

# 흥인지문의 쿨롱 마찰력을 도입한 단순 해석모델

## Simple structural model of Heunginjimun with coulomb friction

박 성 아\* · 민 경 원\*\*

Park, Sung-Ah · Min, Kyung-Won

### 요 약

본 논문에서는 먼저 흥인지문에 대해 상시진동실험을 수행하고, 그 데이터를 분석하여 흥인지문의 고유진동수, 모드, 감쇠비의 특성을 분석하였다. 그 결과로부터 흥인지문의 병진모드를 파악하였고, 병진모드에서 측정된 여러 기둥의 모드 상대크기와 위상이 동일함을 확인하였다. 저차 병진모드에서 모든 기둥이 같은 방향으로 강성을 발휘하기 때문에 각층의 강성을 합한 등가의 층강성을 가지는 2자유도의 동적강체해석모델을 제시하였다. 이 해석모델은 선형 범위 내에서 거동한다는 것으로 가정하여 층강성을 산정하였다. 실제 흥인지문의 접합부에는 부재간의 이음과 맞춤에 의한 마찰력이 작용한다. 접합부를 누르는 무거운 지붕하중에 의해 이 마찰력은 증가하게 되고, 이로써 횡하중에 저항하게 된다. 이러한 접합부에 강한 횡하중이 작용하게 되면, 접합부의 이완 및 마찰력의 저하 등으로 인하여 횡강성의 저하가 급격히 일어나는 비선형 특성을 갖게 된다. 이러한 흥인지문의 비선형적인 특성을 파악하기 위해 흥인지문 해석모델에 쿨롱 마찰력을 도입하여 비선형적인 해석모델을 제시하였다.

**keywords** : Ambient vibration, Dynamic rigid body model, Coulomb friction

### 1. 서 론

흥인지문은 우리나라 보물 1호에 해당되는 문화유산으로 서울 성곽의 8개의 문 중 동쪽에 위치한 문이다. 흥인지문은 목조건축물이고, 앞면 5칸, 옆면 2칸 규모의 2층 구조물이다. 현재의 문은 고종 6년(1869)에 지어진 것으로 지어진지 약 140년 정도가 지났다. 흥인지문은 여러 부재가 서로 맞춤과 이음으로 연결되어 있는 가구식 구조로 오랜 세월로 인해 접합부의 노화, 목재 강도의 변화 등이 발생되었다. 또한 흥인지문 주변에는 수십층에 쇼핑센터와 시장이 즐비해 있어 유동인구가 많고, 십만대가 넘는 차량이 이동하며, 지하에는 지하철 1, 4호선이 운행되고 있다. 이러한 주변 진동환경에 대한 저항성능 및 흥인지문의 강성을 평가하기 위해서 먼저 흥인지문의 고유진동수와 모드 등을 파악해야 한다. 이를 위해 상시진동법을 이용하여 흥인지문의 동적특성 및 전체거동을 파악하였다. 상시진동실험 결과로부터 흥인지문의 동적강체해석모델을 작성하여 흥인지문의 등가 층강성을 추정하였고, 더 나아가 실제 접합부에 발생하는 마찰력으로 인한 감쇠현상을 파악하기 위해 쿨롱 마찰력을 도입한 흥인지문의 비선형 해석모델을 제시하였다.

### 2. 상시진동실험 및 실험결과

상시진동실험은 가진장치 없이 주변의 미진동에 대한 건물의 응답을 측정하는 방식으로 구조물에 직접 가

\* 단국대학교 건축공학과 석사과정 sa0605@live.co.kr

\*\* 정희원 · 단국대학교 건축공학과 교수 kwmin@dankook.ac.kr

진하는 방식이 아니기 때문에 홍인지문과 같은 문화재 구조물의 동적특성을 파악하는데 적용하기에 적합한 실험방식이다. 미진동의 진동원은 바람, 지반의 맥동 등 자연적인 것과 교통진동 또는 인접지역의 공사 등으로 인한 지반진동 등의 인공적인 것이 있다. 홍인지문은 4거리 중심에 위치해 있어 여러 진동에 노출되어 있다. 그림 1, 2 및 3과 같이 홍인지문의 횡강성은 기둥인 고주, 귀고주, 평주가 부담하고 있다. 이에 가속도 센서를 설치하여 상시진동실험을 수행하였다. 홍인지문의 평면모드 및 전체 거동을 확인하기 위해 고주, 귀고주, 평주기둥의 여러 위치에서 가속도 응답을 측정하였다. 측정된 가속도 응답을 측정된 가속도 응답을 FDD(Frequency Domain Decomposition)와 SSI(Stochastic Subspace Identification) 두가지 방법으로 분석하였다

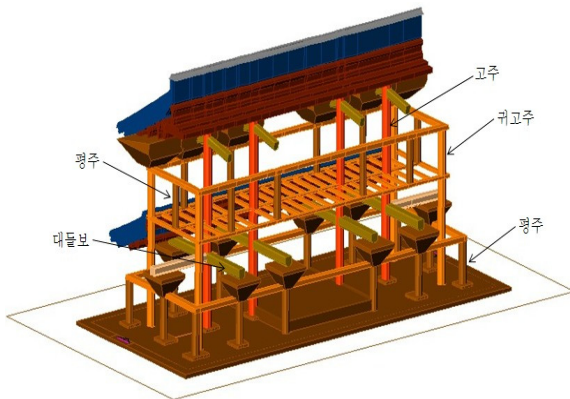


그림 1. 홍인지문 입체단면

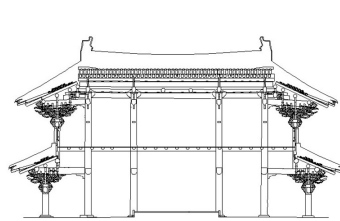


그림 2. 종단면도

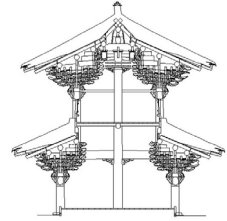


그림 3. 횡단면도

그림 2와 3에서 홍인지문은 중앙을 기준으로 좌우대칭이다. 이러한 기둥에 가속도 센서를 부착하고 고유진동수와 모드를 구하여 선형거동 및 일체거동을 분석하였다. 기둥의 여러 곳에서 측정된 고유진동수가 동일하게 나와 미약한 상시진동에 의하여 선형거동을 하였다. 강축 방향의 고유진동수는 1.5Hz이고, 약축 방향의 고유진동수는 1.1, 1.3, 4.2Hz이다. 강축 방향의 1.5Hz와 약축 방향의 1.1, 4.2Hz는 모드확인 결과 비틀림 거동이 없는 병진 모드이다. 1.3Hz는 평면적으로 비틀리는 비틀림 모드이다. 특히 그림 4와 5에서와 같이 기둥의 여러 곳에서의 모드 상대크기와 위상이 동일하게 나와 모든 기둥이 해당 고유진동수에서 동일하게 움직이는 전체거동을 하는 것으로 판단된다.

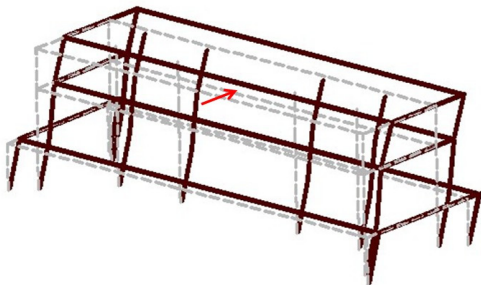


그림 4. 약축 방향 1차 병진모드 (1.1Hz)

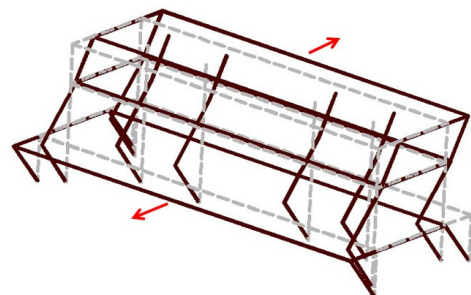


그림 5. 약축 방향 2차 병진모드 (4.2Hz)

### 3. 선형 해석모델

#### 3.1 등가 강체 해석모델

홍인지문은 지어진 지 오래되었고 여러 개의 길고 짧은 기둥이 보와 집합되어 있으며 공포 및 처마로 연결되어 있는 구조물이기 때문에 정확한 해석 모델 작업은 거의 불가능하다. 본 연구에서는 여러 기둥에서의 상시진동 측정 결과를 분석한 결과, 동일한 모드와 고유진동수를 나타내는 것으로 보아 선형거동과 여러 기둥의 국소진동이 아닌 일체화된 거동을 한다고 판단하였다. 그림 2와 3과 같이 홍인지문의 입면이나 평면 형태나 증앙을 기준으로 대칭인 것처럼 실제 거동도 그림 4와 5와 같이 대칭인 병진모드가 나타나는 것을 파악하였다. 따라서 모든 기둥이 저차 병진모드에서는 같은 방향으로 강성을 발휘하는 모든 기둥의 강성을 합한 강성인 등가의 층강성으로 치환하여 2자유도로 모델링하였다. 또한 집합부의 강성이 기둥의 강성보다 매우 작기 때문에 각 부재를 강체로 보고 단순강체 해석모델을 제시하였다 (K.J. Bathe.2007).

홍인지문의 각 층에 있는 지붕의 무게가 매우 크기 때문에 지붕하중을 집중질량  $m_1, m_2$ 으로 나타냈다. 기둥은 초석위에 단순히 놓여있는 형태이므로 기둥하단은 힌지로 모델링하였다. 그림 6의  $k_1$ 과  $k_2$ 는 각각 1층, 2층의 층 횡강성이고, 이는 각층의 복원력에 해당한다. 홍인지문의 재료와 각 부분의 치수는 실측보고서를 통해 비교적 정확하게 예측할 수 있기 때문에 층 질량 및 기둥에 작용하는 압축력을 구할 수 있다. 산정한 결과, 각 층의 집중 질량  $m_1$ 은 290t,  $m_2$ 은 314t이다. 각 층의 중력방향으로 작용하는 압축력인  $P_1$ 은 5,919kN  $P_2$ 는 3,077kN이다. 1층의 기둥 높이  $l_1$ 는 5.84m이고, 2층의 기둥 높이  $l_2$ 는 7.69m이다. 그리고  $Y_1$ 과  $Y_2$ 는 각각 1층 기둥과 2층 기둥 상부의 횡변위이다. 그림 7처럼 횡변위 발생 시 층의 횡강성에 의한 복원력과 집중질량으로 인한 관성력이 발생하게 된다. 이 때의 A점 상부 모델의 모멘트 평형식은 (1)식과 같다.

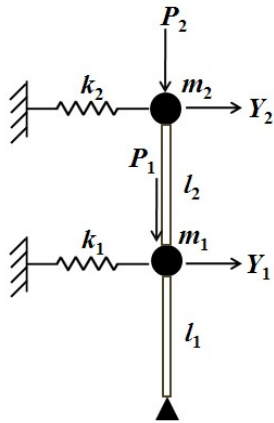


그림 6. 동적강체 해석모델

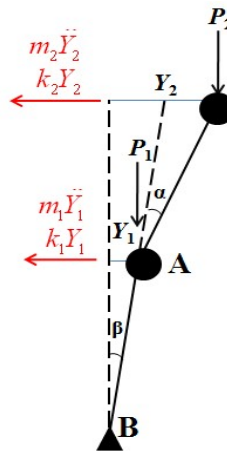


그림 7. 횡변형 시 해석모델에 작용하는 힘

$$P_2 l_2 \sin(\alpha + \beta) = k_2 Y_2 l_2 \cos(\alpha + \beta) + m_2 \ddot{Y}_2 l_2 \cos(\alpha + \beta) \quad (1)$$

여기서  $\alpha, \beta$ 는 각각 2층 기둥의 회전각, 1층 기둥의 회전각이다. B점의 모멘트 평형식은 (2)식과 같다.

$$P_2 [l_2 \sin(\alpha + \beta) + l_1 \sin\beta] + P_1 l_1 \sin\beta = (k_2 Y_2 + m_2 \ddot{Y}_2) [l_2 \cos(\alpha + \beta) + l_1 \cos\beta] + (k_1 Y_1 + m_1 \ddot{Y}_1) l_1 \cos\beta \quad (2)$$

기둥의 회전각이 작다고 가정하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$l_2 \sin(\alpha + \beta) = Y_2 - Y_1 \quad (3)$$

$$l_1 \sin \beta = Y_1 \quad (4)$$

$$l_2 \cos(\alpha + \beta) = l_2 \quad (5)$$

$$l_1 \cos \beta = l_1 \quad (6)$$

(3)~(6)식을 이용하여 A점의 모멘트 평형식과 B점의 모멘트 평형식을 행렬식으로 정리하면 (7)식과 같다. 이는 자유진동일 때의 운동방정식이다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 - \frac{P_1}{l_1} - \frac{P_2(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} & \frac{P_2}{l_2} \\ \frac{P_2}{l_2} & k_2 - \frac{P_2}{l_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3.2 고유치식을 이용한 횡강성 추정

집중질량, 기둥높이, 압축력의 값은 실측보고서로부터 산정하고, 홍인지문의 고유치식 (8) (Eigenvalue Equation)을 이용하여 층강성  $k_1$ 과  $k_2$ 를 구한다. 약축 방향의 각 층 횡강성은 고유치식에 1차, 2차 병진모드의 고유진동수 1.1Hz, 4.2Hz를 대입하여 계산한다. 홍인지문의 모드 분석결과 1.3Hz는 비틀림 모드이고, 4.2Hz가 병진방향 2차 모드이다. 계산결과, 약축방향 홍인지문의 1층 횡강성,  $k_1$ 은 202kN/mm이고, 2층 횡강성,  $k_2$ 는 15.1kN/mm이다. 1층의 횡강성이 2층의 횡강성보다 훨씬 큰 값을 갖는다는 것을 확인하였다. 이는 1층에 기둥 및 연결된 보의 수가 2층보다 많고, 2층에 비해 더 큰 중력 방향 하중이 작용하기 때문이다.

$$\left| \begin{bmatrix} k_1 - \frac{1}{l_1} \left( P_1 + \frac{P_2(l_1 + l_2)}{l_2} \right) & \frac{P_2}{l_2} \\ \frac{P_2}{l_2} & k_2 - \frac{P_2}{l_2} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (8)$$

## 4. 쿨롱 마찰력을 도입한 비선형 해석모델

실제 홍인지문의 접합부는 수직, 수평부재가 서로 이음과 맞춤으로 연결되어있어, 부재사이 맞댄면에서 마찰력이 발생하게 된다. 또한 무거운 지붕하중이 접합부를 누르고 있기 때문에 마찰력은 증가하게 되고, 이 부분에서 마찰력에 의한 감쇠가 발생하게 된다. 이러한 감쇠효과를 해석모델에 적용하기 위해 동적강체 해석모델에 쿨롱마찰력을 도입하였다. 그림 8과 같이 강성과 쿨롱 마찰력을 직렬로 모델링하였다. 이는 최대정지마찰력보다 작은 외력에 대해서는 복원력에 의해 선형적으로 거동하고, 큰 외력에 대해서는 복원력과 운동마찰력이 동시에 저항하는 시스템으로 보고, 모델링하였다. 마찰력의 특성상 정지(Stick)일 때와 운동(Slip)일 때를 나누어서 운동방정식을 유도하였다. 먼저, 외력이 마찰력보다 그 값이 작으면 움직이지 않는 상태가 되고, 외력이 최대정지마찰력 이상이 되면 미끄러짐이 발생하면서 운동 상태가 된다. 강성과 직렬로 연결되어 있기 때문에 정지 상태일 때는 3절에서 제시한 해석모델과 같은 형태가 되고, 운동 상태가 된 후에 강성에 의한 복원력과 운동 마찰력이 함께 존재하게 된다. 이에 따라 그림 9와 같이 운동 상태일 때의 A점과 B점 상부의 모멘트 평형식은 각각 (9), (10)식과 같다.

$$P_2 l_2 \sin(\alpha + \beta) = k_2 Y_2 l_2 \cos(\alpha + \beta) + m_2 \ddot{Y}_2 l_2 \cos(\alpha + \beta) + f_{a_2} \operatorname{sgn}(\dot{Y}_2) \cos(\alpha + \beta) \quad (9)$$

$$P_2 [l_2 \sin(\alpha + \beta) + l_1 \sin \beta] + P_1 l_1 \sin \beta = \left( k_2 Y_2 + m_2 \ddot{Y}_2 + f_{a_2} \operatorname{sgn}(\dot{Y}_2) \right) [l_2 \cos(\alpha + \beta) + l_1 \cos \beta] + \left( k_1 Y_1 + m_1 \ddot{Y}_1 + f_{a_1} \operatorname{sgn}(\dot{Y}_1) \right) l_1 \cos \beta \quad (10)$$

3절과 같은 방법으로 식을 정리하면 (11)식과 같다. 이는 외력이 최대정지마찰력 이상일 때의 자유진동 운동방정식이다.

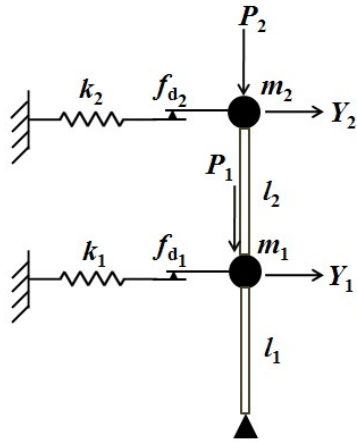


그림 8. 쿨롱 마찰력 도입한 해석모델

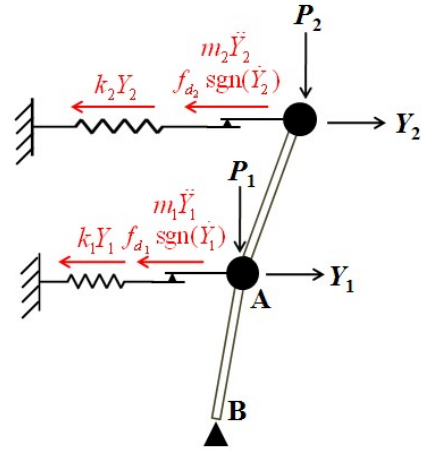


그림 9. 횡변형 시 해석모델에 작용하는 힘

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 - \frac{P_1}{l_1} - \frac{P_2(l_1+l_2)}{l_1 l_2} & \frac{P_2}{l_2} \\ \frac{P_2}{l_2} & k_2 - \frac{P_2}{l_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{d1} \operatorname{sgn}(\dot{Y}_1) \\ f_{d2} \operatorname{sgn}(\dot{Y}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

## 5. 결론

상시진동실험 결과로부터 고유주기와 모드를 분석하였고, 진동특성을 이용하여 2자유도를 가지는 홍인지문의 단순강체모델을 제시하였다. 특성방정식을 이용하여 등가의 층강성을 구하였다. 그 결과 1층의 층강성은 202kN/mm이고, 2층의 층강성은 15.1kN/mm 이다. 1층의 강성이 2층의 강성보다 더 큰 값을 갖는 것을 확인하였다. 이는 선형범위로 가정했을 때의 해석모델이다. 실제 홍인지문의 접합부에는 무거운 지붕하중이 작용하고, 부재가 서로 맞춤과 이음으로 연결되어 있어 마찰력이 존재한다. 이를 쿨롱 마찰력으로 해석모델에 도입하여, 마찰력에 의한 감쇠효과와 큰 외력에 따른 홍인지문의 비선형 특성을 파악하고자 하였다.

본 연구에서는 선형 범위의 강체해석모델을 제시하여 층강성을 산정하였고, 실제 구조물에 존재하는 마찰력을 고려하기 위해 쿨롱마찰력을 도입한 비선형 해석모델을 제시하였다. 향후 외력 특성에 따른 홍인지문의 비선형적인 거동을 파악, 분석하고자 한다.

## 감사의 글

이 연구는 문화재청 국립문화재연구소의 지원을 받아 2010년도 문화재보존기술개발연구(R&D)사업의 일환으로 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

K.J. Bathe.(2007) Finite Element Procedures, pp.77-105.