

열-전기-기계 하중하의 압전섬유 복합재료 해석

Thermoelectromechanical analysis of piezoelectric fiber composites

김 준 식*

Kim, Jun-Sik

요 약

본 논문에서는 열-전기-기계 하중 하의 지능형 복합재료 보 모델을 전산점근해석기법에 기초하여 개발하였다. 열-전기-기계 하중 하의 구조물은 지난 십년간 많은 연구가 있어왔으나, 주로 고전적 보 모델에 기반을 두어 진행되어져 왔다. 멀티피직스 환경하의 구조물은 여러 가지 하중의 조합과 이에 따른 연성효과 등의 고려가 필수적이다. 따라서 공학적인 가정이 없는 점근해석기법은 보다 정확한 등가 보 모델을 개발하는데 있어 기반요소가 될 수 있다. 본 연구에서는 3차원 멀티피직스 구성방정식으로부터 출발하여 점근기법을 적용 체계적으로 등가 보 모델을 유도하고 그 해석 결과를 고찰하고자 한다.

keywords : Thermoelectromechanical Analysis, Multiphysics, Asymptotic Expansion Method

1. 서 론

지능형 구조물은 고강도, 기능성, 경량화를 요구하는 시스템에서 널리 사용되고 있다. 따라서 다양한 파생 연구가 수행되어져 왔으며, 특히 이러한 지능형 구조물은 전기-기계-열 등의 복합 하중 환경 하에 처하게 되는 경우가 빈번하다. 따라서 다 물리계의 환경을 고려하는 해석 및 설계는 필수적이라 할 수 있다. 이러한 복합 하중 하의 구조물에 대한 많은 연구가 수행되어져 왔으나, 고전이론에 기반을 둔 모델을 주를 이루고 있다. 이러한 고전적 모델의 문제는 복잡한 연성을 정확하게 예측한다는 보장이 어렵기 때문에 개발된 모델들에 대한 철저한 검증이 요구된다.

한편 수학적으로 강력한 도구인 점근해석 기법은 그 정확도가 특정 조건을 만족하면 수학적으로 검증되기 때문에 수식의 상대적 복잡성에도 불구하고 주목받고 있다. Kim (2011) 등은 압전섬유를 가지는 복합재료 보에 대하여 연구를 수행하였다. 이 연구에서는 점근해석모델이 고전이론이 예측할 수 없는 3차원 포아송 효과와 경계조건 효과를 정확하게 예측할 수 있음을 보였다. 또한 최근에 Lee (2010) 등은 열 하중 하에서의 복합재료 구조물에 대한 전산점근해석을 수행하였으며, 열 하중에 의한 워핑함수를 성공적으로 계산하였다. 이들은 수치예제를 통해서 열 하중에 의한 3차원 응력상태를 정확하게 예측할 수 있음을 보였다.

본 연구에서는 기존의 모델을 확장 발전시켜 열-전기-기계 등의 복합 하중 하의 압전섬유 복합재료에 대한 전산점근해석 모델을 개발하고자한다. 이 모델은 3차원 멀티피직스 구성방정식으로부터 출발하여 기하학적 매개변수를 도입함으로써 얻어질 수 있다. 얻어진 모델에 의한 해석결과는 3차원 유흐해석 및 참고문헌의 결과와 비교하여 검증하고, 멀티피직스 환경 하에서의 다양한 단면 워핑함수에 대하여 고찰하고자 한다.

* 정희원 • 금오공과대학교 지능기계공학과 조교수 junsik.kim@kumoh.ac.kr

2. 멀티피직스 접근모델 정식화

열-전기-기계 연성 선형탄성문제에 대한 3차원 구성방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} T_{ij} &= c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{ijk} E_k - \beta_{ij} \theta \\ D_i &= e_{ikl} S_{kl} + \varepsilon_{ik}^S E_k \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 T_{ij} 는 응력텐서이고, S_{ij} 는 변형률텐서, D_i 는 전기변위 벡터, E_i 는 전기장, 그리고 θ 는 온도장이다. 또한 c_{ijkl}^E 는 탄성계수텐서, β_{ij} 는 열팽창 계수, 그리고 e_{ijk} 와 ε_{ik}^S 는 압전계수들이다 (IEEE 1987). 변형률-변위 관계식 그리고 전기장-전기 포텐셜 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$S_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}), \quad E_i = -\varphi_{,i} \quad (2)$$

여기서 $(\cdot)_{,i}$ 는 x_i 축에 관한 미분을 나타낸다.

주어진 선형 압전탄성문제에 대한 가상일의 원리는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta W = \int_{\Omega} T_{ij} \delta S_{ij} - D_i \delta E_i d\Omega - \int_{S_\sigma} \bar{p}_i \delta u_i dS - \int_{S_q} \bar{q}_i \delta \varphi_i dS = 0 \quad (3)$$

여기서 \bar{p}_i 는 기술된 트랙션터(traction)이고, \bar{q}_i 기술된 전기차지밀도(electric charge density)이다. 이제 점근 해석을 수행하기 위하여 독립변수들(기계변위, 전기포텐셜 그리고 온도장)에 대한 점근전개를 한다. 이 변수들에 대한 점근전개는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x_i) &= \mathbf{u}^{(0)}(y_1) + \epsilon \mathbf{u}^{(1)}(y_i) + \epsilon^2 \mathbf{u}^{(2)}(y_i) + \dots \\ \varphi(x_i) &= \epsilon \varphi^{(1)}(y_1) + \epsilon^2 \varphi^{(2)}(y_i) + \dots \\ \theta(x_i) &= \epsilon \theta^{(1)}(y_1) + \epsilon^2 \theta^{(2)}(y_i) + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)를 식 (1)과 식 (2)를 경유하여 식 (3)에 대입하고 매개변수 (ϵ)에 대한 차수별로 정리하면 다음과 같은 회귀 가상일의 식을 얻는다.

$$\delta W^{(k)} = \delta \widehat{W}^{(k)} + \delta W_w^{(k)}, \quad k \geq 0 \quad (5)$$

식 (5)를 각 차수별로 해석하면 식 (4)의 독립변수들을 차수별로 얻을 수 있다. 자세한 해석과정과 결과는 지면관계상 생략한다.

참고문헌

- Kim, J-S. and Wang, K.W.** (2011) An asymptotic approach for the analysis of piezoelectric fiber composite beams, *Smart Materials and Structures*, 20(2), pp.025023:1~15.
- Lee, J., Cho, M. and Kim, J-S** (2010) A multiscale analysis of composite beams under thermo-mechanical loading conditions via an asymptotic approach, *AIMM'10*, 30-31 May, Seogwipo KAL Hotel, Jeju, Korea.
- Anonymous**, (1987) An American National Standard: IEEE Standards on Piezoelectricity, *ANSI/IEEE Std 176-1987*, New York.