

# 휠-레일 접촉 알고리즘 개발 및 동역학 해석

## Development of the Wheel-Rail Contact Algorithm and Dynamic Analysis

조재익†                      박태원\*                      윤지원\*\*                      김지영\*\*  
Jae-Ik Cho                      Tae-Won Park                      Ji-Won Yoon                      Ji-Young Kim

---

### ABSTRACT

The railway vehicle consists of wires, bodies, bogies and wheelsets, and each part has very complex mechanism. In this paper, wheel-rail contact algorithm is implemented using C++ and inserted into the ODYN which is a dynamic analysis program. To analyze wheel-rail contact mechanism, information such as contact points, contact angle and rolling radius is calculated according to the wheel and rail profile. Using this information, a table for the calculation of the wheel-rail contact analysis is made according to the lateral displacement. And, the creepage and normal force are calculated and a creep force is estimated by the FASTSIM. To verify the reliability of the wheel-rail contact algorithm, results of the program are compared with the ADAMS/Rail and paper. Finally, a wheelset of the railway vehicle is modeled using ODYN and simulated static and dynamic analysis. And, to verify the reliability of the simulation results, a displacement, velocity, acceleration and force are compared with results of ADAMS/Rail.

---

### 1. 서 론

철도차량의 고속화 및 다양화에 따라 설계시 차량의 성능을 예측하는 것은 중요하다. 현재 유럽연합에서는 최고속도 350km/h를 목표로 고속열차(프랑스 AGV, 독일 Velaro-E)를 개발하였으며, 일본 또한 최고속도 400km/h의 고속열차(FASTTECH 360)를 개발했다.[1] 우리나라도 2006년부터 최고속도 400km/h의 차세대 고속철도를 개발중에 있다. 차세대 고속철도는 동력 분산형 열차로 시스템에 많은 동력원이 장착되어 있어 견인력이 높고 가속성이 좋은 장점이 있다.[2] 이러한 동력 분산형 열차를 개발하기 위해서는 추진장치의 경량화와 소형화가 필요하고 소음과 진동을 최소화 하기 위한 기술개발이 필요하다. 철도차량의 동역학적 해석은 ADAMS/Rail, VAMPIRE, SIMPACK등을 이용하여 시뮬레이션 하는 것이 일반적이다. 하지만 판도, 가선계, 유연체를 포함한 차체등을 종합적으로 분석하기 위한 프로그램은 없는 것이 현실이다.

본 연구에서는 이미 개발된 동역학 해석 프로그램에 휠-레일 접촉모듈을 삽입하였다. 따라서 강체, 유연체, 대변형체의 해석이 가능하고, 이를 철도차량에 적용시킬 수 있다. 이는 현재까지 상용프로그램에서 해석하기 어려운 가선계의 동적 거동을 철도차량의 해석과 함께 풀어낼 수 있는 기초모듈로 사용가능하게 된다. 휠-레일 접촉 모듈은 Kalker에 의해서 해석 이론이 잘 정립되어 있다. 따라서 본 연구에서는 Kalker의 FASTSIM을 이용하여 접촉력을 계산하였으며[3], 계산 중 일부 계산식은 Shabana의 계

---

† 책임저자 : 정희원, 아주대학교, 기계공학부 대학원  
E-mail : park@ajou.ac.kr  
TEL : (031)219-2524 FAX : (031)219-1965  
\* 정희원, 아주대학교, 기계공학부, 정교수  
\*\* 정희원, 아주대학교, 기계공학부

산식을 참조하였다.[4] Shabana의 계산식은 Kalker의 이론과 기본개념은 동일하지만 식과 테이블을 좀 더 세분화 하여 정확도를 향상시킨 것으로 기본적으로 계산 결과는 같다. 최종적으로 동역학 해석을 통하여 변위, 속도, 가속도를 추출하고 그 결과를 ADAMS/Rail과 비교하여 신뢰성을 확보하였다. 향후 본 해석 모듈은 USETAB, Polach Method등 다양한 해석 방법의 추가가 가능하며, 실측 결과값과 비교한다면, 좀 더 향상된 알고리즘을 개발할 수 있는 기초 플랫폼으로 사용이 가능할 것이다.

## 2. 휠-레일 접촉 알고리즘

개발된 휠-레일 접촉 알고리즘의 해석은 그림1의 순서를 따른다. 먼저 접촉 테이블(Contact table)을 계산하여 기본적인 정보를 저장한다. 접촉 테이블의 계산은 휠과 레일의 프로파일 정보를 입력 받고, 횡변위에 따라서 접촉점, 접촉각, 구름반지름, 휠셋의 수직변위 등 12가지의 정보를 저장하게 된다. 아래 도표 1은 12가지의 저장되는 정보값을 보여준다. 접촉 테이블이 계산되고 나면 횡변위에 따른 정보를 접촉테이블에서 불러오게 된다. 그리고 크리피지, 수직힘, 접촉 타원의 장단축을 계산하고 FASTSIM 알고리즘에 의해서 힘을 계산하게 된다. 이 힘을 통해서 모델에 최종적인 변위, 속도, 가속도를 추출한다. 그리고 다시 변화된 위치에서의 횡변위를 다시 추출하여 같은 계산을 반복하게 된다. 아래의 계산과정중 대부분의 계산과정은 Kalker에 의해서 잘 정립이 되어있지만 수직힘의 계산은 프로그램에서 가장 신경써야할 부분이다. 특히 수직힘의 계산시 휠과 레일간의 침투가 발생되고, 이에 따라서 힘이 계산되어지기 때문에 적절한 침투량을 구하는 것이 가장 중요하다. 따라서 3장에서는 침투량 계산에 대해서 자세히 설명하였다.

도표 1. The results of the contact table

구분	요소
1	Wheel contact position
2	Rail contact position
3	Wheel rolling radii
4	Rail head profile height
5	Wheelset contact angle
6	Wheel rolling curvature
7	Normalized rolling radii difference
8	Normalized contact angle difference
9	Wheelset roll angle
10	Wheelset vertical displacement
11	Wheel transverse curvature
12	Rail transverse curvature



그림1 Wheel-Rail contact procedure

### 3. 침투량 계산 알고리즘

#### 3.1. 횡변위 계산

차량의 횡변위는 해석에서 가장 중요한 요소이다. 시뮬레이션중에 레일의 거칠기 데이터 또는 곡선주행의 영향으로 인하여 횡변위가 발생하게 되면, 횡변위에 참조하는 테이블의 값이 달라지게 된다. 이 값은 최종적으로 크립힘(Creep Force)에 영향을 주게 된다. 횡변위를 계산하는 방법은 아래 그림2에 잘 나타나 있다. 먼저 레일 게이지(Rail Gauge)의 중심점에 Trajectory Coordinate를 생성한다. 그리고 휠셋의 중심점에 Wheelset Coordinate를 생성한다. 이 두 좌표계는 초기에는 y축의 위치는 같고 z축의 위치는 휠셋의 높이만큼 차이가 난다. 주행중에 횡변위가 발생하면 y와 z 방향 모두 변위가 발생하게 되며, 이때 횡변위는 y의 변화량만을 따져서 계산하게 된다.

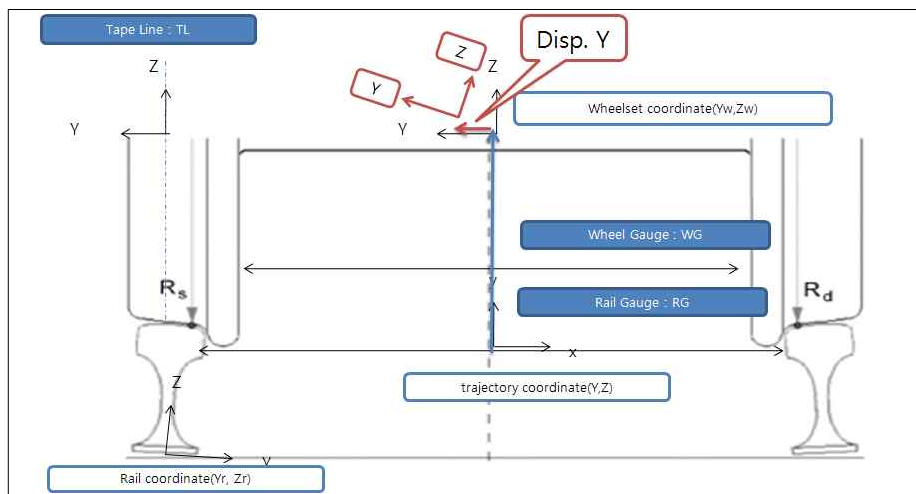


그림2 Lateral Displacement

#### 3.2. 이상적인 접촉점 계산

횡변위가 계산되어지면, 횡변위에 따라 접촉점을 계산한다. 이상적인 접촉점을 계산하기 위해서는 접촉점의 위치(P,Q), 휠셋의 위치, 캔트(Cant) 그리고 롤각(Roll Angle)을 알아야 한다. 이 정보는 해석전에 횡변위에 따라서 참조 테이블에 계산되어져 있다. 이상적인 접촉점을 계산하기 위해서 먼저 롤각을 이용한 좌표변환 매트릭스를 A, 캔트를 이용한 매트릭스를 C라 정의하였다. 휠레일 접촉은 2차원의 접촉이 연속적으로 발생한다고 가정하였기 때문에 매트릭스 A와 C는 다음의 식(1), (2)와 같다.

$$\text{mat } A = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} (\theta = \text{Roll}) \quad (1)$$

$$\text{mat } C = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} (\theta = \text{Cant}) \quad (2)$$

Trajectory 좌표계에서 본 Wheelset 좌표계의 접촉점은 식(3)과 같다. 또한 Trajectory 좌표계의 접촉점을 Global 좌표계에서 보게 되면 최종적으로 접촉점 (P,Q)는 식(4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} P_t \\ Q_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P' \\ Q' \end{bmatrix} : \text{where } \theta = \text{Roll} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_t' \\ Q_t' \end{bmatrix} : \text{where } \theta = \text{Cant} \quad (4)$$

아래 그림 3에서는 접촉점 계산시 적용되는 접촉점의 위치, 캔트, 롤각, 접촉각 그리고 좌표계를 나

타내었다.

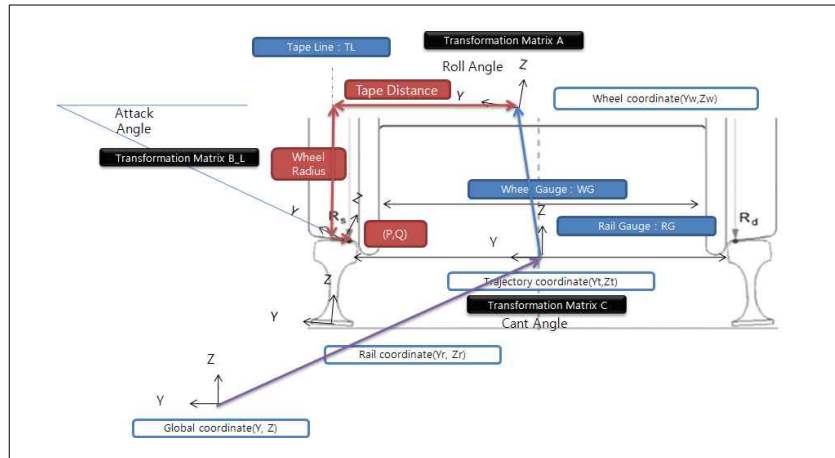


그림3 Search for the Contact Points

### 3.3. 실제 접촉점 계산

실제 접촉점을 계산하는 방법은 이상적인 접촉점을 계산하는 방법과 동일하다. 하지만 접촉점을 계산할 때 사용하는 입력값은 테이블을 이용하지 않고, 해석을 하면서 프로그램에서 나오는 결과값을 이용한다. 시뮬레이션을 하면 차량은 힘에 의해서 횡변위 및 수직변위가 발생한다. 이 값은 테이블의 계산값과 달리 침투가 발생하기 때문에 변위와 각이 테이블과 다르게 계산되어진다. 따라서 접촉점을 계산하는 식(1)은 아래와 같이 오일러 파라미터(Euler Parameter)를 이용한 식(5)와 같이 계산되어진다.

$$matA = 2 \times \begin{pmatrix} e_0^2 + e_1^2 - \frac{1}{2} & e_1e_2 - e_0e_3 & e_1e_3 + e_0e_2 \\ e_1e_2 + e_0e_3 & e_0^2 + e_2^2 - \frac{1}{2} & e_2e_3 - e_0e_1 \\ e_1e_3 - e_0e_2 & e_2e_3 + e_0e_1 & e_0^2 + e_3^2 - \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (\theta = Roll) \quad (5)$$

결론적으로 실제접촉점과 이상적인 접촉점에서의 차이점은 휠셋의 수직 위치와 롤각이 된다. 이때 모든 계산은 휠셋의 횡변위를 기준으로 계산되어지기 때문에 휠셋의 횡변위는 동일하다.

### 3.4. 침투량(Penetration) 계산

이상적인 접촉점과 실제접촉점으로 침투량을 계산하면 아래 그림4와 같이 표현할 수 있다. 즉 지구(Global) 좌표계에서 두 점의 위치 차이를 계산하여 침투량을 계산할 수 있다.

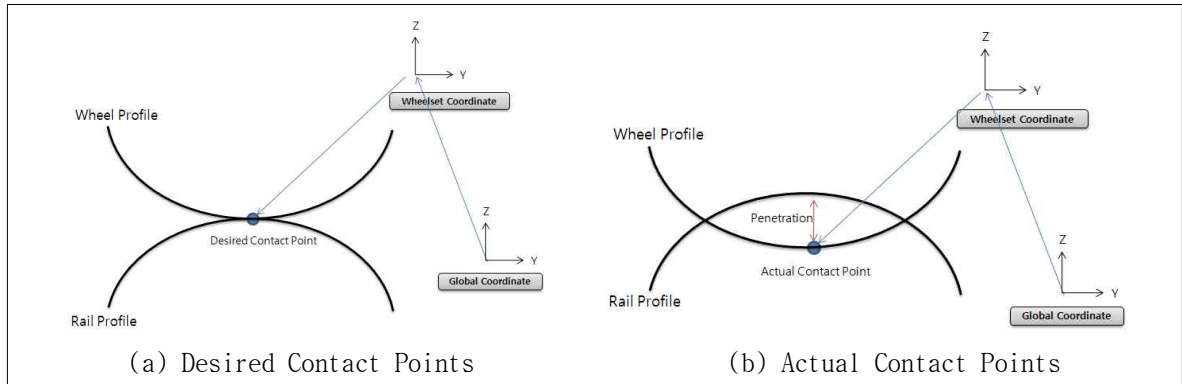


그림4 Penetration

#### 4. 동역학 해석

##### 4.1. 휠셋(Wheelset) 모델링

휠-레일 접촉 모듈의 시뮬레이션을 위하여, 개발된 프로그램을 이용하여 단일 휠셋을 모델링 하였다. 모델정보는 아래 그림5와 같다. 모델링의 단위는 밀리미터(mm)이다. 두 휠사이의 거리(Tape distance)는 1500mm, 휠의 반지름은 460mm, 프로파일은 GV40이다. 그리고 레일의 프로파일은 UIC60을 사용하였다. 또한 휠셋의 기본적인 입력정보는 아래 도표2와 같다.

도표2. Inertia properties of the wheelset

항목	단위	입력값
Mass	kg	1813
Mass moment of inertia Ixx	kg · mm <sup>2</sup>	1.120×10 <sup>9</sup>
Mass moment of inertia Iyy	kg · mm <sup>2</sup>	1.120×10 <sup>9</sup>
Mass moment of inertia Izz	kg · mm <sup>2</sup>	1.120×10 <sup>9</sup>
Products of inertia	kg · mm <sup>2</sup>	0

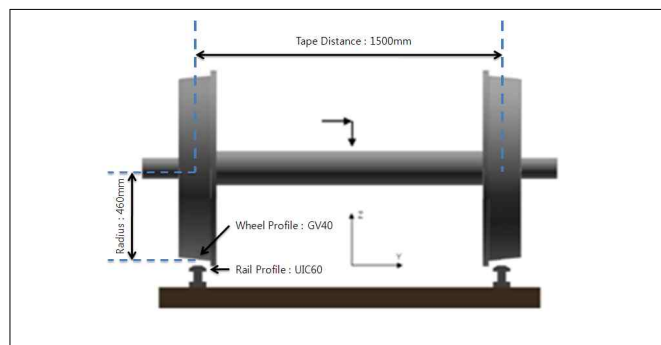


그림5 Information of the modeling

##### 4.2. 동적(Dynamic) 해석

개발 프로그램을 이용하여 동적해석을 수행하였다. 시뮬레이션 시간은 10초 이다. 신뢰성 확보를 위하여 시뮬레이션을 수행하면서 계산되어지는 결과값과 상용프로그램의 결과값 그리고 논문과 문헌에서의 결과값들을 비교하였다. 아래 도표3에서는 각 결과값들에 대한 비교자료 이다. 문헌의 값과 쉽게 비교하기 위하여 결과값을 문헌의 값에 맞게 단위를 kg, m, N, rad으로 통일하여 기입하였다.

도표 3. The results of the dynamic analysis (on the right wheel)

결과값	단위	개발프로그램	문헌값	비고문헌
Creepage longitudinal		0	0	[1], [2]
Creepage lateral		0	0	[1], [2]
Creepage spin		0.0557	0.0547	[1]
k1	m <sup>2</sup> /N	1.44E-12	1.40E-12	[1]
k2	m <sup>2</sup> /N	1.44E-12	1.40E-12	[1]
k3	1/m	3.610	3.064	[1]
k4	1/m	1.435	0.875	[1]
theta	rad	1.162	1.281	[1]
m		1.441	1.306	[1]
n		0.756	0.813	[1]
penetration	m	0.000092	0.000099	[2]
ellipse a	m	0.00370	0.00349	[1]
ellipse b	m	0.00190	0.00217	[1]
Normal Force	N	8890	8890	[1], [2]
Creep Force (x)	N	237	300	[2]
Creep Force (y)	N	0	0	[2]

[1] : Railroad vehicle dynamics - Shabana

[2] : ADAMS/Rail

도표3에서 같은 모델정보와 같은 계산 방법을 사용했지만 결과값이 조금 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 이것은 k3와 k4의 값을 계산할 때 문헌에서는 휠이 일정한 코니시티(Conicity)를 가지고 있다고 가정하고 문제를 해결하였기 때문이다. 반면 개발프로그램에서는 GV40 휠 프로파일과 UIC60 레일 프로파일을 사용하여 계산하였기 때문에 계산결과가 크게 차이날 수 밖에 없었다. 따라서 일부 결과값들이 달라진 것을 볼 수 있다. 하지만 횡변위가 발생하지 않았기 때문에 다른 값들은 대체적으로 비슷하게 나오는 것을 확인할 수 있다.

아래 그림6, 7은 동적 해석 결과 변위와 힘을 나타낸 것이다. 해석 속도는 10m/s이므로 진행방향의 변위는 10초에서 100000mm이다. 횡방향에 대한 변위는 0이며 수직방향에 대한 변위는 약 0.1mm 정도의 침투량을 보이는 것을 확인할 수 있다. 힘은 진행방향으로는 0N 이며, 횡력은 좌우 동일하게 반대 부호로 작용하는 것을 볼 수 있다. 차량의 질량이 1813kg 이므로 중력가속도를 곱하면 17780N이 된다. 따라서 수직힘은 양쪽휠에서 균일하게 8890N이 잘 나오는 것을 확인할 수 있다.

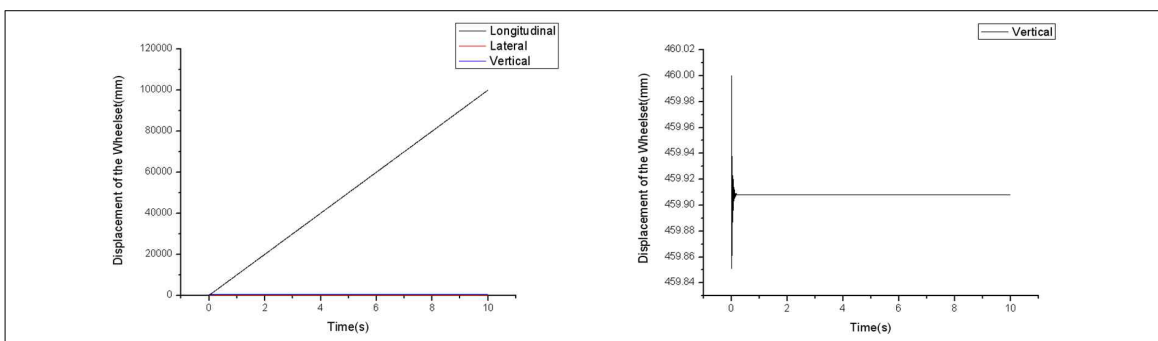


그림6 Displacement of the right wheel

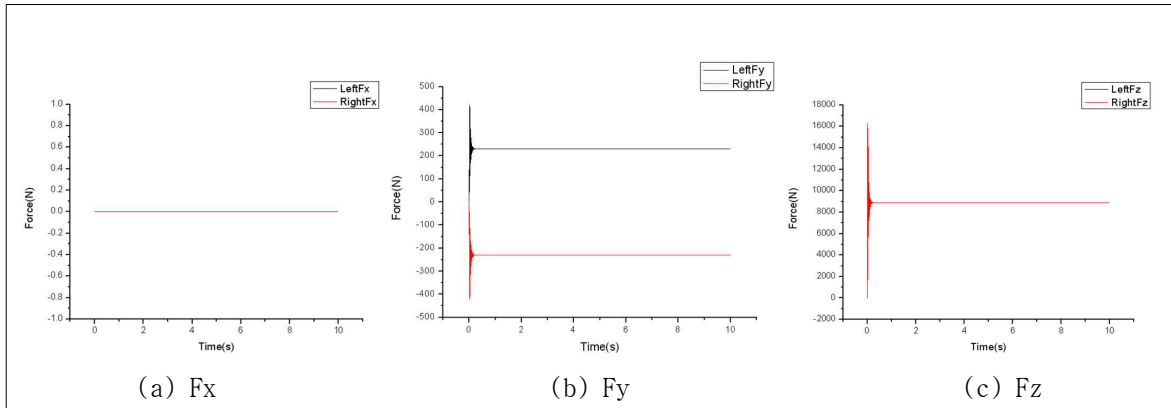


그림7 Force of the right wheel

## 5. 결 론

본 연구에서는 철도 차량의 통합적인 해석을 위하여 동역학 해석 프로그램에 휠-레일 접촉 모듈을 삽입하였다. 휠-레일의 접촉력을 구하기 위하여 Kalker의 FASTSIM 이론을 사용하여 계산하였다. 다른 요소들의 영향을 최소화하기 위하여 단일 휠셋만을 모델링하고 동적해석을 수행하였다. 그리고 계산되어지는 모든 결과값들에 대해서 논문과, 문헌 그리고 상용프로그램인 ADAMS/Rail을 이용하여 각각의 값을 검증하였다. 따라서 본 해석 모듈의 신뢰성을 확인하였다. 향후 실제차량의 계측데이터를 활용하여 경험식을 추가한다면 좀 더 현실성있는 결과값을 얻을 수 있는 알고리즘의 개발이 가능할 것이다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부 미래철도기술개발사업의 연구비지원(과제번호 07 차세대고속철도 A01)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. 김기환, "차세대 고속철도기술개발사업 추진방향", 한국철도학회, 춘계학술대회 논문집, pp.7-12, 2006.
2. 송달호, "동력분산형 고속철도 차량성능 및 운용 기반기술 연구", 한국철도학회, 춘계학술대회논문집, pp.1214-1219, 2008.
3. J.J. Kalker, "Rolling contact phenomena: Linear elasticity", Springer, Wien, 2001.
4. A.A. Shabana, "Railroad vehicle dynamics", CRC Press, 2007.