

탄성현수선 및 탄성 포물선 케이블 요소의 비교연구

Comparison Study of Elastic Catenary and Elastic Parabolic Cable Elements

김 동 영* · 송 요 한** · 김 문 영***
Kim, Dong-Yeong · Song, Yo-Han · Kim, Moon-Young

요 약

케이블구조의 기하학적 비선형해석을 위한 탄성포물선 케이블요소를 제시한다. 탄성현수선 케이블요소에 대한 적합조건과 접선강도행렬을 토대로 장력이 충분히 도입되어 자중에 의한 처짐 형상이 포물선에 가깝다는 가정 하에서 무응력길이를 포함하는 탄성포물선 케이블요소의 비선형 힘-변형관계식과 접선강도행렬을 구한다. 또한 현(chord)방향으로 두 케이블요소의 등가 공칭장력식을 정의한다. 탄성포물선 케이블요소의 수치적인 정확성을 확인하기 위하여, 경사진 케이블을 탄성현수선과 탄성포물선 케이블요소로 각각 모델링하여 매개변수 해석을 수행하고 비교, 분석한 결과를 제시한다.

keywords : 케이블요소, 탄성포물선, 탄성현수선, 접선강도행렬, 초기형상해석

1. 서 론

고정하중을 받는 케이블지지교량의 초기형상해석은 초기장력을 도입하여야 구조적 성능을 발휘하는 케이블의 특성 때문에 많은 연구자의 주목을 받았다. 김제춘과 장승필(1999)은 사장교의 초기형상해석을 위한 초기부재력법을 제시하였고, Kim과 Lee(2001)는 케이블부재의 무응력길이를 변위법의 미지수에 포함시키고 전체시스템의 비선형 평형방정식의 해를 구하는 TCUD(target configuration under dead loads)법을 개발하였다. 이러한 연구에서는 대부분 탄성현수선 케이블요소를 사용하고 있는데 이는 정식화가 까다롭고 초기값에 따라 수렴이 되지 않는 경우가 발생하기도 한다. 이러한 문제점을 해소하기 위하여 본 연구에서는 이전 연구(경용수와 김문영, 2007)를 확장시켜서 케이블구조의 초기형상해석을 위한 새로운 탄성포물선 케이블요소(elastic parabolic cable element)를 제시한다.

2. 탄성현수선 케이블요소와 탄성포물선 케이블요소의 장력

그림 1은 자중을 받는 탄성현수선 및 탄성포물선 케이블요소의 양단부 반력을 각각 나타낸 것이다. 자중, 경사각, 무응력길이, 현의 직선길이가 동일한 조건하에서 두 케이블요소의 역학적 거동이 등가(equivalent)이기 위해서는 다음의 등식이 성립하여야 한다.

* 학생회원·성균관대학교 초고층장대교량학과 석사과정 coreaace@hotmail.com
** 삼성물산(주) 건설부문 대리 sssongjohn@naver.com
*** 정회원·성균관대학교 사회환경시스템공학과 교수 kmye@skku.edu

$$\begin{aligned} T_\theta &\cong -F_1 / \cos \theta \\ wL_o/2 &\cong F_2 - F_1 \tan \theta \end{aligned} \quad (1)$$

위식을 정리하면 탄성현수선 케이블 요소의 장력에 관한 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$T_\theta \cong -F_1 \cos \theta - \left(F_2 - \frac{wL_o}{2} \right) \sin \theta \quad (2)$$

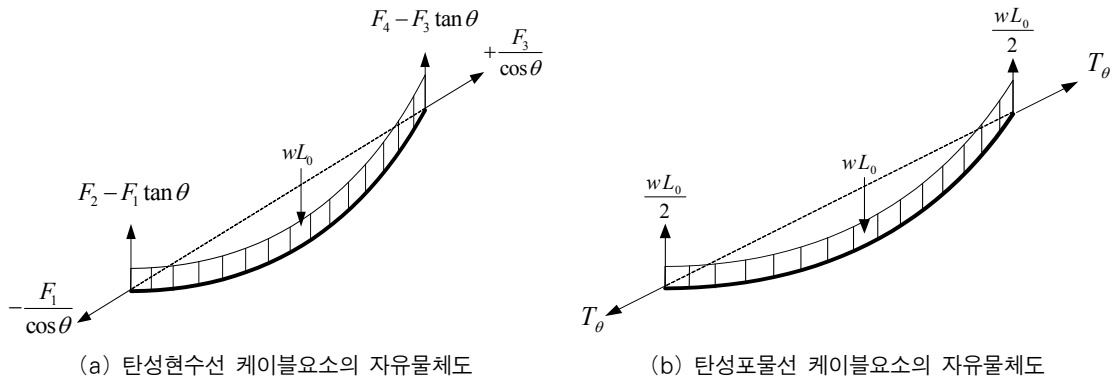


그림 1 탄성현수선 및 탄성포물선 케이블요소

탄성 포물선 케이블의 경우, 수평케이블을 회전시켜서 θ 만큼 경사졌을 때 케이블자중은 현방향성분 $wL_o \sin \theta$ 와 현직각성분 $wL_o \cos \theta$ 으로 각각 분해할 수 있다. 이때 케이블 처짐이 중앙새그를 포함하여 포물선형상을 그대로 유지한다고 가정하고, 케이블에 상당히 큰 장력이 도입되어 새그가 상대적으로 작다는 가정을 도입하여 구한 공칭장력에 대한 3차 방정식은 다음과 같다.

$$T_\theta^3 + \frac{EA_o}{L_o}(L_o - L)T_\theta^2 - \frac{EA_o(wL_o \cos \theta)^2}{24} = 0 \quad (3)$$

3. 탄성현수선 케이블요소와 탄성포물선 케이블요소의 접선강성

두 개의 고정된 점 p와 q의 사이에 걸려 있는 케이블을 탄성현수선 케이블요소로 생각하여 요소 양단 p, q의 상대변위의 변화량과 절점력 변화량의 관계를 증분 관계식으로 나타내어 구하면 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{F}_c = \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{U}_c + \mathbf{K}_{cu} \Delta L_o \quad (4)$$

여기서, $\Delta \mathbf{F}_c$ = 증분 절점력 벡터; \mathbf{K}_c = 탄성 현수선요소의 강성행렬; $\Delta \mathbf{U}_c$ = 증분 변위벡터; \mathbf{K}_{cu} = 무응력 길이의 변화에 의한 강성행렬을 나타낸다.

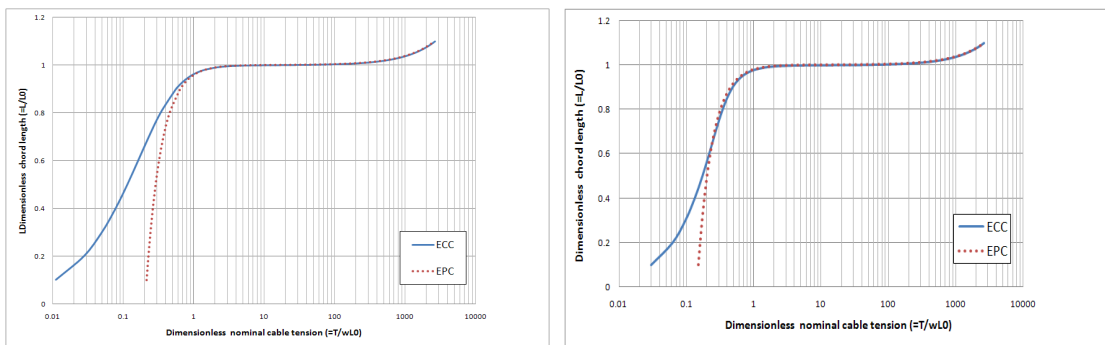
탄성포물선 케이블요소의 경우, 케이블을 초기길이 L_o 를 갖는 트러스요소로 가정하고 힘-변형관계와 접

선강도행렬을 유도한다. 트러스 케이블요소는 새그가 없는 직선형상을 갖는다는 점을 제외하면 탄성현수선 케이블요소와 동일하므로 트러스요소의 힘-변형관계식을 이용하여 트러스-케이블요소의 증분평형방정식을 구하면 탄성현수선 케이블요소의 경우와 동일한 형태의 증분관계식을 얻을 수 있다.

두 개의 케이블요소의 현방향의 접선 강성값을 비교하기 위하여 접선강성행렬을 현과 그 직각방향의 국부 좌표계로 변환하여 대각요소의 첫 번째 계수 값을 현방향의 강성 값으로 취한다.

4. 수치해석 예

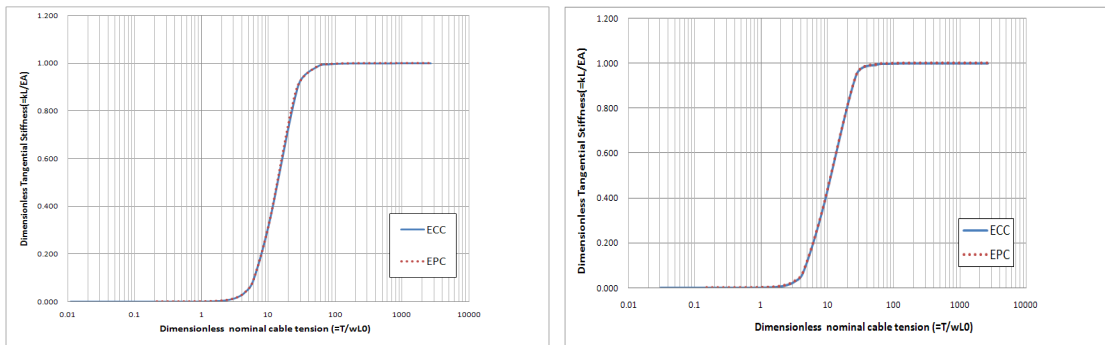
수치 해석 모델은 자중을 받으며 경사각 θ 를 갖는 단일 케이블부재이다. 사용된 재료는 $w = 0.78 \text{ kN/m}$, $E = 200 \text{ GPa}$, $A = 0.01 \text{ m}^2$ 이고, 무응력길이 L_o 는 100m 로 고정시킨다.



(a) 경사각이 0°인 경우

(b) 경사각이 45°인 경우

그림 9 경사케이블의 공칭장력과 현길이 관계

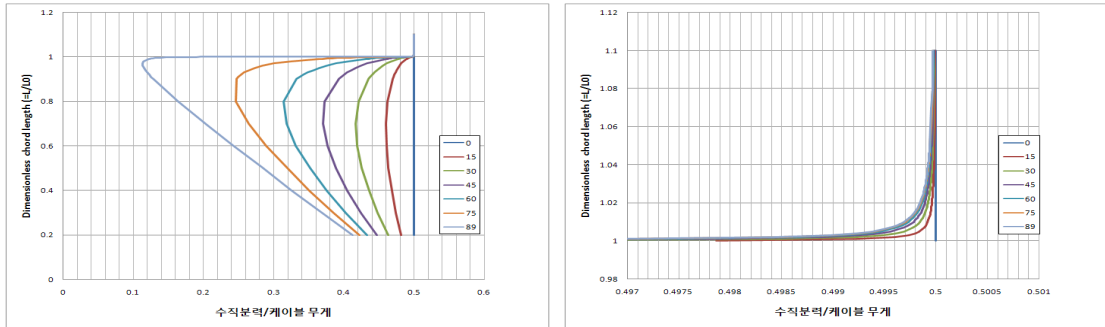


(a) 경사각이 0°인 경우

(b) 경사각이 45°인 경우

그림 10 경사케이블의 공칭장력과 접선강성 관계

그림 9와 10은 각각 케이블의 경사각이 0°, 45°로 증가하는 경우에 공칭장력과 현 길이, 공칭장력과 접선강성의 비선형 관계를 비교하여 나타낸 것이다. 도입장력이 자중에 비하여 매우 작은 경우는 두 케이블 이론의 결과가 다소 차이를 보이지만 장력이 커짐에 따라 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 실제 케이블부재의 초기장력은 자중의 최소 10배 이상 도입되므로 이 범위의 케이블부재는 충분한 정확도로 탄성포물선요소로 모델링하는 것이 가능하다고 판단된다.



(a) 경사각의 증가에 따른 수직반력과 현길이 곡선

(b) 현/길이버가 1.0 보다 큰 경우의 관계곡선

그림 11 경사케이블의 수직반력과 현길이 관계

그림 11은 케이블의 경사각이 증가함에 따른 수직반력과 현길이의 관계를 비교하여 나타낸 것이다. 특히 그림 11(a)는 무응력길이에 대한 현길이의 비가 1.0 보다 큰 경우에 수직반력의 비선형관계를 확대하여 표시한 것이다. 실제로 케이블교량의 초기형상해석의 경우에 무응력길이에 대한 현길이의 비가 1.0 보다 크기 때문에 이 범위 내에서 두 케이블이론의 해석결과는 거의 일치한다고 말할 수 있다.

5. 결론

케이블지지 구조물의 기하학적 비선형 유한요소해석을 위한 탄성포물선 케이블요소를 제시하였다. 초기장력이 충분히 도입되어 자중에 의한 처짐 형상이 포물선에 가깝다는 가정 하에서 무응력길이를 포함하는 탄성포물선 케이블요소의 비선형 힘-변형관계식과 접선강도행렬을 이용, 역학적인 거동을 비교, 고찰하였다.

탄성포물선 케이블요소의 수치적인 정확성을 확인하기 위하여, 경사진 케이블을 케이블요소로 각각 모델링하여 결과를 비교, 분석한 결과 자중의 10배 이상의 초기장력이 도입되고 무응력길이에 대한 현길이의 비가 1.0 보다 큰 경우에 두 요소에 의한 해석결과는 동일한 정도의 해석결과를 얻을 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 건설교통기술평가원의 건설기술혁신사업의 초장대교량 사업단 연구과제비(과제번호 : 08기술혁신E01)에 의해 연구되었기에 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- 경용수, 김문영, (2007), 사장교의 초기형상해석을 위한 탄성포물선 케이블요소, 한국전산구조공학회 논문집, 제 20권, 1호, pp. 1~8
- 김문영, 경용수, 이준석, (2003), 사장교의 개선된 초기형상 해석법, 한국강구조학회 논문집, 제 15권, 2호, pp.175~185.
- 김제춘, 장승필, (1999), 초기부재력을 이용한 사장교의 초기형상 및 캠버량 결정, 대한토목학회 논문집, 제19권, I-3호, pp.377~386.
- Irvine, H. Max. (1981), Cable structures, The MIT Press.
- Kim, Ki-Seok, Lee, Hae-Sung, (2001), Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges, Computer & Structures, Vol. 79, pp.2681~2692