



근사모델을 이용한 RAE2822 운용 불확실성 강건최적설계

배 효 길,^{*1} 권 장 혁²ROBUST DESIGN OPTIMIZATION OF RAE2822 AIRFOIL
UNDER OPERATIONAL UNCERTAINTY USING METAMODELH.G. Bae^{*1} and J.H. Kwon²

In the view of robust design optimization, RAE2822 airfoil was designed to achieve not only the maximum lift-to-drag ratio but also insensitivity of that. While the RAE2822 is flying at the cruise speed, Mach variation is considered as the operational uncertainty. In order to explore the design space, metamodels were introduced instead of consecutively computing the gradient. Also a metamodel was used to represent the sigma space. Using the metamodel, an optimum value was searched in the view of global optimization.

Key Words : 강건최적설계(Robust Design Optimization), 근사모델(Metamodel), 실험계획법(Design of Experiments), 크리깅 기법(Kriging Method), 운용 불확실성(Operational Uncertainty), 편차공간(Sigma Space), 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)

1. 서 론

천음속 영역에서 날개 익형(airfoil)에 대한 전통적인 공력 최적설계는 이미 많이 연구되어 왔다. 전통적인 공력최적설계는 주어진 설계 파라미터(Mach, AOA, 등)를 고정된 값(평균값)으로 가정하여 최적의 설계변수를 찾아가는 방법으로 결정되므로 결정론적 최적설계(Deterministic Optimization, DO)라 한다. 하지만 실제 상황에서 설계 파라미터와 설계변수는 불확실성의 영향으로 고정된 값을 유지하기 힘들다. 즉 평균값을 기준으로 변동값(표준편차)을 가지게 되고 이에 따라 최적의 성능(목적함수)을 유지하는 것이 힘들 수 있다. 이런 불확실성을 고려하면서 최적설계를 수행하는 방안이 강건최적설계(Robust Design Optimization, RDO)이다. 강건최적설계는 목적함수를 최대화 하면서 동시에 설계 파라미터와 설계변수의 변동에 대하여 성능(목적함수) 저하를 둔감하게 설계하는 개념이다. 일반적으로 설계변수에 대한 변동을 다루지만 운용불

확실성을 고려한 Mach 변동에 대한 강건최적설계에 대한 연구도 발표되었다[1].

본 연구에서는 민감도 기반의 최적화 기법(gradient-based optimization)을 이용한 강건최적설계가 아닌 실험계획법(Design of Experiments, DOE)을 바탕으로 명시함수(explicit function)로 표현된 근사모델(metamodel 또는 surrogate model)을 도입하여 강건최적설계를 수행하였다.[2] 민감도 기반의 최적설계는 설계공간(design space)에서 정확한 방향을 가지고 세밀한 국소최적점(local optimum)을 찾을 수 있는 장점이 있는 반면에 설계 시작에서 종료까지 연속적인 많은 공력해석을 필요로 하게 된다. 이에 반해 실험계획법을 근간으로 근사모델을 이용한 최적설계는 설계공간을 눈으로 확인하면서 전역최적점(global optimum)을 탐색할 수 있고, 한번 공력해석한 실험점의 결과를 이후 설계에 재사용할 수도 있어 관심있는 실험점을 추가하여 근사모델을 갱신할 수도 있다. 설계이론의 해박한 지식 없이도 쉽게 최적설계를 할 수 있는 장점으로 인해 근사모델을 이용한 접근법이 많이 사용되고 있다.[3] 다만 비선형성이 지배적인 공력형상설계에서 얼마만큼 설계공간을 정확히 묘사하는 근사모델을 얻는 것이 관건이라 하겠다.

본 연구에서는 RAE2822의 형상을 대상으로 $M=0.73$,

1 한국과학기술원 우주항공공학과

2 종신회원, 한국과학기술원 우주항공공학과

* Corresponding author, E-mail: jhkwon@kaist.ac.kr



AOA=2.79° 조건에 대한 민감도 기반 강건최적설계와 근사모델 기반 강건최적설계를 비교해 보았다. 필요추력을 최소화하여 운행 효율을 극대화하기 위한 목적으로 설계 목적함수로 양항비(lift-to-drag ratio)를 선택하였고 초기 양력계수를 유지하면서 항력계수를 최소화하는 제약조건을 선정하였다. 천음속 영역에서 관심있는 조파항력을 쉽게 계산할 수 있는 비교적 컴퓨팅 비용이 적은 Euler solver를 이용하여 공력해석 하였고, 수백의 실험계획법 실험점에 대한 격자변형, 공력해석, 최적설계 프로세스를 통합 자동화하기 위해 상용 프로그램인 ModelCenter를 이용하였다[4]. 또한 근사모델링과 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation, MCS)을 통한 강건최적설계를 위하여 상용 프로그램인 JMP를 이용하였다[5].

2. 형상 강건설계

2.1 강건설계 수식화

결정론적 최적설계(DO)는 식(1)와 같이 주어진 조건 (Mach=0.73, AOA=2.79°)하에서 목적함수인 양항비(lift-to-drag ratio)를 최대로 만드는 설계변수를 찾는 것이다. 이때 양력계수는 초기조건 값 유지를 하고 항력계수는 초기값 보다 작게 하는 제약조건을 삽입한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & c_l/c_d \\ \text{subject to} \quad & c_l = c_l^* \text{ and } c_d \leq c_d^* \end{aligned} \quad (1)$$

강건최적설계(RDO)는 최적설계와 강건설계를 동시에 고려한 설계법을 의미한다. 식(2)와 같이 양항비와 양항비의 표준편차σ를 가중합으로 엮은 형태의 목적함수를 사용하게 된다. 사용된 상수a는 0과 1사이의 값을 가지며 엔지니어의 판단에 따라 평균값과 표준편차에 대한 비중을 달리하기 위한 수단으로 사용한다. 본 논문에서는 0.5를 사용하였다. 제약조건은 식(1)과 동일하다.

$$\begin{aligned} \min \quad & -a*c_l/c_d + (1-a)*\sigma(c_l/c_d) \\ \text{subject to} \quad & c_l = c_l^* \text{ and } c_d \leq c_d^* \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 표준편차의 근사화

목적함수(objective)의 표준편차를 계산하기 위해 확률변수(random variable)를 생성하여 직접 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)를 하는 것이 모집단의 표준편차를 가장 잘 예측하는 것이지만 수 천번의 CFD해석을 필요로 하므로 공학적 효율성을 고려하여 식(3)과 같은 근사통계모멘트법(Approximate statistical Moment Method)을 이용한다. 설계변수δ는 고정시키

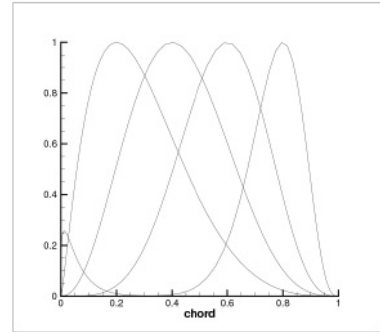


Fig. 1 Hicks-Henne 함수

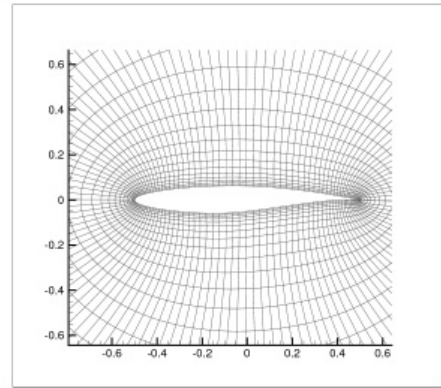


Fig. 2 129x33 RAE2822 O-type grid

고 Mach에 대한 목적함수의 변분을 구하면 목적함수의 표준편차를 계산할 수 있다. 근사모멘트법은 확률변수에 대한 목적함수의 비선형성이 크지 않고, 확률변수의 변동값이 작을 때 유효한 값을 가진다.

$$\sigma_{obj} = \sqrt{\left(\frac{\partial obj}{\partial M}\right)^2 \sigma_M^2} \quad (3)$$

2.3 설계변수 및 격자변형

Hicks-Henne bump 함수 5개를 이용하여 익형의 윗면만 설계하였다. 설계변수δ는 -0.01 과 0.01 사이의 값을 가진다. 격자변형은 스프링 회로망으로 모델링하여 가상의 격자 강성(stiffness)으로 계산하고 격자 강성과 물체변형의 곱으로 표현된 힘을 전체 격자로 분배하는 원리로 격자를 변형시키는 스프링 유사법(spring analogy)을 이용하였다[6].

2.4 공력해석

Fig. 2와 같은 RAE2822 격자를 이용하여 공력해석 하였다.



공력해석은 KFLOW를 이용하여, 압축성을 고려할 수 있는 2차원 Euler 방정식을 격자중심의 유한체적법을 근간으로 공간을 이산화 시켰으며 격자경계면의 수치유속을 위해 ROE's flux difference splitting 방법과 3차 upwind TVD방법을 사용하였다. 수치적 안정을 위해 minmod limiter를 사용하였고 유속 Jacobian 고유치의 보정 위해 Harten의 entropy 보정함수를 사용하였다. 시간진진기법으로는 정상상태 해의 수렴성이 우수한 대각ADI 방법을 이용하였다[7].

최적설계 과정 중에 수행해야 할 다양한 형상과 조건에 대해 안정적인 해의 제공을 위하여 CFL수는 가능한 작게 하였고, 적절한 entropy fix 값도 사용하였다. 유사한 형상에 대한 공력해석의 효율성을 위하여 이전 결과를 초기값으로 사용하는 restart 기능도 사용하였다.

RAE2822의 M=0.73, AOA=2.79° 조건에서 양항비는 41.13을 가지고 양력계수는 0.898707, 항력계수는 0.021853을 가진다.

3. 근사모델 기반 강건최적설계

3.1 순서도

근사모델 기반 강건최적설계를 하기 위해서는 먼저 실험계 획법(DOE)으로 설계공간(design space) 상의 실험점을 샘플링 (sampling) 한 뒤 그 실험점에 대한 공력해석을 한다. 실험점과 공력해석한 결과를 이용하여 크리깅 근사모델(Kriging metamodel)을 구성한 후에 그 근사모델을 이용하여 결정론적 최적설계(DO) 수행한다. 만약 근사모델로 얻어진 최적점에서의 결과와 실제 공력 solver의 결과 차이가 크다면 실험계 획법을 수정할 필요가 있다. 비선형이 지배적인 설계공간에서 실험점을 추출할 때는 작은 영역에서 큰 영역으로 확대하고, 설계변수의 수준(level)도 3수준에서 5수준으로 점차 높여준다.

근사모델로 결정론적 최적해를 얻었다면 최적해를 갖는 최적점을 평균값으로, 주어진 표준편차(standard deviation)에 해당하는 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)을 수행하여 최적점에서의 최적해의 변동(표준편차) 수준을 분석해 본다. 만약 최적해의 변동 수준이 크다고 판단되면 최적해의 변동 수준을 최소화하는 강건최적설계를 실시하게 된다.

강건최적설계를 위해서는 목적함수의 표준편차값으로 표현된 편차공간(sigma space)을 얻어야 한다. 이를 위해 설계공간을 다시 공간충진법(space filling)의 일종인 라틴 하이퍼큐브 계획법(Latin Hypercube Design, LHD)을 이용하여 샘플링한 뒤 크리깅 근사모델로 편차공간을 표현한다. 이제 앞에서 구한 설계공간 크리깅 모델과 편차공간 크리깅 모델을 이용하여 강건최적설계를 수행하게 된다.

최종적으로 강건최적설계의 최적점에서 다시 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 최적해의 변동 수준을 검증하게 된다.

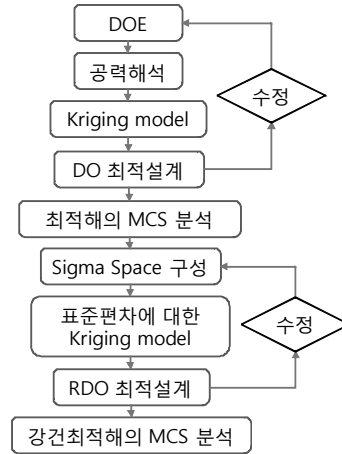


Fig. 3 순서도

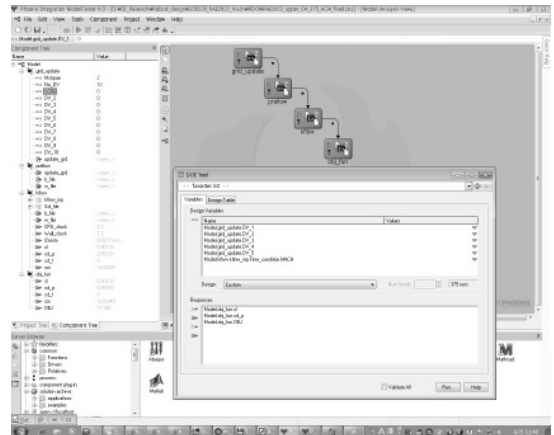


Fig. 4 ModelCenter를 이용한 프로세스 자동화

3.2 실험계 획법(DOE)

근사모델을 위한 실험점 추출을 위하여 일부실시법 (fractional factorial design)중의 하나인 Owen이 제시한 전산 직교배열법(Orthogonal Arrays for Computer Experiments)을 사용하였다.[8] 설계변수 5개에 대하여 5수준을 갖는 125개의 실험점을 얻었다. 그 설계변수 조합에 3개의 Mach(0.7, 0.73, 0.76)을 고려하여 총 125x3=375개의 실험점을 추출하였다.

3.3 공력해석

위의 375개 실험점에 대한 공력해석은 ModelCenter를 이용하여 격자변형, 공력해석, 목적함수 계산 프로세스를 통합, 자동화 하였다. 이를 통하여 375개 실험점에 대한 양력계수, 항력계수, 양항비(목적함수)를 얻을 수 있다.

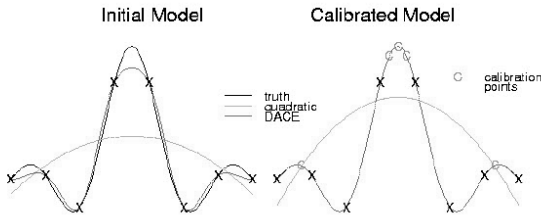


Fig. 5 반응면과 크리깅모델 비교

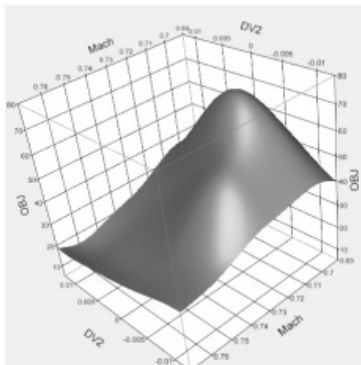


Fig. 6 목적함수의 크리깅모델 예

3.4 설계공간의 크리깅 근사모델

근사모델로 대표적인 반응면 기법(response surface method)과 신경망(neural network) 모델이 있지만 실험점을 정확히 보간할 수 있는 크리깅 근사모델을 사용하여 양력계수, 항력계수, 양항비(목적함수) 각각에 대하여 보간함수를 얻었다. Fig. 5는 반응면 모델과 크리깅 모델의 차이를 나타낸 그림이다. 새로운 실험점이 추가될 때 반응면 모델(quadratic)은 전체적으로 갱신되어 국부적인 정확도는 여전히 떨어지나 크리깅 모델(DACE)은 실험점을 정확히 보간하게 되어 국부적인 정확도가 향상된다. 본 연구에서는 JMP의 Gaussian Process 기능을 이용하여 설계공간의 크리깅 함수를 산출하였다. Fig. 6은 목적함수에 대한 설계변수2(DV2)와 Mach의 크리깅 근사모델의 예를 보여준 것이다.

3.5 결정론적 최적설계(DO)

이제 3개의 크리깅 모델을 가지고 다중반응표면분석을 한다. JMP에서 제공하는 만족도함수 접근법으로 최적의 해를 찾을 수 있다. 초기 양력계수를 유지하면서 양항비(목적함수)를 최대화하는 것이기 때문에 근사모델 추가로 인한 오차를 줄이고자 항력계수 최소화를 위한 크리깅 모델은 제외시켰다. 또한 Mach 0.73에 대한 양항비 최대화가 목적이기 때문에

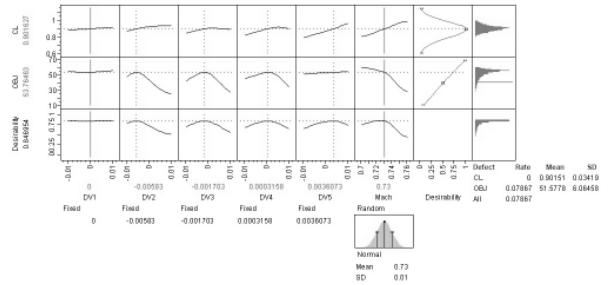


Fig. 7 최적설계와 Mach의 MCS

Mach는 0.73으로 고정하였다.

Fig. 7처럼 설계변수에 대한 주효과를 그려보면 설계변수 1(DV1)에 대한 양력계수와 목적함수의 변화가 미미함을 알 수 있다. 따라서 DV1 값을 초기값인 0으로 고정하여 최적설계를 수행하였다. 아래 Table 1과 같이 RAE2822 초기 양항비 41.13보다 30.7% 증가한 53.76의 값을 근사모델로부터 구할 수 있었고, 그 최적점에서의 실제모델의 양항비도 56.99로 대동소이한 결과를 얻었다. 크리깅 모델이 설계공간을 잘 묘사해 준 결과라 하겠다.

3.6 최적해의 몬테카를로 시뮬레이션 분석

위에서 구한 최적해는 결정론적 방법에 의한 결과이다. 이에 대한 영향을 분석하기 위해 본 논문에서는 운용 불확실성인 Mach 변동을 고려해 보았다. Fig. 7과 같이 설계변수의 최적점은 고정시키고 Mach의 평균을 0.73, 표준편차를 0.01 가지는 정규분포(normal distribution)를 가정하여 3000번의 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)를 하였다. 강건설계에서는 목적함수의 극치, 극소값을 고려하지 않으므로 2000번 이상의 MCS이면 목적함수의 평균과 표준편차가 거의 수렴하게 된다. 실제 모델에 MCS를 적용하면 컴퓨팅 비용이 크지만 크리깅 근사 모델에 MCS를 적용하면 훨씬 효율적으로 양항비의 표준편차를 계산할 수 있다.

MCS 수행결과를 Fig. 7에 나타내었다. 목적함수의 평균은 51.58이고, 표준편차는 6.06으로 표준편차가 평균의 11.7%의 값을 가졌다. 따라서 이후 강건최적설계를 통하여 양항비를 최대화시키고 양항비의 표준편차를 최소화 시킨다.

Table 1 최적설계 결과 및 실제모델과 차이

	최적점	근사모델	실제모델	오차%
DV1	0.			
DV2	-0.00583	l/d= 53.76	l/d= 56.99	-5.66
DV3	-0.001703			
DV4	0.0003158	c _f = 0.901627	c _f = 0.910395	-0.96
DV5	0.0036073			



3.7 편차공간(Sigma Space) 구성 및 모델링

목적함수의 표준편차를 최소화하기 위해서는 목적함수의 편차로 구성된 편차공간(sigma space)에 대한 근사모델을 얻어야 한다. JMP의 Simulation Experiment 기능을 이용하여 설계 공간을 128개의 라틴 하이퍼큐브 계획법(LHD)으로 샘플링하여 각각의 샘플점에서 3000번의 MCS를 통하여 양항비의 표준편차를 계산하게 된다. 총 128x3000=384000번의 공력해석을 필요로 하지만 크리깅 근사모델을 이용하기 때문에 효율적으로 계산할 수 있다. 이렇게 계산된 편차공간을 다시 크리깅 근사기법을 이용하여 모델링하게 된다.

3.8 강건최적설계(RDO)

만족도함수 접근법으로 최적설계를 했던 방식과 유사하게 강건최적설계를 실시한다. 다만 Fig. 8에서 보여지듯이 양항비의 표준편차(OBJ SD)에 대한 근사식이 추가될 뿐이다. 양력 계수는 초기값으로 유지시키고, 양항비는 최대화, 양항비의 표준편차를 최소화시키는 만족도 함수를 설정하여 만족도함수를 최대화시키면 Table 2와 같이 강건최적설계결과를 얻을 수 있다. RAE2822 초기 양항비 41.13보다 15.7% 증가한 47.61의 값을 근사모델로부터 구할 수 있었고, 표준편차에 대해서는 다음 장절에서 논하기로 한다. Table 2의 오차% 값이 1% 내외로 편차공간 또한 잘 모델링 되었다고 추정해 볼 수 있다.

3.9 강건최적해의 몬테카를로 시뮬레이션 분석

위에서 계산한 강건최적설계 최적점에 대한 확인을 위해 Mach에 대한 MCS를 실시한다. 3.6절과 동일한 방법으로 설계변수는 최적점으로 고정시켜 놓고 Mach의 변동만 고려하여 양항비의 표준편차를 계산하였다.

MCS 수행결과를 Fig. 8에 나타내었다. 목적함수의 평균은 45.80이고, 표준편차는 2.86을 가졌다. 3.6절의 결정론적 최적설계 결과와 비교해서 목적함수의 평균값은 51.58 → 45.8로 감소하였지만 강건성 측면의 표준편차(SD)는 6.06 → 2.86로 향상되었다. 또한 편차공간의 크리깅 근사모델 자체에 대한 검증은 위해 강건최적설계 최적점을 실제 공력 solver 적용하여 Mach 평균 0.73, 표준편차 0.01의 3000번 MCS를 수행한 결과 양항비 평균 μ 45.81, 표준편차 σ 1.71을 얻었다.

Table 2 강건최적설계 결과 및 실제모델과 차이

	최적점	근사모델	실제모델	오차%
DV1	0.	L/D= 47.61	L/D= 46.98	1.34
DV2	-0.01			
DV3	-0.003449			
DV4	-0.002446	c _l = 0.899239	c _l = 0.899512	-0.03
DV5	0.0096993			

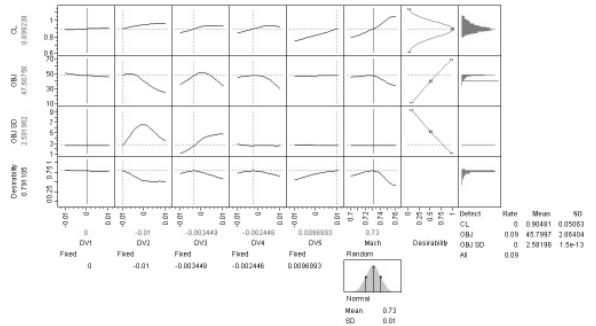


Fig. 8 강건최적설계와 Mach의 MCS

4. 민감도 기반 최적설계와 비교

4.1 결정론적 최적설계(DO)

앞 장에서 크리깅 근사모델을 이용하여 DO와 RDO를 실시한 결과와 통상적인 민감도 기반 최적설계와 결과를 비교해 보았다. 민감도 기반 최적설계는 ModelCenter에 있는 SQP 기반의 Gradientoptimizer plug-in을 사용하여 수행하였다. 근사모델 기반 결과는 근사모델로 최적점을 찾아 실제 공력 solver를 수행해서 얻은 결과이다.

Table 4와 같이 M=0.73, $\alpha=2.79^\circ$ 에서 공력해석을 한 결과, 민감도 기반 결과가 근사모델 기반 보다 우수한 결과를 나타내었다. 정확한 탐색방향을 계산하여 정밀한 이동을 한 결과라 할 수 있다. 하지만 최종해를 구하기 위한 총 공력해석 횟수에서는 근사모델 기반이 다소 유리함을 알 수 있었다.

최종설계 익형 형상은 Fig. 9와 같이 두 방법의 결과가 유사함을 알 수 있다. 중앙시위(mid chord)의 충격파를 없애기 위해 앞전(leading edge) 부근의 곡률반경 작게 하여 미리 유속을 가속시키고 그 뒤 곡률반경을 크게 하여 속도에너지가

Table 3 크리깅 모델에 대한 MCS 결과

	DO	RDO	%
$\mu(L/D)$	51.58	45.80	-11.2
$\sigma(L/D)$	6.06	2.86	-52.8
c _l	0.90151	0.90481	초기값 유지 (0.898707)

Table 4 결정론적 최적설계 결과 비교

M=0.73 $\alpha=2.79^\circ$	Gradient-based (SQP)	Metamodel-based (Kriging)
L/D	64.10	56.99
c _l	0.898878	0.910395
c _d	0.014023	0.015974
공력해석 횟수	230번	125번

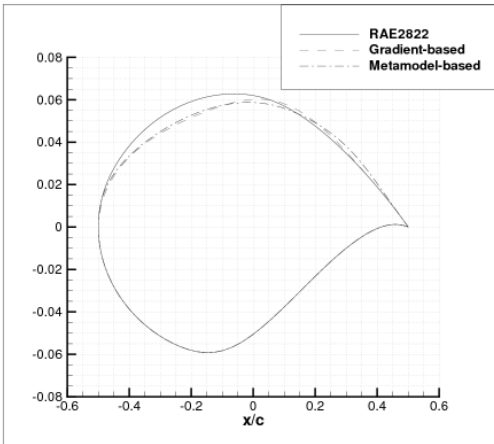


Fig 9 결정론적 최적설계 익형비교

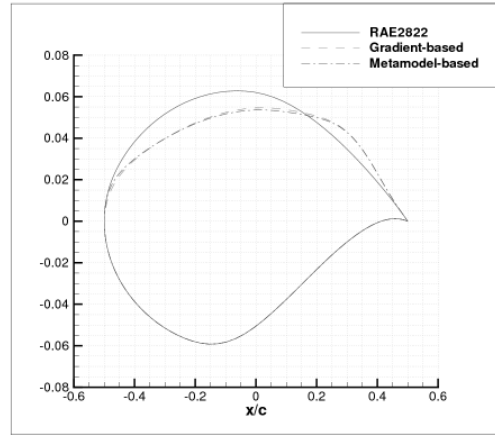


Fig 11 강건최적설계 익형 비교

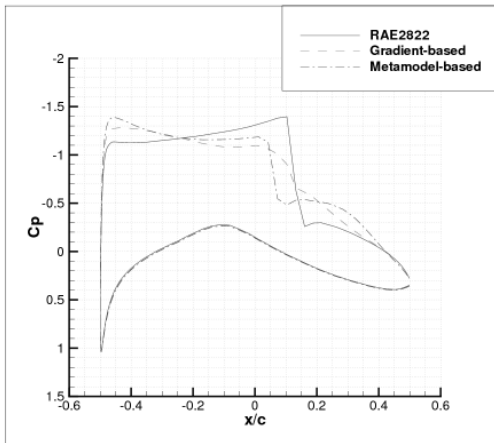


Fig 10 결정론적 최적설계 압력계수 비교

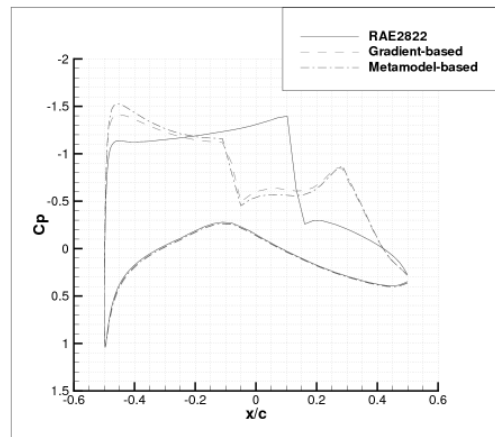


Fig 12 강건최적설계 압력계수 비교

압력에너지를 부드럽게 전환되도록 설계되었다.

Fig. 10에는 익형 표면압력계수를 비교한 것이다. 민감도 기반 결과는 확연히 충격파가 없어진 것이 보이지만 근사모델 기반 결과는 약한 충격파가 남아 있다.

Table 5 강건최적설계 결과 비교

M=0.73 α=2.79°	Gradient-based (SQP)	Metamodel-based (Kriging)
L/D	52.41	46.98
c _l	0.898707	0.899512
c _d	0.017147	0.019147
공력해석 횟수	1400번 이상	375번
σ(L/D)	2.40	1.71

4.2 강건최적설계(RDO)

강건최적설계 결과도 통상적인 민감도 기반 최적설계와 결과를 비교해 보았다. Table 5와 같이 M=0.73, α=2.79° 에서 목적함수는 민감도 기반 결과가 근사모델 기반 보다 우수함을 알 수 있다. 하지만 실제 공력 solver로 3000번 MCS 한 결과를 보면 양항비의 표준편차 2.40 과 1.71로 근소함을 발견하였다. 하지만 최종해를 구하기 위한 총 공력해석 횟수에서는 근사모델이 월등히 우수함을 알 수 있다.

최적설계 익형 형상은 Fig. 11과 같이 두 방법의 결과가 상당히 유사함을 알 수 있다. RAE2822의 경우 Mach의 변동에 따라 충격파가 앞뒤로 이동할 것이고 그에 따라 양항비도 같이 변동하게 된다. 하지만 중앙시위(mid chord)의 곡률반경을 크게 하여 익형 윗면을 평평하게 해 주면 충격파의 이동으로 인한 항력변화를 최소화할 수 있다.



Fig. 12는 압력계수를 비교한 것이다. 두 방법의 결과가 상당히 유사함을 알 수 있다. 설계된 익형의 충격파가 다소 약해지고 전방으로 이동해 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

공력형상 최적설계와 같은 비선형성이 지배적이고 설계변수에 민감한 분야에 대해 크리깅 근사모델을 이용하여 효율적인 접근을 해 보았다. 결정론적 최적설계 뿐만 아니라 운용 불확실성인 Mach의 변동을 고려하여 RAE2822 형상 강건최적설계도 시도해 보았다.

- (1) 정확한 탐색방향과 정밀한 이동거리를 계산할 수 있는 민감도 기반 최적설계에 비해 다소 최적해의 수준은 낮았지만 RAE2822 보다 충분히 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 또한 두 방법의 결과가 유사하여 결과의 신뢰성도 확인하였다.
- (2) 강건최적설계와 같은 공력해석 횟수가 많은 분야나 컴퓨팅 비용이 큰 N-S 해석분야에서는 근사모델 기반 최적설계가 크게 유리할 것으로 보인다.
- (3) 보다 효과적인 실험계획법과 우수한 크리깅 근사모델로 설계공간을 정확히 묘사할 수 있다면 보다 더 향상된 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- [1] 2010, 배효길, 권장혁, “운용 불확실성을 고려한 RAE2822 형상 강건최적설계,” *한국항공우주학회 2010년 춘계학술 발표회 논문집*, pp.797-801.
- [2] 2009, 이광기, 안중기, “몬테칼로 시뮬레이션을 적용한 중거리 공대공 미사일의 강건최적설계,” *제15차 유도무기 학술대회*, 국방과학연구소.
- [3] 2007, 박경진, 강병수, *해석적 설계방법론*, 동명사, p.15.
- [4] ModelCenter 9.0 www.phoenix-int.com.
- [5] JMP 8.0 www.jmp.com.
- [6] 1990, Robinson, B.A., Batina, J.T. and Yang, H.T., "Aeroelastic analysis of wing using the Euler equations with a deforming mesh," *AIAA 90-1032-CP*.
- [7] 2005, 김윤식, 박수형, 권장혁, "Turbulent Flow Simulations about the Aircraft Configuration," *한국전산유체공학회지*, 제10권, 제4호, pp.39-50.
- [8] 1992, Art Owen, "Orthogonal arrays for computer experiments, integration and visualization," *Statistica Sinica* 2, pp.439-452.