

웨이브렛 전달함수를 이용한 궤도틀림 추정

Estimation of rail irregularity using wavelet transfer function

윤석준† · 최배성* · 이형진** · 김만철*** · 최성훈**** · 신수봉*****

Seokjun Yoon · Baisung Choi · Hyeungjin Lee · Mancheol Kim · Sunghoon Choi · Soobong Shin

ABSTRACT

This paper shows an algorithm for identifying track irregularities using wavelet transfer function along the railway. An equivalent SISO wavelet transfer function is defined using continuous wavelet transform by the measured track geometry and acceleration at a bogie of a train. The estimated track geometry is made by inverse continuous wavelet transform from the regressed signals of measured acceleration signal and the pre-defined wavelet transfer function. The estimated rail irregularity geometry is evaluated by the coherence function and comparison of FRF(Frequency Response Function). As a result of evaluated outcome, This algorithm is regarded as appropriate for estimation of rail irregularity.

1. 서론

철도시설물의 안전성과 관계된 문제는 다양하지만 그 중 궤도구조는 차량주행에 직접적으로 관계된 구조로 많은 고려가 필요한 부분이다. 특히, 최근 열차의 고속화로 인해 궤도변형이 급속하게 진행되고 있으며 이러한 궤도틀림의 진전은 궤도의 변형을 유발하여 열차 주행을 방해하고 진동과 소음을 발생시키며 최악의 경우 열차의 탈선으로 인한 대형 사고를 유발하게 된다. 그리하여 유지보수가 급증하는 궤도취약개소에 대한 관심이 높아지면서 궤도 검측기술에 대한 관심이 높아지고 있다.

기존에 사용되어 온 검측차량을 이용한 방법은 별도의 검측차량이 필요하고 검측시스템을 구성하는데 많은 비용과 운행의 어려움 등으로 그 정확도에 비해 사용이 제한적일 수밖에 없다. 그리하여 가속도계를 차량에 설치하여 이로부터 측정된 가속도 신호로부터 불규칙을 검측 하는 관성측정법에 대한 연구가 진행 중이다.

본 연구에서도 상시운행 중인 차세대 고속철도차량에 부착된 진동계측을 통해 간접적으로 궤도구조의 이상을 탐지 할 수 있게 하기위하여, 검측차를 통해 가속도 데이터와 궤도변위 데이터를 사용하여 ‘등가 SISO 모델 웨이브렛 전달함수’를 정의하고 상시운행중인 차세대 고속철도차량의 대차(Bogie)에서 계측된 가속도 데이터를 사용하여 궤도틀림을 추정하는 알고리즘을 제안한다.

추정한 궤도틀림과 본래 측정된 궤도틀림과의 궤도특성을 알아보기 위해 두 궤도사이의 상관도(Coherence) 분석과 궤도사이의 동특성을 알아보는 FRF(Frequency Response Function)를 비교하여 본 알고리즘의 현장 적용성에 대해 분석해본 연구이다.

† 책임저자 : 학생회원, 인하대학교 토목공학과, 석사

* 학생회원, 인하대학교 토목공학과, 석사과정

** 정회원, 창원대학교 토목공학과, 교수

*** 정회원, 한국철도기술연구원 차륜궤도연구실, 책임연구원

**** 정회원, 한국철도기술연구원 차세대 고속철도기술개발 사업단, 선임연구원

***** 교신저자, 정회원, 인하대학교 토목공학과, 교수

E-mail : sbshin@inha.ac.kr

TEL : (032) 876-7552 FAX : (032) 873-7560

2. 웨이브렛을 이용한 궤도틀림

2.1 궤도틀림 식별 알고리즘과 웨이브렛 전달함수

상시 운행 중인 차량에 부착된 진동계측을 통한 궤도틀림을 식별하기 위해서는 우선 궤도틀림과 가속도사이를 연결해주는 전달함수가 필요하다. 전달함수를 정의하는 순서는 순서도(그림 1) 좌측에 해당된다. 먼저 전달함수를 정의하기 위해서는 검측차량의 가속도 측정데이터와 변위 데이터가 요구되며 이 정보를 입력받아 궤도특성을 분석하여 필터링 작업을 통해 고주파수를 제거한다. 필터링 작업을 실시한 데이터는 웨이브렛 전달함수를 생성하기 위한 전처리 과정인 회귀신호로 변환되며 이 회귀신호를 연속 웨이브렛으로 변환시켜 등가 SISO 전달함수를 구축한다.

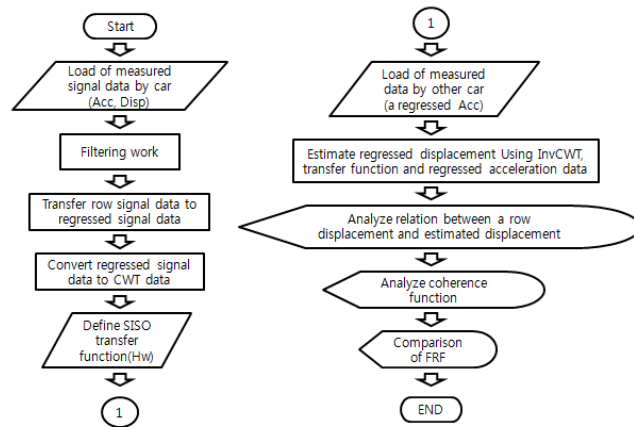


그림 1 궤도틀림분석 알고리즘 순서도

본 연구에서는 J. Morlet에 의해 고안된 Morlet 웨이브렛으로 적용하였다. Morlet 웨이브렛은 다음과 같이 정의된다.[2]

$$\Psi(t) = \sqrt{2} e^{-t^2/\alpha^2} (e^{-i\pi t} - e^{-\pi^2 \alpha^2/4}) \quad (1)$$

여기서, α 는 웨이브렛의 크기를 결정하는 계수이며 웨이브렛 변환에서 모 웨이브렛 함수는 계측 값에서 ‘시간-스케일’ 영역으로 변환시킨 함수 식 (2)와 같이 정의할 수 있다.

$$W_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (2)$$

$$W_g(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt$$

여기서 $\Psi \left(\frac{t-b}{a} \right)$ 는 웨이브렛 모함수이고 압축계수 a 와 전이계수 b 에 의해 변화한다.

따라서 웨이브렛 기반 전달함수는 $H_w(f,t)$ 로 다음과 같이 정의할 수 있다.[3]

$$H_w(f,t) = \frac{W_g(a,b) W_f^*(a,b)}{W_f(a,b) W_g^*(a,b)} \quad (3)$$

여기서, $W_f(a,b)$ 와 $W_g(a,b)$ 는 입력 신호 $x(t)$ 와 출력 신호 $y(t)$ 의 웨이브렛 변환 결과이고 $W_g^*(a,b)$ 는 $W_g(a,b)$ 의 공액 복소수이다.

2.2 연속 웨이브렛 변환(CWT : Continuous Wavelet Transform)

연속 웨이브렛 변환은 신호처리에서 사용되는 단시간 푸리에 변환의 단점을 보완하기 위해 대안적 접근법으로서 개발되었다. 웨이브렛 변환은 “시간-주파수” 공간에 걸쳐 크기가 변화하는 함수 즉 웨이브렛을 적용하여 신호의 부분적인 스케일 성분을 추출한다. 먼저 연속 웨이브렛 변환을 정의하기 전에 다음과 같은 특성이 있는 실수 혹은 복소수의 연속시간 함수 $\psi(t)$ 는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (4)$$

함수 $\psi(t)$ 가 위 두 조건을 만족하고, 뒤에 정의될 허용조건(admissibility condition)을 만족한다면, 이 함수를 모웨이브렛(mother wavelet)이라고 부른다. 허용조건은 웨이브렛 역변환을 형식화하는 데 사용되는 반면, 위의 두 조건은 연속 웨이브렛 변환 정의에 필요한 웨이브렛 함수의 필요조건이다. 먼저 두 번째 특성은 $\psi(t)$ 에서의 에너지 대부분이 유한구간에 국한된다는 것을 의미한다. 그리고 첫 번째 특성은 진동 혹은 파동을 나타내는 함수를 의미한다. 따라서 sin함수와 대조적이며 이것을 wavelet 이라고 한다. 이 두 특성이 만족되면, 모웨이브렛의 속성은 무한구간 함수가 된다.

일반적으로 정의되는 웨이브렛 $\psi(t)$ 를 웨이브렛 모함수(mother function)라고도 정의하며 이 모함수로부터 웨이브렛의 스케일을 변화시키는 즉 주파수를 변화시키는 웨이브렛 압축계수 “a”와 시간상에서의 웨이브렛의 전이를 나타내는 전이계수 “b”와의 합성을 통해 다음과 같이 웨이브렛 집합이 정의된다.

$$\psi_{ba}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (5)$$

식 (5)는 웨이브렛 모함수 $\psi(t)$ 로부터 웨이브렛 계수 “a”와 ” b”를 변화시켜 크기가 다른 다양한 웨이브렛의 집합을 정의한다.

위와 같이 정의된 웨이브렛은 다음의 조건을 만족한다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)|^2 \frac{d\omega}{|\omega|} = C_g < \infty \quad (6)$$

여기서 $\Psi(\omega)$ 는 웨이브렛 $\psi(t)$ 의 푸리에 변환이다. 이 조건을 만족하기 위해서는 $\Psi(\omega)$ 는 $\omega=0$ 에서 무한대로 발산하지 않기 위해 0이 되어야 하며 이를 푸리에 변환과 연결하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$\Psi(\omega=0) = 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (7)$$

2.3 연속 웨이브렛 역변환 (InvCWT : Inverse Continuous Wavelet Transform)

함수 $f(t), \psi(t) \in L^2(R)$ 이며, 웨이브렛 $\psi_{ba}(t)$ 가 $(a,b) \in R$, $\psi_{ba}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 일 경우 연속 웨이브렛 역변환은 다음과 같이 정의된다.[5]

$$f(t) = \frac{1}{C_g} \int \int \frac{1}{\sqrt{a}} W_{ba}^f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2} \quad (8)$$

$$W_{ba}^f(t)^{-1} : W_{ba}^f(t) \rightarrow f(t)$$

웨이브렛을 웨이브렛의 에너지로 평균화한 듀얼 웨이브렛은 다음과 같이 정의한다.[5]

$$\tilde{\Psi}_{ha}(t) = \frac{\Psi_{ha}(t)}{\sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} |\Psi(2^j \omega)|^2} \tag{9}$$

따라서 연속 웨이브렛 역변환은 시간상에서의 합성적으로 다음과 같이 정의된다.[1]

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_a [f(t) \otimes \frac{1}{a} \Psi(\frac{t}{a})] \otimes \frac{1}{a} \tilde{\Psi}(\frac{t}{a}) \\ &= \sum_a W_{ha}^f(t)^{-1} \end{aligned} \tag{10}$$

따라서 웨이브렛 역변환은 듀얼 웨이브렛과 웨이브렛 변환의 합성적인 스케일 축에 따라 합성함으로써 함수 $f(t)$ 를 복원하게 된다. 연속 웨이브렛 역변환의 수식은 이처럼 듀얼 웨이브렛을 이용함으로써 단순화되며 수치적 연산 또한 푸리에 변환을 통하여 다음과 같이 정의된다.[1]

$$f(t) = FFT^{-1} \sum_a [F(\omega) \cdot \Psi(a\omega) \cdot \tilde{\Psi}(a\omega)] \tag{11}$$

3. 현장 실측데이터를 통한 웨이브렛 전달함수의 적용 및 검증

3.1 등가 SISO 전달함수 정의

궤도변위와 대차 가속도를 이용하여 전달함수를 생성하는 차량과 가속도데이터만으로 궤도변위를 추정하는 차량이 실제 다르다는 점을 고려하여, 조건을 만족시키기 위하여 한 세트 데이터에서 절반은 전달함수를 정의하는데 나머지 절반은 데이터의 가속도를 이용하여 궤도 추정을 하는데 사용했다.

광명-대구간 Kp(m){205000~231999.75} 데이터에서 전달함수를 정의하기 위해 경부고속철도 Kp(m){205000~218499.75} (약13.5km) 구간에 대해 가속도와 궤도변위데이터를 사용하여 전달함수를 정의했다.

센서를 통해 받은 신호는 연속 웨이브렛으로 변환하기 위해, 웨이브렛 변환 정의역 구간을 벗어나는 과장성분을 제거한 회귀신호로 변조했다. 회귀 신호로 변환된 종방향 궤도틀림 데이터는 그림 2, 가속도 데이터는 그림 3 이다. 회귀신호는 500m 구간씩의 샘플로 나누고 그 신호를 연속 웨이브렛으로 변환된다. 변환된 웨이브렛 샘플은 그림 4, 5와 같이 표현 가능하다.

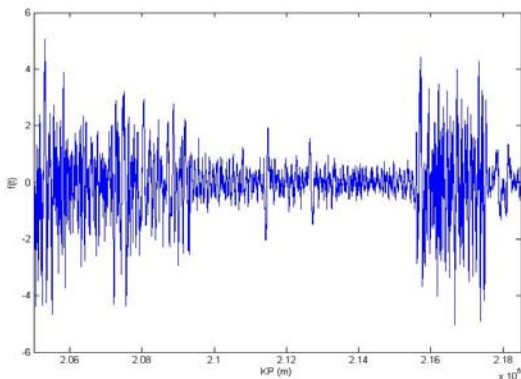


그림 2 전달함수 구간의 종방향 궤도틀림

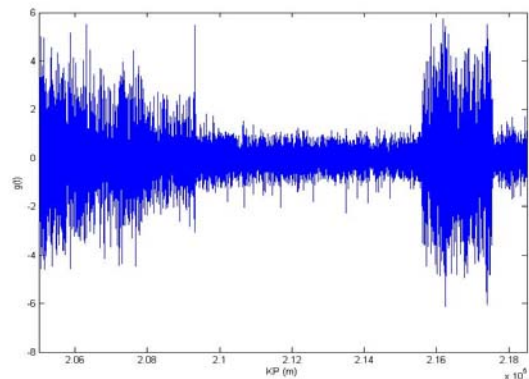


그림 3 전달함수 구간의 종방향 가속도

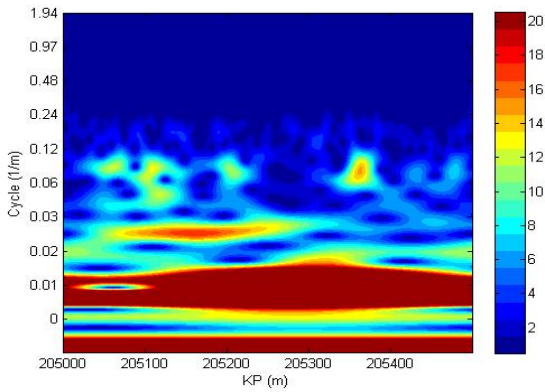


그림 4 종방향 궤도변위 웨이브렛(1 sample)

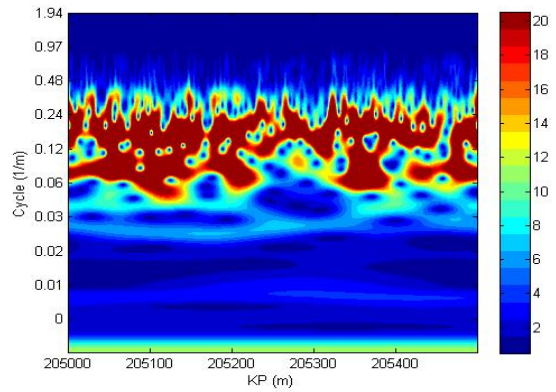


그림 5 종방향 가속도 웨이브렛(1 sample)

그림 4의 궤도변위는 0~0.02 Cycle에서 일정한 대역의 성분을 갖고 있음을 보이며 이는 궤도틀림 파장대역이 3-150m 에 걸쳐져 있는 장파장을 보인다.

각각의 웨이브렛 샘플들은 50%씩 겹쳐져 전달함수로 구성되며 50%씩 겹침 하는 이유는 레일이음매, 체결구 등에 의해 발생하는 오차를 산술적으로 제거하기 위함이다.

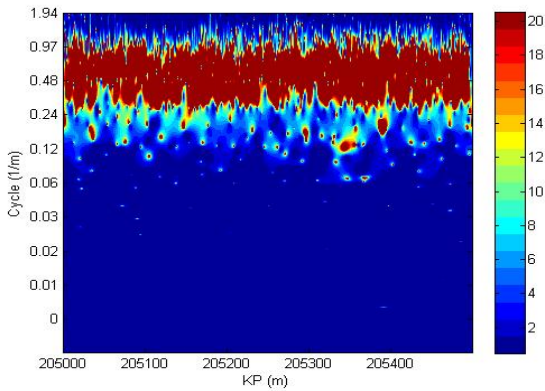


그림 6 등가 SISO 웨이브렛 전달함수

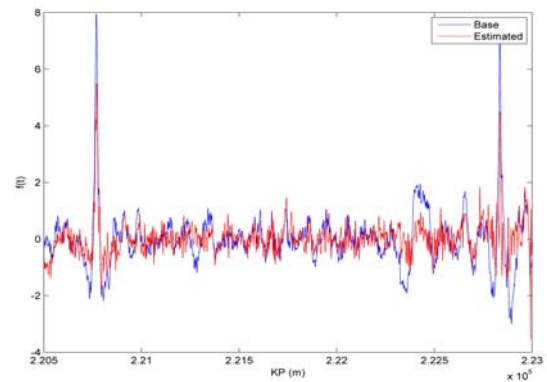


그림 7 2.5km 구간의 종방향 궤도틀림

그림 6 에서와 같이 전달함수는 0.3 ~ 1 Cycle 대역에서 일정한 대역이 존재하며 그림과 같이 넓은 Cycle 대역을 보이는 것은 수집된 대차 수직가속도 응답 신호가 궤도변위에 대한 가속도 신호 이외에 다른 신호를 포함하고 있음을 뜻한다.

3.2 면맞춤

정의된 전달함수가 타당한지 파악하기 위해 구간 앞부분에 해당되는 회귀신호 처리된 수치가 가장 큰 그림 7 구간에 대하여, 구축해놓은 등가 SISO 웨이브렛 전달함수와 추정할 Kp 구간의 가속도신호를 이용하여 종방향 궤도틀림을 추정했다. 결과는 그림 7 에서와 같이 해당 구간내 추정된 값과 측정된 값이 거의 일치하는 것을 확인 할 수 있다. 그림 8은 구간에서 추정된 궤도변위와 측정된 궤도변위사이 상관을 보여주는 coherence function 이며 normalized 된 주파수 0.05 아래인 장파장에서 0.8 이상의 강한 상관을 보이는 것을 나타내고 있다. 그림 9는 해당구역인 Kp(m) {2205000~2230000} (2.5km)에서 추정된 궤도변위와 측정된 궤도틀림 사이의 FRF를 비교한 그림으로 본궤도와 추정된 궤도 모두 장파장의 동적인 특성을 갖고 있음을 나타내고 있다.

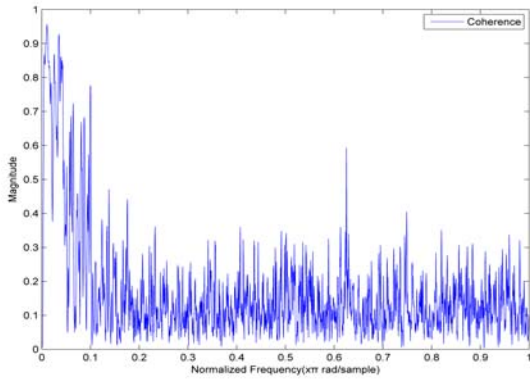


그림 8 2.5km 구간의 궤도 Coherence Function

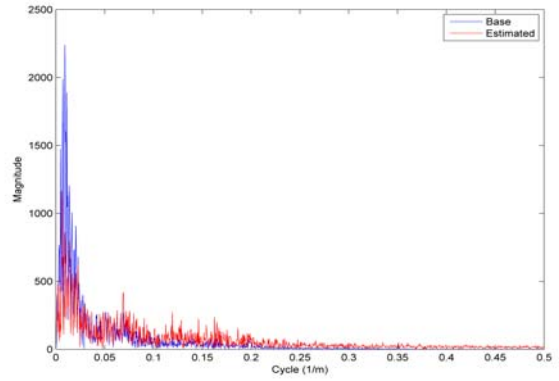


그림 9 2.5km 구간의 궤도변위 FRF 비교

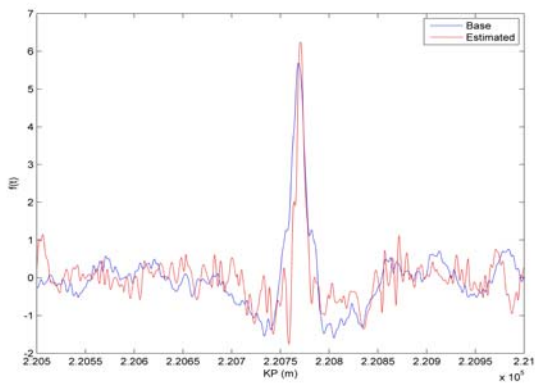


그림 10 220500~221000구간의 종방향 궤도틀림

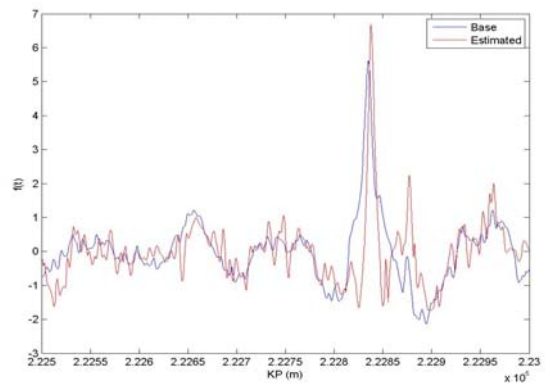


그림 11 225000~223000구간의 종방향 궤도틀림

그림 10, 그림 11 는 2.5km 구간에서 궤도틀림이 크게 발생하는 Kp구간의 500m 지점만 따로 축출하여 나타낸 그림이다.

3.3 줄맞춤

횡방향 궤도틀림과 가속도 웨이브렛에서는 종방향과는 다른 분포를 보이고 있는 것을 알 수 있다. 특히 횡방향 가속도 데이터는 종방향 가속도 데이터보다 넓은 신호의 분포를 띠고 있는 0.02~0.48 Cycle에 걸쳐 대역을 보인다. 이는 종방향궤도 보다 횡방향궤도에서 많은 노이즈를 포함하고 있음을 보여주고 있다.

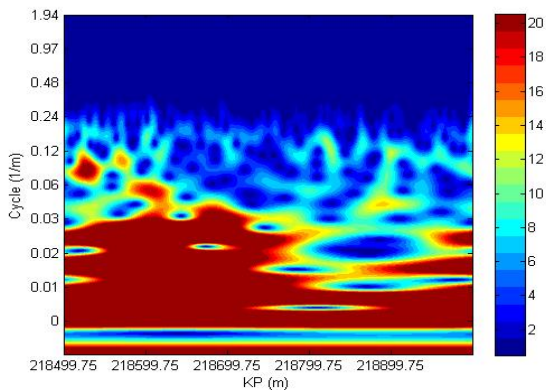


그림 12 횡방향 궤도변위 웨이브렛 (1 sample)

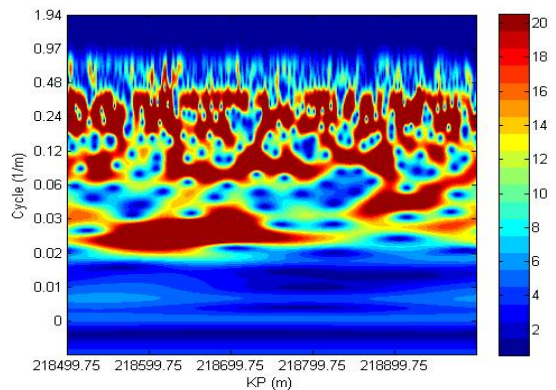


그림 13 횡방향 궤도변위 웨이브렛 (1 sample)

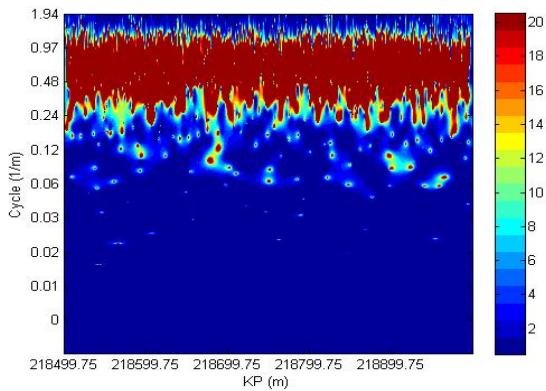


그림 14 등가 SISO 웨이브렛 전달함수

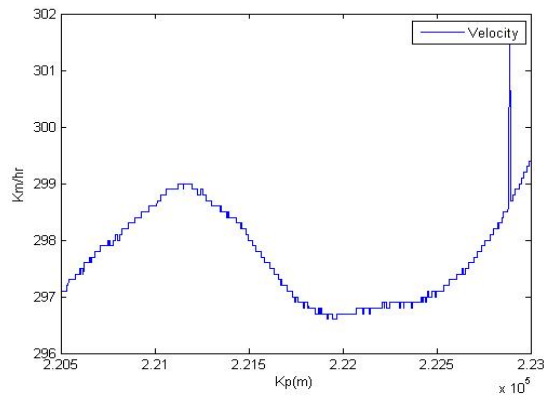


그림 15 220500~223000 구간의 차량 속도

횡방향보다 노이즈가 많은 데이터를 lowpass 필터링으로 데이터의 노이즈를 감소시킨 후 그림 16, 그림 17 과 같이 $K_p(m)$ (2195000~225500) 구간의 궤도 추정을 실시했다. 횡방향 샘플이 종방향 샘플보다 많은 멀티스케일을 보여 추정된 결과가 다소 안 좋을 거라는 짐작에 어긋나지 않게 역추정된 횡방향 궤도틀림이 종방향 궤도틀림 보다 잘 안되어지고 있는 것을 볼 수 있다. 이는 횡방향 궤도틀림과 가속도사이의 비선형거동이 종방향 보다 심한 것으로 사료되어진다.

그림 18은 그림 16의 K_p 구간에 대해 추정된 궤도틀림과 측정된 궤도틀림사이의 coherence를 보여주며 궤도틀림의 값들을 정확히 추정하고 있지는 못하고 있지만 두 개의 궤도틀림 파형이 일치하는 것을 coherence function 0.15 cycle 아래에서 거의 1에 가까운 상관도를 보아 알 수 있다. 그림 19는 추정된 궤도틀림에 대해 주파수 분석을 한 결과이며 0.0125 cycle의 장파장대역의 궤도틀림 특성을 갖고 있으며 추정된 궤도와 본래 궤도의 동특성은 같다.

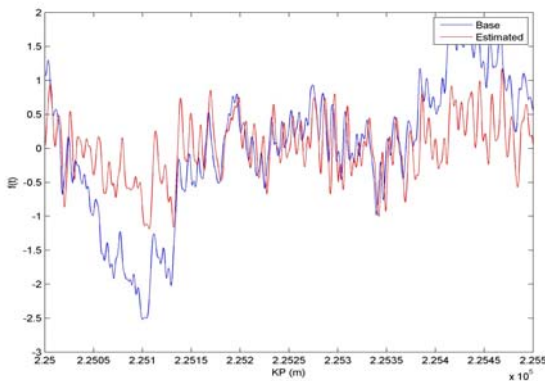


그림 16 225000~225500구간의 줄틀림

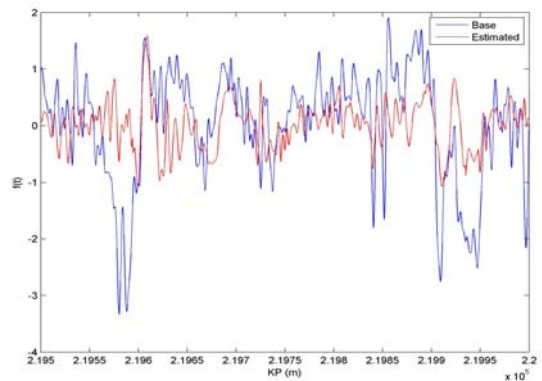


그림 17 219500~220000구간의 줄틀림

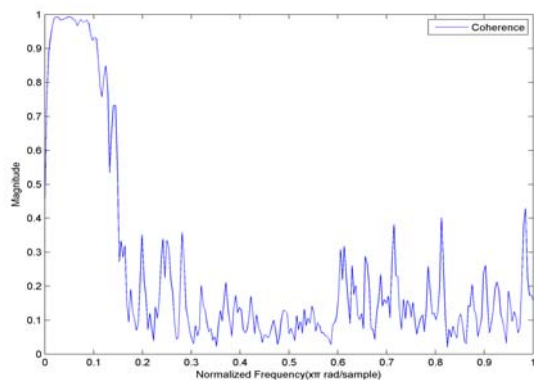


그림 18 횡방향 궤도 coherence function

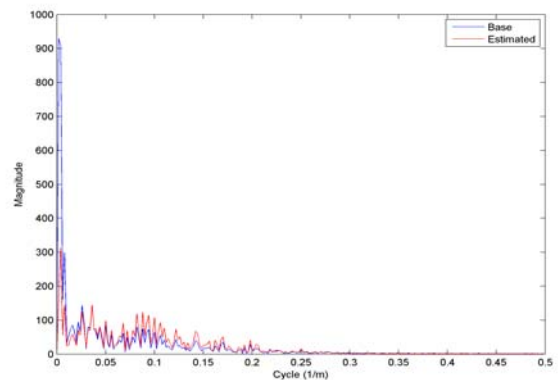


그림 19 Comparison of FRF

4. 결 론

본 연구에서는 기존의 궤도불규칙 검측의 어려움과 비경제적인 검측을 해소하기 위한 상시 운행 중인 고속열차의 센서를 부착하여 가속도 데이터를 얻어 웨이블릿으로 궤도틀림을 추정하는 알고리즘이다.

대차에서 계측한 가속도 데이터와 궤도틀림 데이터를 사용하여 궤도틀림을 추정하기 위해 웨이블릿 등가 SISO 모델 전달함수를 구축하였고, 상시 운행 중인 고속열차에서의 실측 가속도 데이터만을 얻어 미리 구축해놓은 웨이블릿 전달함수를 사용하여 궤도변위를 추정 해본 검측결과 연구이다. 웨이블릿 전달함수를 이용하여 횡방향과 종방향 궤도틀림을 추정한 결과 다음과 같은 내용이 정리되었다.

1. 그림 15와 같이 속도가 일정하지 않은 구역의 웨이블릿 등가 SISO 전달함수를 사용하여 궤도틀림을 추정한 결과 웨이블릿 전달함수는 추정 구간의 위치 및 대차 속도에 상관없이 궤도틀림 추정이 가능하기 때문에 웨이블릿 전달함수 알고리즘은 차세대 고속철도 현장적용 가능성을 보인다.

2. 이 알고리즘은 면맞춤이 줄맞춤보다 궤도틀림 추정하는데 있어 더 정확하다. 이는 샘플구간의 웨이블릿변환 결과로 보아 횡방향 궤도에서 얻은 데이터들은 종방향 궤도에서 얻은 데이터보다 비선형적인 성분이 강해 노이즈가 더 많은 것을 볼수 있다. 이로 인해 궤도추정이 잘 이루어지진 않았지만 추정된 궤도틀림의 동특성과 상관도는 본래 측정된 궤도틀림과 상당히 일치되기 때문에 데이터처리에 대한 연구와 알고리즘에 대한 연구개발이 요구된다.

이 연구에서 제시한 알고리즘은 횡방향 해석에서는 불리한 점이 많은 것으로 사료되며 현장적용하기 위해 앞으로 많은 데이터 세트를 통해 알고리즘의 검토와 지속적인 연구와 개발이 필요하다.

감사의 글

본 논문에서 사용한 궤도검측데이터와 차량진동데이터는 국토해양부의 미래철도기술개발사업(code #07 차세대고속철도 A01)에서 제공하였습니다.

5. 참고문헌

1. 이승훈, 윤동환(2004), 웨이블릿 변환 이론 및 적용, 보성각
2. A. Grossman and J. Morlet(1984), "Decomposition of Functionin to Wavelets of Constant Shape and Related Transform," Center for Interdisciplinary Research and Research Center Bielfeld-Bochum, University of Bielfeld, Repot No. 11.
3. John R. Hartin(2001), "Application of a wavelet-based frequency response function to the analysis of a bilinear system," Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering, 4359(2), pp.1414-1419.
4. 윤경립(2008) 주파수영역 전달함수를 이용한 철도 궤도틀림 식별, 석사학위논문, 인하대학교.
5. M. Unser, Akram. Aldroubi, and Steven P. Schiff(1994), "Fast Implementation of the Continuous Wavelets Transform with Integer Scale," IEEE Transformation on Signal Processing, 42(12), pp.3519-3523