중회귀분석을 통한 콘크리트궤도 레일 휨응력 예측식

The Prediction Equation for Bending Stress of Rail in Concrete Track by the Linear Multiple Regression Analysis

성덕룡† 임형준* 이동욱** 김박진*** 박용걸****

Deok-Yong Sung Hyoung-Jun Lim Dong-Wook Lee Bag-Jin Kim Yong-Gul Park

ABSTRACT

It is suggested that the service life of the continuous welded rail(CWR) is estimated by the relationship between the rail surface irregularity according to the accumulated passing tonnage and bending fatigue of welded part in CWR. In this study, it measured bending stress of rail according to the rail surface irregularity in the concrete track on the Seoul Metro. In addition, the relationship between rail surface irregularity and bending stress in concrete track is analyzed by results of the field test. Finally, this study clarified the relationship among bending stress(Y) of rail, train speed(U), rail surface irregularity(v, w) in concrete track. The result of this study is able to use the basis data to establishing the periodic replacements criterion of CWR.

key words : concrete track, rail, bending stress, prediction equation, linear multiple regression analysis

요 지

장대레일 교체주기는 자갈궤도 레일두부 표면요철과 레일 휨피로의 상관관계 분석을 통해 산정되었다. 본 연구에서는 국내 도시철도(서울메트로) 콘크리트궤도에서 레일두부 표면요철량에 따른 레일 휨응력을 측정하였다. 또한, 콘크리트궤도 레일두부 표면요철, 속도와 레일 휨응력의 상관관계를 분석하였다. 결론적으로, 중회귀분석을 통해 운행속도(U), 표면요철(v, w)에 따른 레일 휨응력(Y) 예측식을 도출하였다. 본 연구결과는 콘크리트궤도 장대레일 교체주기를 수립하기 위한 기초데이터로 활용이 가능할 것이다.

주요어 : 콘크리트 궤도, 레일, 휨응력, 예측식, 중회귀분석

1. 서론

레일은 철도의 특성상 여객과 화물의 운송을 위해 가장 중요한 역할을 담당하고 있으며, 고속화, 중량화, 고밀화 철도운영을 위해 레일 사용에 대한 안전성 확보가 반드시 필요하다. 특히, 레일의 갑작스런 파단은 열차탈선으로 이어져 막대한 재산 및 인명피해를 가져오기 때문에 국내외 철도운영기관에서는 누적통과톤수에 의한 레일교체기준을 수립하여 관리하고 있다. 이러한 레일 교체기준은 일본 RTRI에서 레일의 피로수명을 산정하기 위해 현장(자갈궤도)에서 임의의 요철 및 운행속도에 대한 레일 휨응력을 측정하여 상관관계를 도출하고, 파괴강도가 가장 낮은 레일용접부에 대한 휨 피로시험 및 피로해석을

† 정회원, 대원대학 철도건설과, 전임교수
E-mail : dysung@mail.daewon.ac.kr
TEL : (043)649-3268 FAX : (043)649-3137
* 학생회원, 서울산업대학교 철도전문대학원, 연구원
** 정회원, 서울산업대학교 철도전문대학원, 선임연구원
*** 정회원, 서울메트로 철도토목팀, 차장
**** 정회원, 서울산업대학교 철도전문대학원, 정교수

통해 누적통과톤수에 의한 레일교체기준을 수립하였다[1]. 하지만 임의의 요철 및 운행속도에 대한 레일 휨응력 예측식은 열차종류 및 궤도조건에 따라 상이할 수 있기 때문에 본 연구에서는 국내 도시철도 콘크리트궤도(PTT)를 대상으로 요철량 및 운행속도에 따른 레일 휨응력 예측식을 도출하고자 하였다.

2. 중회귀분석 정의 및 예측식 도출 절차

2.1 중회귀분석의 정의[2]

다변량분석이란 복수의 변량(즉, 다변량) 데이터가 동시에 얻어질 때에 이용되는 분석기법이다. 다변량분석을 통해 복수의 변량에 대한 상관관계를 밝힐 수 있으며, 다변량분석법 중 복수의 변량으로부터 구성되는 데이터에 있어서 특정의 변량을 나머지 변량의 일차식으로 예측하는 분석법을 중회귀분석이라 한다.

특정의 1변량을 목적변량, 나머지 변량을 설명변량이라고 하며, 설명변량이 1개 일 때를 단순회귀분석, 설명변량의 수가 2개인 경우 중회귀분석이라하고, 예측식은 아래와 같이 표현된다.

$Y = b_0 + b_1 x + b_2 u$ (b_0, b_1, b_2는 상수)

이러한 예측식에서 b_1, b_2를 편회귀계수라고 한다.

편회귀계수를 구하는 방법에는 최소자승법과 극치조건, 분산과 공분산을 이용하는 방법이 있으나 본 연구에서는 최소자승법을 이용하였으며, 최소자승법에 대해 소개하면 다음과 같다.

최소자승법은 목적변량의 실측치 y_i와 표 1.의 오른쪽 끝에 있는 $Y_i = b_0 + b_1 x_i + b_2 u_i$의 차를 전체적으로 최소로 하는 것을 목표로 한다. 우선 편회귀계수를 구하기 위해 일반화한 데이터표(표 1.)를 작성한다.

표 1. 편회귀계수를 구하는 방법 - 최소자승법

데이터 번호	x	u	y	예측치($Y = b_0 + b_1 x + b_2 u$)
1	x_1	u_1	y_1	$b_0 + b_1 x_1 + b_2 u_1$
2	x_2	u_2	y_2	$b_0 + b_1 x_2 + b_2 u_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	x_i	u_i	y_i	$b_0 + b_1 x_i + b_2 u_i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	x_n	u_n	y_n	$b_0 + b_1 x_n + b_2 u_n$

다음 실측치 y_i와 예측치 $Y_i = b_0 + b_1 x_i + b_2 u_i$의 오차(잔차)를 ϵ_i라고 한다.

$\epsilon_i = y_i - Y_i = y_i - (b_0 + b_1 x_i + b_2 u_i)$

이 잔차 ϵ_i는 + 또는 -의 값을 갖는다. 그래서 잔차 전체를 최소로 하려면 다음의 값 Q가 최소가 되도록 한다. 여기서 n은 데이터의 개수이다.

$Q = \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2 + \cdots + \epsilon_n^2$

$Q = \{y_1 - (b_0 + b_1 x_1 + b_2 u_1)\}^2 + \{y_2 - (b_0 + b_1 x_2 + b_2 u_2)\}^2 + \cdots + \{y_n - (b_0 + b_1 x_n + b_2 u_n)\}^2$

Q를 최소로 한다는 것은 예측치의 분산이 최대가 되도록 회귀방정식을 정한다는 의미와 동일하며 회귀방정식의 적합도에 대한 좋고 나쁨을 표현하는 방법은 아래 식으로 가능하다.

$$\frac{\text{목적변량 예측치의 분산}}{\text{목적변량 실측치의 분산}} = \text{결정계수(기여율, } R^2)$$

즉, 예측치의 분산이 클수록 실측치에 가깝고 결정계수가 1에 가까우면 회귀방정식은 데이터의 정보를 충분히 흡수하고 있다라고 평가한다. 거꾸로 0에 가까우면 데이터를 표현할 수 없다는 것을 의미한다. 결정계수와 만족도를 평가하는 기준은 아래와 같다.

$$0.8 \leq R^2 \text{ : 상당히 좋은 만족도, } 0.5 \leq R^2 < 0.8 \text{ : 어지간한 만족도}$$

결정계수 R^2의 R을 중상관계수라 표현하고 결정계수와 마찬가지로 1에 가까울수록 상당히 좋은 만족도를 나타낸다.

본 연구에서는 특정변량을 요철량(v, w) 속도(U)로 설정하고 나머지 변량을 레일저부 휨응력(Y)으로 하여 요철량 및 운행속도과 레일저부 휨응력간의 상관관계를 최소자승법을 이용하여 도출하였다.

2.2 요철량, 속도에 따른 레일 휨응력 예측식 도출 절차

다변량분석의 한 종류인 중회귀분석을 통해 도출한 회귀분석식은 각각의 독립변수와 종속변수에 대해 측정된 데이터를 이용하였다. 각 위치별 요철량은 레일용접부 열영향부에서의 요철성장을 고려[1]하여 그림 1.과 같이 v, w(그림 1. 참조)로 구분하여 계산하고, 측정 당시 운행한 열차의 속도를 U로 정하였다.

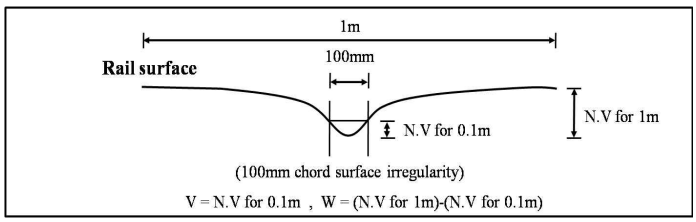


그림 1. 레일용접부 열영향부(100㎜) 요철량 계산방법

그런 다음 요철량 v, w, 열차속도 U를 독립변수로 하고, 레일저부 휨응력 Y를 종속변수로 중회귀분석을 실시한다. 중회귀분석을 통해서 레일저부 휨응력 Y를 종속변수로 하는 중회귀분석식을 산출하고, 산출된 식을 v, w의 계수인 편회귀계수를 이용하여 요철지수 Z를 산출한다. 시험데이터의 평균운행속도에 대하여 요철지수 Z에 관한 레일저부 휨응력 Y 그래프를 작성하고 이에 대한 선형회귀분석을 실시함으로써 요철지수와 레일 휨응력의 상관관계를 확인한다. 레일표면요철량, 운행속도에 다른 레일 휨응력 예측식 도출을 위한 중회귀분석 절차는 그림 2.와 같다.

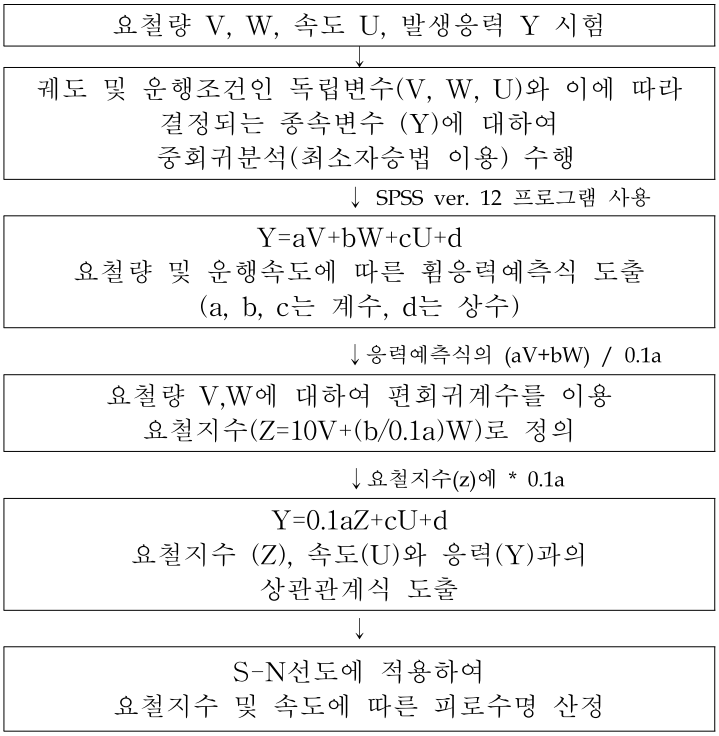
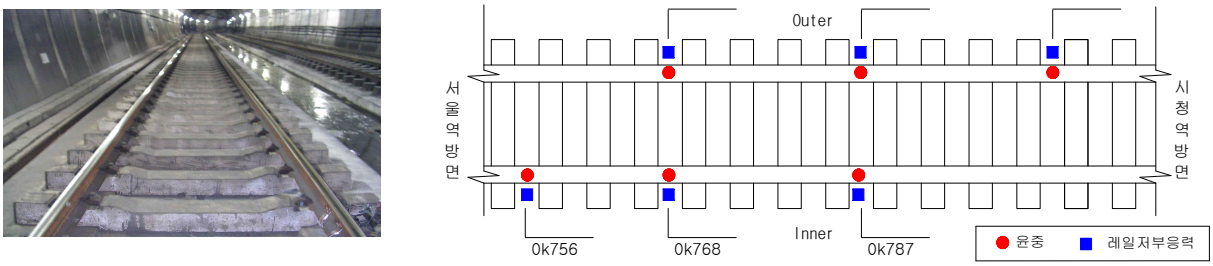


그림 2. 레일저부 휨응력 예측을 위한 중회귀분석 절차

3. 레일표면요철량 및 운행속도에 따른 콘크리트궤도 레일 휨응력 예측을 위한 현장측정

3.1 현장측정 개소 및 측정항목

시험대상구간은 서울메트로 1호선 본선 중 78.5%를 차지하고 온도변화에 대한 영향이 적으며 열차하중에 대한 통과톤수를 직접적으로 받을 수 있는 지하 직선구간을 선정하였다. 또한, 본 연구에서는 도상다짐정도, 뜬침목 등의 도상상태에 따른 영향을 받지 않는 콘크리트궤도(PTT)구간을 선정하였으며, 임의의 요철량을 설정하였고 측정된 운행열차의 속도는 표 2.와 같다.



(a) 콘크리트궤도(PTT) (b) 현장측정 센서설치도

그림 3. 현장측정개소 전경

표 2. 요철량 V, W 및 속도 U

NO.	V(mm)	W(mm)	U(km/h)
1	0.18	0.24	36, 37, 39
2	0.03	0.31	30, 32, 34
3	0.42	0.04	42, 45, 49
4	0.01	0.14	30, 32
5	0.13	0.29	39, 45, 50
6	0.00	0.11	42, 45, 49
7	0.03	0.14	30, 32, 35
8	0.11	0.12	48, 52, 57, 60, 65, 68, 73
9	0.40	0.13	44, 47, 50
10	0.48	0.27	37, 41
11	0.02	0.31	32, 35
12	0.03	0.33	30, 33
13	0.07	0.35	31, 33
14	0.04	0.38	32, 35
15	0.20	0.36	52, 57, 60, 61
16	0.40	0.22	37, 49

1) 동적윤중 측정

윤중은 침목중심에서 각각 10cm 떨어진 위치에 레일복부의 중립축에 45°의 각도를 가지고 스트레인게이지를 부착하여 측정하였고, 발생한 윤중 이외의 노이즈 성분들은 주파수 분석을 통해 디지털 필터로 Low pass filtering과 High pass filtering 처리를 함으로써 데이터 신뢰성을 높였다.

2) 레일저부 휨응력 측정

실 열차하중에 대한 레일저부 휨응력을 측정하기 위해 변형률게이지를 휨응력이 가장 크게 발생하는 침목사이 중앙의 레일 저부에 부착하였다. 측정된 변형률게이지를 레일강의 탄성계수를 곱하여 응력으로 환산하였다.

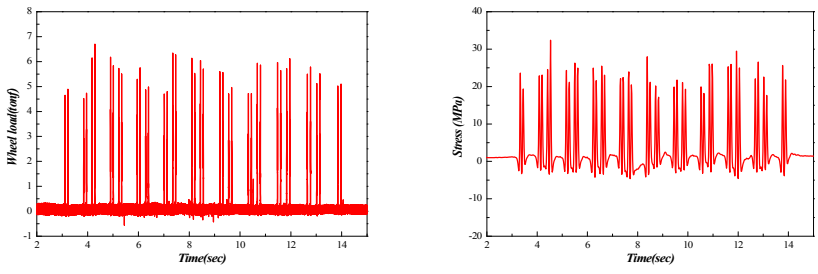
3) 레일표면요철 측정

레일표면요철 측정은 레일요철시험기(Railprof)를 이용하여 용접부를 중심으로 총 1m에 대한 요철량을 측정하였다. 측정한 1m 요철량(N.V. for 1m)에 대해서는 용접부 열영향부(100mm)를 고려하여 0.1m 요철량(N.V. for 0.1m)을 산정하여 v값으로 정하였으며, N.V for 1m-N.V. for 0.1m를 w값으로 정하였다.

3.2 현장시험결과 및 분석

1) 궤도동적응답결과

본 연구에서 수행한 콘크리트궤도(PTT)의 동적응답 측정결과는 그림 4.와 같다.

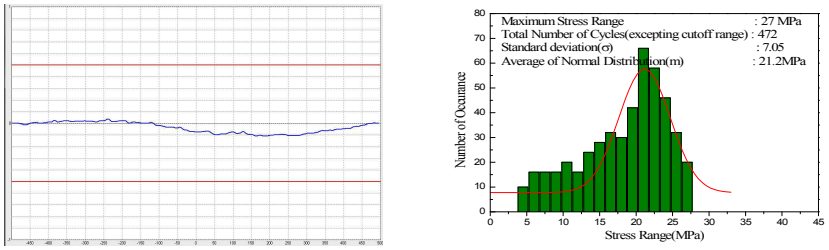


(a) 윤중 (b) 레일저부 휨응력

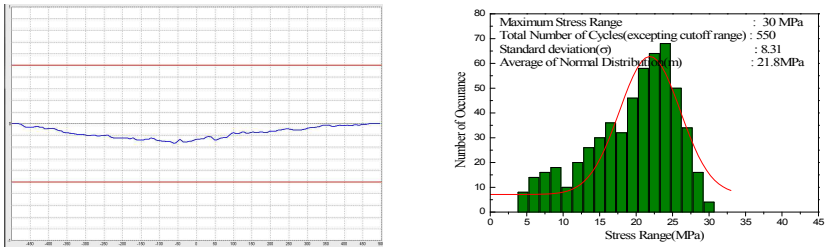
그림 4. 궤도동적응답 측정결과 예

2) 요철량(N.V for 1m)에 따른 레일저부 휨응력 비교

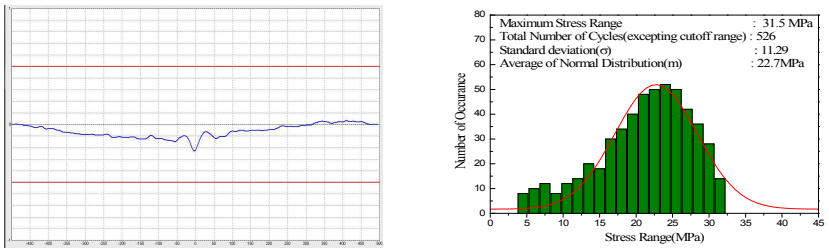
설정한 임의의 요철량 및 레일저부 휨응력에 대한 히스토그램은 그림 5.와 같다. 레일저부 휨응력 히스토그램은 측정DATA에 대해 피로수명에 영향을 미치지 않는 부분을 cut-off ratio=최대응력의 15%로 적용하여 제외하였고 Rain-flow counting method를 적용하여 작성한 결과이다. 또한, 응력히스토그램에 대하여 Gaussian 정규분포를 적용하여 평균응력 및 응력분포를 확인하였다.



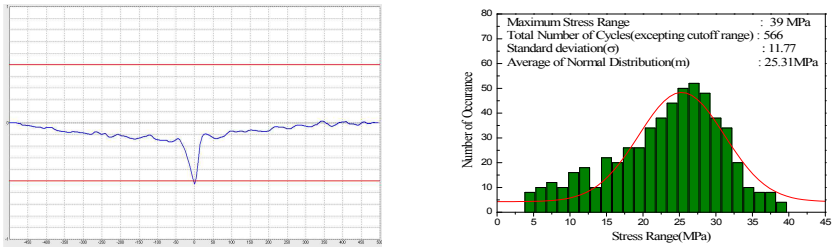
(a) N.V for 1m : 0.11mm



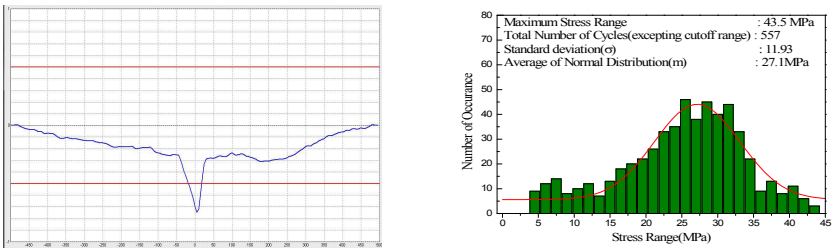
(b) N.V for 1m : 0.17mm



(c) N.V for 1m : 0.23mm



(d) N.V for 1m : 0.53mm



(e) N.V for 1m : 0.75mm

그림 5. 요철량 및 레일저부 휨응력 시험결과

그림 6.은 응력빈도히스토그램 결과를 통계적으로 처리하여 평가한 정규분포도를 보여준다. 이를 표

3.에 정리하였다.

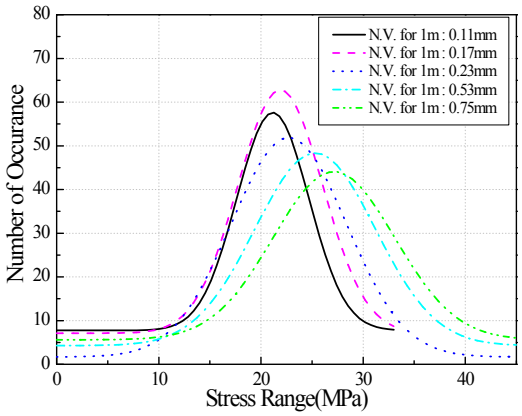


그림 6. 요철량에 따른 레일 휨응력의 정규분포도 비교

표 3. 요철량에 따른 레일 휨응력 평가

N.V. for 1m	최대응력 (Max. Stress)	평균응력 (Mean Stress)	표준편차 (S.D.)
0.11mm	27.0 MPa	21.2 MPa	7.05
0.17mm	30.0 MPa	21.8 MPa	8.31
0.23mm	31.5 MPa	22.7 MPa	11.29
0.53mm	39.0 MPa	25.3 MPa	11.77
0.75mm	43.5 MPa	27.1 MPa	11.93

임의의 요철을 설정하여 궤도동적응답을 분석한 결과, 레일표면요철량이 클수록 레일저부 휨응력이 증가하는 것으로 분석되었으며, 표준편차(S.D.)의 크기도 증가하는 것으로 분석되었다. 이는 레일표면요철에 의해 차륜과 레일의 접촉면에 차이가 발생함으로써 차량의 동요가 발생하고 충격하중이 발생하여 레일 휨응력의 변화폭이 증가한 것으로 판단된다.

4. 중회귀분석을 통한 레일 휨응력 예측식 도출

본 연구에서 수행한 콘크리트궤도구간의 요철량과 운행속도를 정리한 표 2.에 대하여 측정된 레일 휨응력DATA를 2절에서 소개한 중회귀분석을 수행하여 레일 휨응력 예측식을 도출하고자 하였다. 중회귀분석에는 통계분석을 위해 일반적으로 사용되고 있는 SPSS ver. 12 프로그램을 사용하였다.

표 4.는 중회귀분석을 통해 도출된 도시철도 콘크리트궤도(PTT)에서 레일표면요철량(v, w)과 운행속도(U)에 대한 레일 휨응력(Y)의 상관관계식을 보여준다.

표 4. 콘크리트궤도(PTT) 레일 휨응력 중회귀분석 결과(1)

Y = 47.5V + 22.325W + 0.151U + 39.42
V, W, U : 그림 1., 표 2. 참고
Y : 레일저부 휨응력 - 현장시험결과 적용
중상관계수 : 0.853 , 추정치 표준오차 : 4.75 , 데이터수 : 2040

표 4.의 레일 휨응력 예측식 Y = 47.5V + 22.325W + 0.151U + 39.42에 대하여 편회귀계수를 이용하여 요철지수 Z = 10V + 4.7W로 정의하고, 요철지수 Z와 운행속도 U에 대한 휨응력 Y의 함수식으로 변환하면 표 5.와 같게 된다. 본 연구에서 분석된 레일 휨응력 예측식의 중상관계수가 0.8이상으로 상당히 좋은 만족도를 보이고 있어 요철지수, 운행속도와 레일저부 휨응력의 상관관계를 잘 설명하고 있다고 판단된다.

표 5. 콘크리트궤도(PTT) 레일 휨응력 중회귀분석 결과(2)

Y = 4.75Z + 0.151U + 39.42 V, W, U :그림 1., 표 2. 참고 Y : 레일저부 휨응력 - 현장시험결과 적용 중상관계수 : 0.853 , 추정치 표준오차 : 4.75 , 데이터수 : 2040

요철지수 Z와 레일저부 휨응력 Y에 대해 선형회귀분석을 하면 그림 7.과 같이 요철지수 Z와 레일저부 휨응력 Y에 관한 선형회귀식 Y = 4.57Z + 46.29를 도출할 수 있다. 이는 측정된 열차 운행속도들의 평균속도인 45.5km/h일 때의 레일응력과 요철지수의 관계를 나타내며, 요철지수에 따라 레일 휨응력이 선형적으로 증가함을 보여준다.

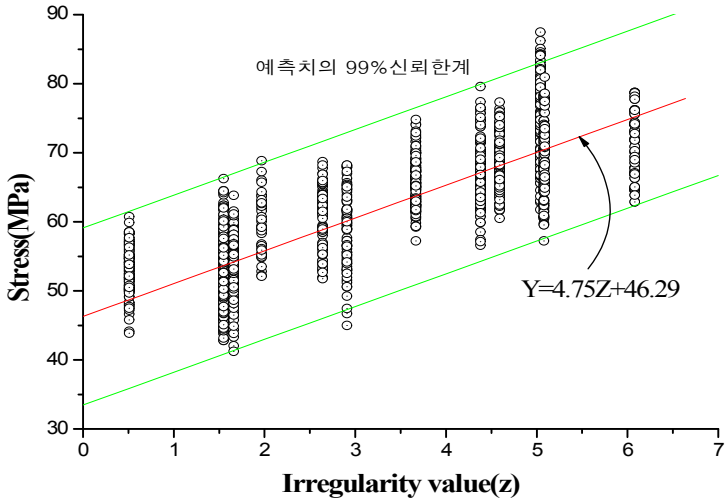


그림 7. 요철지수(z)와 레일저부 휨응력(Y)의 상관관계
(평균속도 45.5km/h)

5. 결론

본 연구에서는 콘크리트 장대레일의 피로수명을 산정하기 위한 기초연구로써 많은 변수를 가지고 있는 자갈도상에 비해 레일표면요철 및 궤도지지강성(패드강성)에 따라 영향을 받는 콘크리트궤도(PTT)에 대해서 레일표면요철량에 따른 레일 휨응력 예측식을 중회귀분석을 통해 도출하고자 하였으며, 도출된 결론은 다음과 같다.

레일표면요철량(N.V for 1m)에 따른 레일저부 휨응력 비교・분석결과, 임의의 요철을 설정하여 궤도동적응답을 측정한 콘크리트궤도의 경우 레일표면요철량이 클수록 레일저부 휨응력이 증가하는 것으로 분석되었으며, 표준편차(S.D.)의 크기도 증가하는 것으로 분석되었다.

중회귀분석을 통해 콘크리트궤도(PTT) 장대레일의 표면요철, 운행속도에 따른 레일 휨응력 예측식(Y = 47.5V + 22.325W + 0.151U + 39.42)을 도출하였으며, 열영향부에서의 요철량(v) 크기가 레일 휨응력에 가장 큰 영향을 미치는 것으로 분석되었다.

향후 콘크리트궤도의 궤도지지강성 및 열차운행조건에 따른 레일 휨응력예측식 도출이 필요할 것으로 판단되며, 이렇게 산정된 레일 휨응력 예측식은 콘크리트궤도 장대레일의 피로수명을 평가하는데 유용한 기초자료가 될 것으로 판단된다.

감사의글

본 연구는 한국건설교통기술평가원의 “차세대고속철도기술개발사업”에 의해 수행되었으며, 관련자분들에게 감사드립니다.

참고문헌

1. Makoto ISHIDA, Noritsugi ABE, Relationship between Rail Surface Irregularity and Bending Fatigue of Welded Part in Long Rails, RTRI REPORT Vol. 4, No. 7, 1990.
2. 노형진, 다변량분석 이론과 실제, 형설출판사
3. 박용걸 외 3인, 누적통과톤수에 의한 국내 레일교체기준의 타당성 평가, 한국철도학회논문집, Vol 11, No 3, pp.326-333, 2008.
4. Tadashi DESHIMARU, Hiroo KATAOKA, "Estimation of Service Life of Aged Continuous Welded Rail", QR of RTRI, Vol. 47, No. 4, pp.211-215, 2006.
5. 박용걸, 성덕룡 외 2인, 고속철도 레일의 피로수명에 영향을 미치는 매개변수 연구, 한국철도학회논문집, Vol 12, No 3, pp.396-404, 2009.
6. 박용걸, 성덕룡 외 2인, 현장측정을 통한 노후레일의 휨 피로수명 평가, 한국철도학회논문집, Vol 11, No 3, pp.317-325, 2008.
7. 서울산업대학교 철도전문대학원 뉴레일연구소, 고속선 선로구축물 성능향상 및 유지보수기술개발, 차세대고속철도기술개발사업 1단계(1, 2차년도) 보고서, pp.136-141, 2009.
8. 서울산업대학교 철도전문대학원 뉴레일연구소, 노후레일 피로손상평가 및 유지관리방안 연구, 서울메트로, 2009.