



# 레벨셋 기법을 이용한 전기습윤 현상의 동적 거동에 대한 해석 및 물성 보간 방법에 대한 고찰

박준권,<sup>1</sup> 강관형<sup>\*2</sup>

## ANALYSIS OF ELECTROWETTING DYNAMICS WITH LEVEL SET METHOD AND ASSESSMENT OF PROPERTY INTERPOLATION METHODS

J.K. Park<sup>1</sup> and K.H. Kang<sup>\*2</sup>

*Electrowetting is a versatile tool to handle tiny droplets and forms a backbone of digital microfluidics. Numerical analysis is necessary to fully understand the dynamics of electrowetting, especially in designing electrowetting-based devices, such as liquid lenses and reflective displays. We developed a numerical method to analyze the general contact-line problems, incorporating dynamic contact angle models. The method is based on the conservative level set method to capture the interface of two fluids without loss of mass. We applied the method to the analysis of spreading process of a sessile droplet for step input voltages and oscillation of the droplet for alternating input voltages in electrowetting. The result was compared with experimental data. It is shown that contact line friction significantly affects the contact line motion and the oscillation amplitude. The pinning process of contact line was well represented by including the hysteresis effect in the contact angle models. In level set method, in the mean time, material properties are made to change smoothly across an interface of two materials with different properties by introducing an interpolation or smoothing scheme. So far, the weighted arithmetic mean (WAM) method has been exclusively adopted in level set method, without complete assessment for its validity. We showed here that the weighted harmonic mean (WHM) method for rate constants of various rate processes, including viscosity, thermal conductivity, electrical conductivity, and permittivity, can be an alternative. I.e., the WHM gives more accurate results than the WAM method in certain circumstances. The interpolation scheme should be selected considering various characteristics including type of property, ratio of property of two fluids, geometry of interface, and so on.*

**Key Words :** 레벨셋(Level Set Method), 동적 접촉각(Dynamic Contact Angle), 전기습윤(Electrowetting), 물성 보간(Property Interpolation)

### 1. 서 론

‘미세유체역학(microfluidics)’이란 마이크로 채널과 같은 매우 작은 스케일에서의 유체 및 입자의 이동이나 정지, 혼합, 분리 등과 연관된 유동 현상을 연구하는 분야이다. 미세유체

역학은 미소 생화학 분석 장치의 개발과 연계되어 발전되어 왔고, 이러한 장치에서는 다양한 물리 및 생화학적 현상이 동시에 고려되어야 한다. 그러므로 통상 미세유체역학은 유체의 운동량 보존을 포함하여 여러 물리 현상이 동시에 고려되어야 하는 일종의 다중물리(multi-physics) 현상에 대한 연구 분야로 여겨진다. 한편, 최근 들어 ‘디지털 미세유체역학(digital microfluidics)’이라고 불리는 기술에 대한 연구가 활발히 진행되고 있는데[1,2], 이는 액적 기반의 미세유체기술이 장치 크기를 증가시키거나 복잡한 장치를 구성할 필요 없이 여러 반응을 병렬적으로 수행할 수 있기 때문이다[3]. 이러한 디지털

1 포항공과대학교 대학원 기계공학과

2 포항공과대학교 기계공학과

\* TEL : 054) 279-2187

\* Corresponding author, E-mail: khkang@postech.ac.kr

미세유체역학 기술에서는 액적의 형상, 크기 및 속도의 정확한 제어를 통하여 필요한 액적 거동을 유도하는 것이 중요한 문제이다. 이러한 액적의 거동 제어는 통상 표면 장력 제어를 통해 이루어지며, 전기를 이용하는 전기습윤(electrowetting) 방법이 가장 대표적인 액적 제어 방법이다.

한편, 이러한 전기습윤 현상에 대한 이해의 폭을 넓히기 위해서는 실험과 더불어 국부적인 현상을 자세히 묘사할 수 있고 다양한 변수에 대한 폭넓은 해석이 가능한 수치적 연구가 필요하다[4-6].

본 연구 그룹에서는 유동의 영향이 강하게 나타나는 매우 동적인 접촉선 문제(contact line problem)인 전기습윤 현상을 레벨셋 기법(level set method)을 기반으로 수치적으로 해석하기 위한 연구를 진행해 오고 있다. 본 논문에서는 현재까지 개발된 내용을 보고하고자 한다. 특히 삼상 접촉선에 작용하는 마찰력과 접촉각 이력이 전기습윤시의 액적의 동적 거동에 미치는 영향을 살펴보고, 실험결과와 비교한다.

한편 레벨셋 기법은 고정된 격자를 사용하면서도 시간에 따라 움직이는 자유계면(free surface)을 추적하는 음함수 방법(implicit method)이며, 계면의 위치를 격자보다 작은 크기의 해상도(resolution)로 정확하게 추적하기 위하여 일정한 두께를 가진 계면, 즉 확산 계면(diffuse interface)을 사용하여 각 상의 물성이 확산 계면 내에서 연속적으로 변화하도록 한다. 확산 계면 내에서의 물성의 분포는 각 상에서의 물성을 거리에 따라 보간(interpolation)하여 사용하며, 대부분의 기존의 연구[7-8]와 상용 수치해석 프로그램[9-12]은 통상 모든 물성에 대해 가장 간단하면서 직관적인 방법인 가중산술평균(weighted arithmetic mean)을 사용해 왔다. 이에 반해, 근래 Tomar 등[13]이 전기전도도와 유전율의 경우에 대해 가중조화평균(weighted harmonic mean) 사용에 대한 필요성을 제기하였다.

본 연구에서는 가중산술평균과 가중조화평균의 비교를 통해 각 상황에 따른 보간 방법의 적절성을 검토한다.

## 2. 동적 접촉각을 고려한 전기습윤 현상의 수치 해석

### 2.1 동적 접촉각 모델

삼종의 상이 한 지점에서 만나는 삼상 접촉선(triple contact line)의 경우, 정적인 상태의 접촉각( $\theta_s$ )은 다음 식과 같이 각 계면에서의 표면장력의 균형으로 결정된다(Fig. 1).

$$\cos \theta_s = \frac{\gamma_{GS} - \gamma_{LS}}{\gamma_{LG}} \quad (1)$$

위의 식에서  $\gamma_{GS}$ ,  $\gamma_{LS}$ ,  $\gamma_{LG}$ 는 고체와 기체 사이의 표면장력, 액체와 고체 사이의 표면장력, 액체와 기체 사이의 표

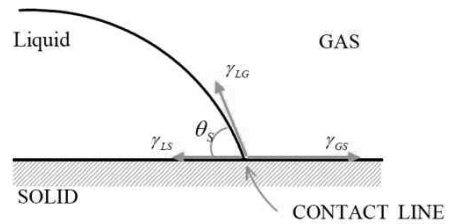


Fig. 1 Force Balance at Triple Contact Line

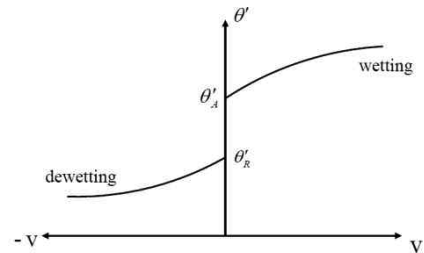


Fig. 2 Dependence of Dynamic Contact Angle on Velocity

면장력을 나타낸다. 전기습윤 현상에서는 삼상 접촉선과 인접한 액체와 기체의 계면에 좁은 영역에 집중된 전기력이 가해져 겔보기 접촉각( $\theta_{eq}$ )을 변화시키며, 겔보기 접촉각은 다음의 Lippmann-Young 식을 따른다[14].

$$\cos \theta_{eq} = \cos \theta_s + \frac{\epsilon_d V^2}{2d\gamma} \quad (2)$$

위의 식에서  $\epsilon_d$ 와  $d$ 는 절연막의 유전율과 두께이며,  $V$ 는 절연막 양단에 가해진 전압이다.

실험적으로 측정된 동적 접촉각은 삼상 접촉선의 이동 속도와 습윤이 일어나는 방향 등에 영향을 받는다고 알려져 있으며, Fig. 2 는 속도와 접촉각의 관계를 보여주고 있다[15]. 동적 접촉각에 대한 모델링은 앞서의 논의와 더불어 추가적인 고려가 필요하다. 즉, 삼상 접촉선에는 앞서 논의된 표면장력과 전기력 외에 추가적인 저항력이 존재하며, 이러한 저항력은 벽면 전단 응력과 삼상 접촉선 부근에서의 유동에 의해 발생하는 유체력 뿐만 아니라 분자 간의 상호 인력들이 복잡하게 관련되어 있다. Chung[16]은 삼상 접촉선에 작용하는 단위 길이당 저항력을 삼상 접촉선의 이동 속도( $V_{TCL}$ )에 비례하는 것으로 표현하였다. 저항 상수( $\eta$ )는 삼상 접촉선의 이동과 관련된 유체의 점성이나 분자간의 흡탈착 등에 의해 결정되는 값으로 실험적으로 구해진다. 이러한 저항 상수를 이용하여 동적 접촉각( $\theta_d$ )은 다음 식과 같이 표현된다.

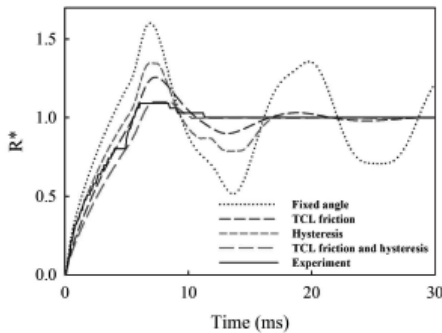


Fig. 3 Comparison of Transient Behaviors of  $R^*$  with Experiment

$$\cos \theta_d = \cos \theta_s + \frac{\varepsilon_d V^2}{2d\gamma} - \frac{\eta}{\gamma} V_{TCL} \quad (3)$$

또한 고체의 표면특성에 따라 정적 접촉각이 측정 이전의 상태에 영향을 받게 되는 접촉각 이력(hysteresis)이 발생한다. 따라서 접촉각 모델에 삼상 접촉선의 마찰력 외에 접촉각 이력 또한 고려해야 한다.

### 2.2 수치해석 방법

레벨셋 기법은 무차원 레벨셋 함수( $\phi$ )의 등고선을 추적하여 유체의 계면을 모사하는 방법이다. 본 연구에서는 보존(conservative) 레벨셋 기법[17-19]을 사용하여 레벨셋 함수를 이송(advection)하고(Eq.(4)) 초기화(re-initialization)하였다(Eq.(5)).

$$\phi_t + \nabla \cdot (\phi \mathbf{u}) = 0 \quad (4)$$

$$\phi_\tau + \nabla \cdot \left( \phi(1-\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} - \varepsilon \nabla \phi \right) = 0 \quad (5)$$

위의 식에서  $\varepsilon$ 은 초기화 관련 변수이며, 계면 두께의 절반에 해당한다. 유체의 유동을 풀기 위하여 오픈 소스 소프트웨어(open source software)인 OpenFOAM[20]을 사용하였으며, OpenFOAM에 레벨셋 기법 및 동적 접촉각 모델을 추가하였다.

좌표는 2차원 축대칭 좌표를 도입하였으며, 계산 영역은 가로, 세로 길이가 각각 4mm이며, 80×80의 등간격 격자로 이산화되었다. 정적 접촉각이 116°인 5 $\mu$ L의 액적에 대해, 액적과 전극 사이에 직류전압 120V를 인가한 후의 액적의 퍼짐과 교류전압 60Vrms에서의 액적의 진동을 해석하였다.

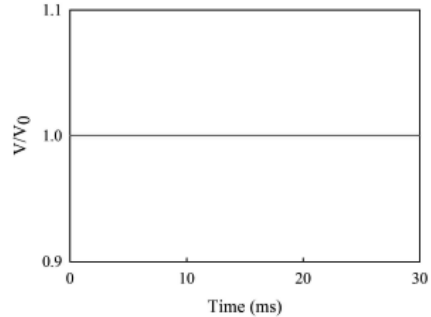


Fig. 4 Change of Drop Volume during Calculation

### 2.3 결과

액적이 바닥면과 접하는 영역의 반지름( $R_b$ )을 Eq.(6)과 같이  $R^*$ 로 무차원화하였다.

$$R^* = \frac{R_b - R_{b,i}}{R_{b,f} - R_{b,i}} \quad (6)$$

위의 식에서  $R_{b,i}$ 와  $R_{b,f}$ 는 각각  $R_b$ 의 초기값과 최종값에 해당한다.

사용된 동적 접촉각 모델에 따른  $R^*$ 를 실험결과와 비교하였다(Fig. 3). 고정된 접촉각을 사용한 경우에 가장 큰 진동이 나타났으며, 삼상 접촉선의 마찰력을 고려할 때 액적의 진동이 감쇠(damping)하였다. 접촉각 이력을 고려한 경우 액적의 pinning 현상이 나타났으며, 삼상 접촉선의 마찰력과 접촉각 이력을 모두 고려할 때 실험결과와 가장 근접한 거동을 구할 수 있었다. 삼상 접촉선의 저항 상수 및 접촉각의 이력 정도는 추후에 실험으로부터 구한 값으로 보정될 것이다. 한편 보존 레벨셋 기법의 특성상 액적의 부피는 계산과정 동안 전혀 변하지 않았다(Fig. 4).

교류 전기장 하의 전기습윤 현상의 액적의 동적 거동을 삼상 접촉선의 마찰력과 접촉각 이력을 고려하지 않은 접촉각 모델을 사용하여 해석하였다. 시간에 따른 액적의 형상을 중첩하여 Fig. 5b에 도시하였으며, Oh 등[21]의 실험결과와 비교하였다(Fig. 5a). 삼상 접촉선의 마찰력과 접촉각 이력이 액적의 진동에 미치는 영향에 대한 연구는 추후에 진행될 것이다.

## 3. 계면의 물성 보간 방법에 대한 고찰

### 3.1 보간 방법

확산 계면 내에서의 물성에 대한 보간 방법을 비교, 평가하기 위하여 가중산술평균(Eq.(7))과 가중조화평균(Eq.(8))을 )

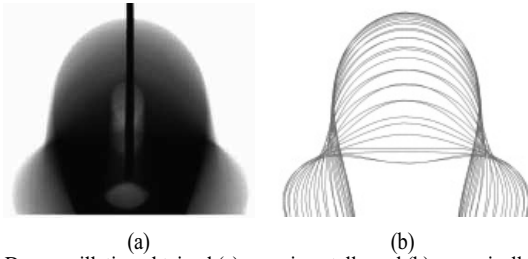


Fig. 5 Drop oscillation obtained (a) experimentally and (b) numerically

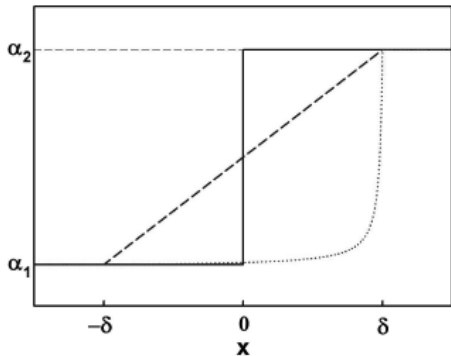


Fig. 6 Distribution of material property for the two interpolation schemes. Solid line is for sharp interface, dashed line is for WAM method, and dotted line is for WHM method, respectively.

사용하였다. 각 보간 방법에 따른 확산 계면 내의 물성( $\alpha$ )의 분포를 보간되지 않은 실제 계면(sharp interface)의 물성의 분포와 비교하였으며 Fig. 6에 도시하였다.

$$\alpha = \alpha_1(1-H) + \alpha_2 H \quad (7)$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1-H}{\alpha_1} + \frac{H}{\alpha_2} \quad (8)$$

위의 식에서  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ 는 계면 양단의 각 상의 물성이며,  $H=H(x)$ 는 보간 함수,  $x$ 는 계면에서의 거리를 나타낸다. 보간 함수는 통상 1/2과 임의의 반대칭(anti-symmetric) 함수의 합으로 0과 1사이의 값을 갖는다.

가중산술평균을 통해 보간된 물성을  $x$ 에 대해 적분한 값은 실제 계면에서의 물성의 분포를  $x$ 에 대해 적분한 것과 동일하다. 따라서 밀도의 경우 공간에 대해 적분한 값이 전체 질량을 나타내므로 전체 질량을 실제와 동일하게 유지하기 위해서는 밀도는 가중산술평균을 사용하여 보간해야 함을 알 수 있다.

### 3.2 확산 계수

전달 과정(transport process)은 유속( $J$ ), 확산 계수( $\alpha$ ), potential( $\phi$ )의 관계로 나타낼 수 있다(Eq.(9)).

$$J = -\alpha(x) \frac{d\phi(x)}{dx} \quad (9)$$

Eq.(9)을  $x$ 에 대해 적분하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta\phi = \phi(\delta) - \phi(-\delta) = J \int_{-\delta}^{\delta} \frac{dx}{\alpha(x)} \quad (10)$$

물성이 보간된 확산 계면 양단의 potential 차이( $\Delta\phi$ )와 유속( $J$ )이 실제의 계면과 동일한 값을 갖기 위해서는 Eq.(11)에 정의된 단위 면적 당 계면 전체 저항( $R$ )이 같아야 한다.

$$R = \int_{-\delta}^{\delta} \frac{dx}{\alpha(x)} \quad (11)$$

실제 계면에서의 확산 계수의 분포를 적분하여 얻은 단위 면적 당 계면 전체 저항( $R_S$ )은 다음과 같다.

$$R_S = \delta \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} \right) \quad (12)$$

가중산술평균을 통해 보간된 확산 계수를 적분하여 얻은 단위 면적 당 계면 전체 저항( $R_{WAM}$ )은 다음과 같다.

$$R_{WAM} = \delta \left( \frac{2}{\alpha_2 - \alpha_1} \ln \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) \right) \quad (13)$$

가중조화평균을 통해 보간된 확산 계수를 적분하여 얻은 단위 면적 당 계면 전체 저항( $R_{WHM}$ )은 다음과 같다.

$$R_{WHM} = \delta \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} \right) \quad (14)$$

Eqs.(12)-(14)에 나타난 바와 같이 가중조화평균을 사용해서 확산 계수를 보간하면  $R$ 이 실제 계면에서의 경우와 동일하다. 즉, 확산 계면 양단의  $\Delta\phi$ 와  $J$ 를 실제 계면과 동일하게 나타내기 위해서는 확산 계수를 가중조화평균을 사용하여 보간해야 함을 알 수 있다.



### 3.3 고찰 및 향후 계획

앞서의 논의를 통해 확산 계면 내에서의 물성의 보간은 각 상황에 따라 가중산술평균이 혹은 가중조화평균이 타당하며, 상황에 따라 적절한 보간 방법을 선택해서 사용해야 함을 알 수 있었다. 따라서 추후에 물성의 종류, 물성의 비율, 계면의 형상 등 종합적인 고려를 통해 보다 면밀한 평가를 수행해야 할 것이다.

## 4. 결 론

고체벽면과 접하는 자유표면 문제를 해석하기 위하여 레벨 셋 기법에 기반한 수치해석 프로그램을 개발하였다. 삼상 접촉선의 마찰력 및 접촉각 이력이 고려된 동적 접촉각 모델을 적용하였으며, 직류 전기장 및 교류 전기장 하에서의 전기습윤 현상의 액적의 동적 거동을 해석하였다. 수치해석 결과를 실험결과와 비교하였으며, 직류 전기장 하의 전기습윤은 삼상 접촉선에 작용하는 마찰력과 접촉각 이력을 모두 고려할 때 실험 시의 액적의 거동을 가장 잘 나타내었다. 교류 전기장 하에서의 전기습윤에 의한 액적의 진동을 구했으며, 공진 주파수에서의 액적의 거동을 실험결과와 비교하였다. 확산 계면 내에서의 물성의 보간 방법의 타당성을 평가하기 위하여 가중산술평균과 가중조화평균을 사용하여 비교하였다. 본 연구에서 검토된 조건 하에서는 밀도의 경우에는 가중산술평균이 타당하며 확산 계수의 경우에는 조화평균이 타당한 등 각 상황에 따라 적절한 보간 방법을 선택해서 사용해야 함을 알 수 있었다. 따라서 추후에 물성의 종류, 물성의 비율, 계면의 형상 등 종합적인 고려를 통해 보다 면밀한 평가를 수행해야 할 것이다.

## 후 기

이 논문은 2009년도 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받은 '다중현상 CFD연구센터(ERC)'의 과제로 수행된 연구임(No.2009-0083510).

## 참고문헌

- [1] 2000, Pollack, M.G. et al., "Electrowetting-based Actuation of Liquid Droplets for Microfluidic Applications," *Appl. Phys. Lett.*, Vol.77, p.1725.
- [2] 2003, Cho, S.K. et al., "Creating, Transporting, Cutting, and Merging Liquid Droplets by Electrowetting-based Actuation for Digital Microfluidic Circuits," *J. Microelectromech. Syst.*, Vol.12, p.70.
- [3] 2006, Moon, H. et al., "An Integrated Digital Microfluidic Chip for Multiplexed Proteomic Sample Preparation and Analysis by MALDI-MS," *Lab Chip*, Vol.6, p.1213.
- [4] 2008, Cahill, B.P. et al., "A Dynamic Electrowetting Simulation Using the Level-set Method," *Proc. of the COMSOL Conference*.
- [5] 2007, Lee, Y.-S., "Numerical Simulation of Electrostatically-driven Free Surface Flows," *KSMF*, p.1856.
- [6] 2006, Walker, S.W. and Shapiro, B., "Modeling the Fluid Dynamics of Electrowetting on Dielectric (EWOD)," *J. Microelectromech. Syst.*, Vol.15, p.986.
- [7] 1994, Sussman, M. et al., "A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow," *J. Comput. Phys.*, Vol.114, p.146.
- [8] 2003, Osher, S. and Fedkiw, R., *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*, Springer, pp.227-238.
- [9] COMSOL Multiphysics 3.4, www.comsol.com.
- [10] FLUENT 6.3, www.ansys.com.
- [11] CFX 10.0, www.ansys.com.
- [12] STAR-CD 4.06, www.cd-adapco.com.
- [13] 2007, Tomar, G., et al., "Two-Phase Electrohydrodynamic Simulations Using a Volume-of-Fluid Approach," *J. Comput. Phys.*, Vol.227, p.1267.
- [14] 2002, Kang, K.H., "How Electrostatic Fields Change Contact Angle in Electrowetting," *Langmuir*, Vol.18, p.10318.
- [15] 2006, Blake, T.D., "The Physics of Moving Wetting Lines," *J. Colloid Interface Sci.*, Vol.299, p.1.
- [16] 2006, Chung, W.Y., "Dynamics of Electrowetting of a Liquid-Liquid Interface in a Cylindrical Tube," *POSTECH, M.S. thesis*.
- [17] 2005, Olsson, E. and Kreiss, G., "A Conservative Level Set Method for Two Phase Flow," *J. Comput. Phys.*, Vol.210, p.225.
- [18] 2007, Olsson, E. et al., "A Conservative Level Set Method for Two Phase Flow II," *J. Comput. Phys.*, Vol.225, p.785.
- [19] 2009, Zahedi, S. et al., "A Conservative Level Set Method for Contact Line Dynamics," *J. Comput. Phys.*, Vol.228, p.6361.
- [20] OpenFOAM, www.openfoam.com.
- [21] 2008, Oh, J.M. et al., "Shape Oscillation of a Drop in ac Electrowetting," *Langmuir*, Vol.24, p.8379.