden 등, 1967)



(b) peridynamics 해석 결과

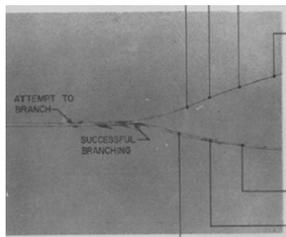


(c) 실험적 균열 전파 속도 (Field 등, 1971)

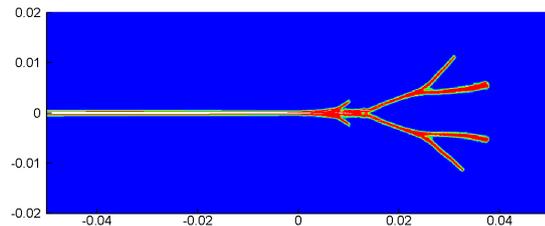


(d) peridynamics 균열 전파 속도

그림 2 균열 형상과 균열 전파 속도: 실험 결과와 peridynamics 결과 비교



(a) 실험결과 (Ramulu 등, 1983)



(b) peridynamics 해석 결과

그림 3 고응력 상태에서 발생하는 연쇄 분기 균열 형상: 실험결과와 peridynamics 해석 결과 비교

3.2. 연쇄 분기 균열

취성 재료에서 균열팁 근처에 높은 응력이 가해지면 다수의 분기 균열이 연쇄적으로 발생하게 된다는 것은 실험적으로 입증된 바 있다 (그림 3, Ramulu 등, 1983). Peridynamics 해석에서도 높은 응력 하중을 가하면 균열팁 근처에 응력 집중이 발생할 때 연쇄 분기 균열이 발생하는 것을 그림 3에서 확인할 수 있다. 이와

같은 현상은 응력파의 상호 간섭에 의해 발생하는 것으로 그 원인과 과정이 실험적으로도 동일하게 설명이 된 바 있다. 또한 선행 연구 (Ha 등, 2010; Ha 등, 2011)를 통해 응력파가 균열 전파 속도를 변화시키고 전파 방향에도 영향을 주는 것도 입증된 바 있다.

4. 결론

본 연구에서는 peridynamics 해석 기법이 다양한 동적 취성 파괴 현상 중 분기 균열을 매우 잘 시뮬레이션할 수 있음을 보였다. 실험적으로 관측되어 오던 많은 주요 현상들이 peridynamics를 통해 수치적으로 해석될 수 있었다. Peridynamics는 균열 전파를 위해 어떠한 인위적인 조건도 사용하지 않기 때문에, peridynamics에서 균열 현상은 해의 일부이지 구성된 문제의 일부가 아니다.

감사의 글

본 연구는 Sandia 미 국책 연구소 (담당: Dr. S.A. Silling)와 보잉 항공사 (담당: Dr. E. Askari)의 지원을 받아 수행되었다. 미국 네브라스카-링컨 주립대학 Florin Bobaru 교수의 도움에 또한 감사를 드린다.

참고문헌

- Abraham, F.F., Brodbeck, D., Rudge, W.E., Xu, X. (1997) A molecular-dynamics investigation of rapid fracture mechanics. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45, pp. 1595-1619.
- Belytschko, T., Chen, H., Xu, J., Zi, G. (2003) Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58, pp. 1873-1905.
- Bowden, F.P., Brunton, J.H., Field, J.E., Heyes, A.D. (1967) Controlled fracture of brittle solids and interruption of electrical current. *Nature*, 216, pp. 38-42.
- Field, J.E. (1971) Brittle fracture: its study and application. *Contemporary Physics*, 12(1), pp. 1-31.
- Ha, Y.D., Bobaru, F. (2010) Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics, *International Journal of Fracture*, 162, pp. 229-244.
- Ha, Y.D., Bobaru, F. (2011) Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics, *Engineering Fracture Mechanics*, in press.
- Marder, M., Gross, S. (1995) Origin of crack-tip instabilities. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43, pp. 1-48.
- Ramulu, M., Kobayashi, A.S., Kang, B.S.J., Barker, D.B. (1983) Further studies on dynamic crack branching, *Experimental Mechanics*, 23, pp.431-437.
- Ramulu, M., Kobayashi, A.S. (1985) Mechanics of crack curving and branching, a dynamic fracture analysis. *International Journal of Fracture*, 27, pp.187-201.
- Silling, S.A. (2000) Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range force, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 48, pp. 175-209.
- Silling, S.A., Askari, E. (2005) A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics, *Computational Mechanics*, 83, pp. 1526-1535.