

# 다양한 런 규칙을 고려한 VSI 관리도의 경제적-통계적 설계

## Economic-statistical Design of VSI Control Charts Considering Various Runs Rules

강분규 · 임태진

충실대학교 산업·정보시스템공학과

### Abstract

This article investigates economic-statistical design of VSI(variable sampling interval) charts considering Various Runs Rules. Most recent adaptive control charts are complex designs. Actually It's not easy to operating control quality process. We propose a procedure for designing VSI Runs Rules charts, based on Lorenzen and Vance's model. The optimal design parameters of the charts can be determined by minimizing the cost model. And computational experiments show that the VSI Runs Rules chart is superior to the FSSI Runs Rules chart in the economic-statistical characteristics.

### 1. 서론

통계적 품질관리(Statistical Quality Control: SQC)의 중요한 도구로 활용되는 관리도는 공정의 이상상태를 감지하고 관리상태를 효율적으로 운영하는데 널리 사용된다. 대표적인 Shewhart의  $\bar{X}$  관리도는 표본크기와 샘플링간격이 일정한 표본추출 방법(Fixed Sampling Size and Interval: FSSI)을 사용한다. FSSI 관리도는 운용하기 편리하고 상대적으로 큰 공정이동의 감지에 우수한 성능을 보이거나, 상대적으로 작은 공정의 이동에는 민감하지 못하다.

FSSI 관리도의 성능을 향상시키기 위해서 임계한계선을 사용하여 표본통계량의 타점영역에 따라 표본크기 또는 샘플링간격을 변경하는 적응형 관리도(Adaptive control charts)가 연구되었다. 통계량의 위치에 따라 표본의 크기나 샘플링 간격을 변화시키는 방법인 VSS(Variable Sample Size), VSI(Variable Sampling Interval) 그리고 VSSI(Variable Sampling Size and Interval) 관리도에 대한 다양한 연구들이 진행되었다. 아직까지도 적응형 관리도에 관한 많은 연구가 진행되고 있으며, 임태진(2008)은 적응형 관리도의 설계에 대한 종합적인 비교연구를 수행하였다.

이러한 관리도들은 샘플크기와 샘플링 간격이 공정의 상태에 따라 자주 변화하게 되어 관리도 운용시 혼란을 가져올 수 있으며, 산업종류나 공정성격에 따라서는 설계 모수의 변화가 불가능하여 사용할 수 없는 문제들도 존재한다. 반면 런 규칙(Runs Rules)은 기존의 Shewhart  $\bar{X}$  관리도에 부가적으로 사용되기 때문에 실제 공정에 구현하여 사용하

기가 수월하며, 전환비용이 거의 발생하지 않는다는 장점이 존재한다.

Parkhideh(1996)은 런 규칙을 고려하여  $\bar{X}$  관리도를 Ducan의 비용모형으로 분석하여 경제적 측면에서도 이익이 발생된다는 사실을 보였다. Khoo와 Ariffin(2006)는 런 규칙의 적용을 위한 관리한계와 Shewhart 방법의 적용을 위한 관리한계, 즉 2개의 관리한계를 가지는 관리도의 통계적 성능을 분석하였다. 그러나 많은 런 규칙을 적용하여 효율적인 비교연구에 대하여 아직까지 없는 실정이다.

관리도를 통계적 기준만으로 설계한다면 바람직한 통계적 특성을 만족시킬 수 있지만 운영비용이 높아질 수 있다는 단점이 있다. Duncan(1956)은 공정관리에 소요되는 총 비용을 낮추기 위한 경제적인 기준을 고려하였고, 그 이후에도 많은 경제적인 설계 연구가 수행되었다. Lorenzen and Vance(1986)는 공정운영의 선택사항 및 표기법등을 통합하여 포괄적인 접근 방법을 제시하였다.

Woodall(1986)은 경제적 모형에서는 최소의 운영비용이 소요되도록 관리도를 설계할 수는 있지만 통계적인 속성이 무시되어 오류신호발생의 증가와 같은 문제가 생길 수 있다고 지적하였고, Prabhu et al.(1997)은 이러한 문제를 해결하기 위해 관리상태와 이상상태에서의 ATS에 제약을 추가하였다. 이를 순수한 경제적 설계와 비교해 봤을 때 ATS 제약 추가로 인하여 비용이 더 소요될 수 있으나, 이 손실비용은 오류신호발생감소와 공정평균이동의 빠른 감지로 인한 이익보다 작다고 할 수 있다.

본 연구에서는 Champ and Woodall(1987)에서의 런 규칙들을 가지고, Lorenzen and Vance(1986)의 비용모형을 이용하여 경제적-통계적 설계를 한다. 또한 샘플크기와 샘플링간격 중 실제 운영하기에 쉬운 VSI 관리도에 런 규칙을 접목시키고, 수치예제를 통하여 경제적-통계적 특성이 FSSI 관리도보다 우수함을 보인다.

### 2. VSI 런 규칙 관리도의 기호 및 상태정의

본 연구에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

$\Phi(\cdot)$	표준정규 누적분포함수
$\bar{X}_i$	$i$ 번째 표본 군의 표본평균
$Z_i$	$i$ 번째 표본 군의 표준화된 통계량
$k$	표준화된 관리한계선의 폭
$LCL$	표준화된 표본평균의 관리하한선
$UCL$	표준화된 표본평균의 관리상한선

### 설계모수(design parameters)

$w$	VSI 관리도의 표준화된 임계한계
$k$	VSI 관리도의 표준화된 관리한계

$n$	VSI 관리도의 고정 표본크기
$h_1$	VSI 관리도의 최소 샘플링 간격
$h_2$	VSI 관리도의 최대 샘플링 간격
$n_0$	FSSI 관리도의 고정 표본크기
$h_0$	FSSI 관리도의 고정 샘플링 간격
$k_0$	FSSI 관리도의 표준화된 관리한계

**공정모수(process parameters)**

$\lambda$	이상원인 발생률
$\delta$	이상원인에 의한 공정평균의 표준화된 이동
$\gamma_1$	지시변수(이상원인을 조사하는 동안 공정이 멈추면 0, 아니면1)
$\gamma_2$	지시변수(공정을 수리하는 동안 공정이 멈추면 0, 아니면1)

**비용모수(cost parameters)**

$a$	고정 샘플링비용
$b$	단위당 가변 샘플링비용
$C_0$	관리상태에서 시간당 소요되는 비용
$C_1$	이상상태에서 시간당 소요되는 비용
$Y$	오류신호 한 건당 비용
$W$	이상원인의 조사, 제거에 소요되는 비용

**시간모수(time parameters)**

$T_0$	오정보 조사에 소요되는 평균시간
$T_1$	이상원인에 대한 평균 조사시간
$T_2$	이상원인 제거에 소요되는 평균시간
$e$	하나의 관측치를 샘플링하고 검사, 기록하는데 소요되는 평균시간

**통계량(statistics)**

$ARL_0$	관리상태에서의 평균 런 길이
$ARL_\delta$	이상상태에서의 평균 런 길이
$ATS_0$	관리상태에서 이상신호발생까지 평균시간
$ATS_\delta$	이상상태에서 이상신호발생까지 평균시간
$AATS_\delta$	첫 번째 이상원인 발생시점부터 이상신호 발생까지의 평균 소요시간
$P_j(\delta)$	공정평균이 $\delta$ 이동하였을 때 상태 $i$ 로부터 상태 $j$ 로의 전이확률
$Q_k$	흡수상태와 관련된 원소가 사라진 상태 전 이행렬
$b$	초기상태 확률벡터

**제약(constraints)**

- $l$ : ATS 제약의 하한
- $u$ : ATS 제약의 하한

본 연구에서는 런 규칙을 고려한 공정에 대하여 다음과 같이 가정한다.

- ① 품질특성치는 정규분포를 따른다.
- ② 공정은 관리상태에서 시작하고, 이상원인은 공정평균을 변화시킨다.
- ③ 모든 이상원인은 독립적으로 발생하고, 이상원인의 발생시간은 지수분포를 따르며, 한 공정주기 내에서 한 번 발생한 이상원인은 반복하여 발생하지 않는다.

Champ and Woodall(1987)에서 논하는 런 규칙은 다음과 같다. 본 연구에서는 고정된 임계한계선

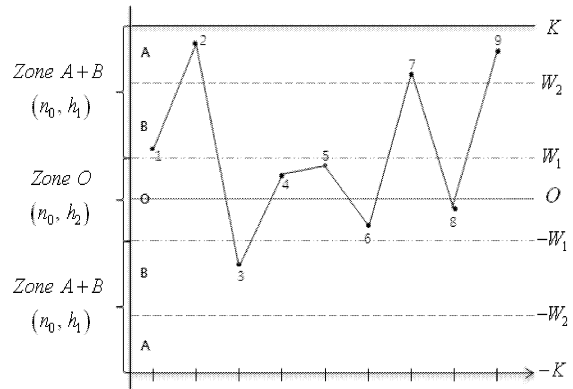
과 관리한계선을 가지지 않는다. 즉 Flexible한 런 규칙을 가지도록 한다.

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \{T(1, 1, -\infty, -3), T(1, 1, 3, \infty)\} \\
 C_2 &= \{T(2, 3, -3, -2), T(2, 3, 2, 3)\} \\
 C_3 &= \{T(4, 5, -3, -1), T(4, 5, 1, 3)\} \\
 C_4 &= \{T(8, 8, -3, 0), T(8, 8, 0, 3)\} \\
 C_5 &= \{T(2, 2, -3, -2), T(2, 2, 2, 3)\} \\
 C_6 &= \{T(5, 5, -3, -1), T(5, 5, 1, 3)\}
 \end{aligned}$$

이러한 런 규칙은 여러 런 규칙을 동시에 고려하여 관리도에 적용할 수 있다.

$$C_{ij\dots k} = C_i \cup C_j \cup \dots \cup C_k \quad (1)$$

다음 그림의 경우 런 규칙  $C_{12}$ 와  $C_{13}$ 을 동시에 고려한  $C_{123}$ 의 관리도 형태이다.



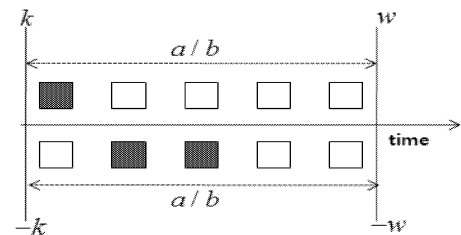
[그림 2-4]  $C_{123}$  VSI 관리도의 일반적인 형태

그림[2-4]는 임계한계선  $W_1$ 과  $W_2$ 를 가지고, 관리한계선  $K$ 으로 정하고, 타점이 런 규칙  $C_{12}$  또는  $C_{13}$ 을 만족시키게 되면 이상원인이 발생하였다고 보고, 검사와 수리를 시작하게 되는 것이다.

**3. 다양한 런 규칙을 고려한 VSI 관리도의 경제적-통계적 설계**

**3.1 상태정의 및 초기상태 확률**

마코프체인을 이용하여  $ARL_\delta$ 와  $ATS_\delta$ 를 계산하기 위하여 공정 및 관리 통계량의 상태(State)를 그림\*\*\*\*\*과 같이 정의한다. 즉 관리상태를 포함하여 흡수상태 직전까지를 하나의 런 규칙의 상태로 정의한다.



<그림 1>  $T(a, b, -k, -w), T(a, b, w, k)$  모형 ( $b=5$ )

위 그림은 최근의 5개의 점을 확인한다는 런 규칙을 말하는 것이다.  $a=4$ 라고 한다면  $C_3$ 의 룰과

같이 된다. 각 런 규칙에 따라 마코프 체인의 상태가 다르게 구성되어진다. 다음은  $C_B$ 의 마코프체인의 상태정의이다.

<표 1> C13의 상태정의와 마코프체인

#	State	O	A	B	O	A	B	O	A	B
1	OOOO	OOOO	AOOO	B000	OOOO	AOOO	B000	1	2	3
2	A000	OAOO	AAOO	BAOO	OAOO	AAOO	BAOO	4	8	7
3	B000	OBOO	ABOO	BBOO	OBOO	ABOO	BBOO	5	6	9
4	OAOO	OAOO	OAOO	BOAO	OOOO	AOAO	BOOO	1	10	3
5	OBOO	OBOO	AOBO	BOBO	OOOO	AOOO	BOBO	1	2	11
6	ABOO	OABO	AABO	BABO	OAOO	AAOO	BABO	4	8	15
7	BAOO	OBAO	ABAO	BBAO	OBOO	ABAO	BBOO	5	14	9
8	AAOO	OAAO	AAA0	BAAO	OAAO	AAA0	BAAO	12	18	16
9	BBOO	OBBO	ABBO	BBBO	OBBO	ABBO	BBBO	13	17	19
10	OAOO	OAOA	AAOA	BAOA	OAOO	AAOA	BAOO	4	20	7
11	BOBO	OBOB	ABOB	BBOB	OBOO	ABOO	BBOB	5	6	21
12	OAAO	OAAA	AOAA	BOAA	OOOO	AOAA	BOOO	1	22	3
13	OBBO	O0BB	AOBB	BOBB	OOOO	AOOO	BOBB	1	2	23
14	ABAO	OABA	AABA	BABA	OAOO	AAOA	BABO	4	20	15
15	BABO	OBAB	ABAB	BBAB	OBOO	ABAO	BBOB	5	14	21
16	BAAO	OBAA	ABAA	BBAA	OBOO	ABAA	BBOO	5	26	9
17	ABBO	OABB	AABB	BABB	OAOO	AAOO	BABB	4	8	27
18	AAA0	OAAA	AAAA	BAAA	OAAA	AAAA	BAAA	24	30	28
19	BBBO	OB0B	ABBB	BBBB	OB0B	ABBB	BBBB	25	29	30
20	AAOA	OAAO	AAAO	BAAO	OAAO	AAAO	BAAO	12	18	16
21	BBOB	OBBO	ABBO	BBBO	OBBO	ABBO	BBBO	13	17	19
22	OAOA	OAOA	AAOA	BAOA	OAOO	AAOA	BAOO	4	20	7
23	BOBB	OBOB	ABOB	BBOB	OBOO	ABOO	BBOB	5	6	21
24	OAAA	OAAA	AOAA	BOAA	OOOO	AOAA	BOOO	1	22	3
25	OB0B	O0BB	AOBB	BOBB	OOOO	AOOO	BOBB	1	2	23
26	ABAA	OABA	AABA	BABA	OAOO	AAOA	BABO	4	20	15
27	BABB	OBAB	ABAB	BBAB	OBOO	ABAO	BBOB	5	14	21
28	BAAO	OBAA	ABAA	BBAA	OBOO	ABAA	BBOO	5	26	9
29	ABBB	OABB	AABB	BABB	OAOO	AAOO	BABB	4	8	27
30	XXXX	absorbing			absorbing			absorbing		

$C_B$ 의 경우 상태를 정의하면 위의 표에서와 같이 흡수상태를 포함한 30가지의 경우가 나온다. 각 상태에서 다음 영역에 타점될 전이확률을 고려하여 나타내면 1단계와 같이 정리할 수 있다. 2단계에서 빗금친 부분의  $[OAOA], [OABB], [OABA]$ 는  $[OAOO]$ 와 같이 런 규칙에 의해서 다른 상태로 정의 가능함을 보여준다. 다음 표는 다른 런 규칙에 의해 흡수상태를 포함한 상태(State)의 개수를 보여주는 것이다.

<표 2> 런 규칙의 상태정의 수

Rules	공통	Runs Rules						# State
	관리한계선	임계한계선						
	K	$W_1$		$W_2$		$W_3$		
$a_1$		$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$		
C1		x	x	x	x	x	x	2
C15		2	2	x	x	x	x	4
C12		2	3	x	x	x	x	8
C13		4	5	x	x	x	x	30
C16		5	5	x	x	x	x	10
C14		8	8	x	x	x	x	16
C123	# 1 Point out of $[-K, K]$	2	3	4	5	x	x	72
C156		2	2	5	5	x	x	16
C124		2	3	8	8	x	x	46
C134		4	5	8	8	x	x	116
C1456		2	2	5	5	8	8	66
C1234		2	3	4	5	8	8	226

### 3.2 AATS<sub>6</sub>의 계산

AATS<sub>6</sub>(Adjusted Average Time to Signal)를 구하기 위하여 흡수상태와 관련된 원소가 사라진 전이확률 행렬  $Q$ 와 초기상태 확률벡터  $\mathbf{b}$ 를 계산하면 다음 그림과 같다.

$$Q_6 = \begin{matrix} & \begin{matrix} OOOO & AOOO & \dots & \dots & ABBB \end{matrix} \\ \begin{matrix} OOOO \\ AOOO \\ \dots \\ \dots \\ ABBB \end{matrix} & \begin{pmatrix} P_O & P_A & & & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ 0 & 0 & & & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

<그림 2> 흡수상태를 제외한  $C_B$ 의  $Q$

전이확률 상태의 확률을 계산하기 위하여 통계량  $Z_{i-1}$ 이 영역  $I_1, I_2$ 에 속할 확률을 각각 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} P_A^6 &= \Phi(K - \delta\sqrt{n}) - \Phi(W_1 - \delta\sqrt{n}) \\ P_O^6 &= \Phi(W_1 - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-W_1 - \delta\sqrt{n}) \\ P_B^6 &= \Phi(-W_1 - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-K - \delta\sqrt{n}) \end{aligned} \quad (2)$$

마코프체인의 특성에 따라  $(I-Q)^{-1}$ 의  $(i,j)$ 원소는 상태  $i$ 에서 시작하여 상태  $j$ 로 보낸 회수의 기댓값이 된다(Prabhu and Montgomery, 1994).  $ARL_6$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$ARL_6 = \mathbf{b}^T (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_6)^{-1} \mathbf{1} \quad (3)$$

단,  $\mathbf{I}$ 는 런 규칙의 흡수상태를 제외한 전이행렬의 상태정의 개수( $S^*$ )에 따라  $S^* \times S^*$  단위행렬이며  $\mathbf{1}$ 은  $S^* \times 1$  단위 열벡터를 나타낸다. 마지막 타점이 찍힌 영역( $I_1, I_2$ )에 따라 다음 샘플링 간격을 결정한다.

$$h_j = \begin{cases} h_1 & \text{if } K < Z < W \\ h_2 & \text{if } W < Z < -W \\ h_1 & \text{if } W < Z < -K \end{cases} \quad (4)$$

$(j=1,2), (h_1 < h_2)$

마코프체인의 특징을 이용하여  $ATS$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$(5)$$

$\mathbf{b}$ 는 초기 관리상태의 정상확률로 계산하며 다음 (\*)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\mathbf{b}$ 는 흡수상태를 제외한 전이행렬의 상태정의 개수를 나타낸다. 또한  $\mathbf{h}$ 는 각 정의상태에 따라  $\mathbf{h} = [h_2, h_1, h_1, \dots, h_2]$ 로 나타낸다.

$$\mathbf{b} = [1, 0, \dots, S^*]^T, \sum_1^{S^*} \mathbf{b} = 1 \quad (6)$$

공정평균이 이동되었을 때 평균 표본크기와 평균 샘플링 간격은 각각 다음과 같다.

$$E_6[M] = n \quad (7)$$

$$E_0[H] = \frac{\mathbf{b}^T(\mathbf{I}-\mathbf{Q}_0)\mathbf{h}^T}{\mathbf{b}^T(\mathbf{I}-\mathbf{Q}_0)\mathbf{1}} \quad (8)$$

이상상태에서 평균 관측치 수를  $ANSS_\delta$ 라 하면 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$ANSS_\delta = \frac{1}{F(|Z+\delta|>K)} = \frac{1}{\alpha(\delta)} \quad (9)$$

첫 이상원인이 발생한 시점부터 이상신호 발생까지의 평균 시간을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$AATS_\delta = \frac{[(h_2 - \tau_2)\pi_1(0)h_2 + (h_2 - \tau_2)(0)h_1]}{E_0[H] + E_\delta[H](ANSS_\delta - 1)} \quad (10)$$

단 여기서 말하는  $\pi_1, \pi_2, \tau$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\pi_1(0) = \frac{p_1(0)}{p_1(0) + p_2(0)}, \quad \pi_2(0) = \frac{p_2(0)}{p_2(0) + p_1(0)}$$

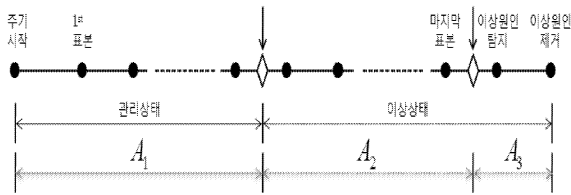
$$\tau_i = \frac{1 - (1 + \lambda h_i)e^{-\lambda h_i}}{\lambda(1 - e^{-\lambda h_i})}$$

### 3.2 기대 주기시간

<그림 3>에 나타난 바와 같이 Lorenzen and Vance(1986) 모형에 기초한 기대주기(cycle)는 다음과 같이 구성된다.

$$E[T_{cycle}] = E[A_1 + A_2 + A_3] \quad (11)$$

- ① 관리상태 지속시간( $A_1$ )
- ② 이상원인 방치시간( $A_2$ )
- ③ 이상원인 탐색 및 제거시간( $A_3$ )



<그림 3> 공정의 기대주기

관리상태 지속시간은 지수분포의 기대값  $1/\Lambda$ 에 오류신호 발생 시 공정이 정지하는 경우 이상원인 조사시간이 추가될 수 있으므로 다음과 같다.

$$E[A_1] = 1/\Lambda + (1 - \gamma_1)T_0 E[FA] \quad (12)$$

단,  $E[FA]$ 는 평균 오류신호 발생횟수로 다음과 같다.

$$E[FA] = s/ARL_0 \quad (13)$$

$$ARL_0 = \mathbf{b}^T(\mathbf{I}-\mathbf{Q})^{-1}\mathbf{1} \quad (14)$$

이상원인 방치시간은 이상원인 발생시점부터 이상신호 발생까지의 소요시간으로 다음과 같다.

$$E[A_2] = AATS_\delta \quad (15)$$

ATC를 사용하여 공정시작부터 이상신호 발생까지의 시간을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$E[A_1] + E[A_2] = ATC + (1 - \gamma_1)T_0 E[FA] \quad (16)$$

이상원인 탐색 및 제거시간에는 마지막 표본의 분석시간과 이상원인의 조사시간 및 제거시간 등이 포함되므로 다음과 같이 나타낸다.

$$E[A_3] = en + T_1 + T_2 \quad (17)$$

따라서 기대주기 시간을 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$E[T_{cycle}] = 1/\Lambda + (1 - \gamma_1)T_0 s/ARL_0 + en + T_1 + T_2$$

### 3.3 주기당 기대비용

주기당 기대비용은 다음과 같이 구성된다.

$$E[C_{cycle}] = B_1 + B_2 + B_3 + W \quad (18)$$

- ① 공정운영비용( $B_1$ )
- ② 샘플링 비용( $B_2$ )
- ③ 오류신호 비용( $B_3$ )
- ④ 이상원인 조치비용( $W$ )

공정운영비용은 관리상태와 이상상태로 구분하여 다음과 같이 나타낸다.

$$B_1 = C_0/\Lambda + C_1(E[A_2] + E[A_3]) \quad (19)$$

$$\text{단, } E[A_3] = en + \gamma_1 T_1 + \gamma_2 T_2$$

샘플링비용 또한 관리상태와 이상상태로 구분하여 다음과 같이 나타낸다.

$$B_2 = \frac{(a+bm)s}{E_0[H]} + (a+bm)(AATS_\delta + E[A_3])/E_0[H] \quad (20)$$

오류신호 비용은 다음과 같다.

$$B_3 = E[FA]Y \quad (21)$$

단위시간당 기대비용은 다음과 같고, 이 비용합수를 최소화하는 설계모수를 구한다.

$$E[C_{hr}] = E[C_{cycle}]/E[T_{cycle}] \quad (22)$$

## 4. 수치예제

본 연구에서 주어진 비용함수의 최소화문제를 풀기 위해서 MathWorks사의 MATLAB(R2008a버전) 소프트웨어를 사용하였다.

본 예제에서는 단위당 시간비용을 기준으로 하여 FSSI 런 규칙 관리도(FSSI-RR)와 VSI 런 규칙 관리도(VSI-RR)의 성능을 비교하였다. 본 예제에 사용된 공정 및 비용모수를 <표 4>에 나타내었고, 다음의 통계적 제약을 설정하였다.

<표 5>는 FSSI-RR 관리도와 VSI-RR 관리도에 대한 단위 시간당 최소 기대 비용과 이때의 최적 설계모수를 나타낸다. 또한 최소 기대비용을 비교하여 FSSI 관리도에 대한 VSI 관리도의 비용 감소율도 나타낸다. 이것을 통하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

- ① 모든 경우에서 VSI-RR 관리도가 FSSI-RR 관

- 리도보다 적은 단위시간당 기대비용이 소요되고 있음을 볼 수 있다.
- ② 런 규칙이 추가되었을 때 경제적-통계적으로 줄어드는 것을 볼 수 있었다. 그러나 Shewhart 규칙을 제외한 2개에서 3개의 증가에 있어서 상대적으로 적게 줄어들고 있음을 볼 수 있다.
  - ③ 런 규칙 개수별로 살펴보면 Shewhart 규칙을 제외한 1개 중에서는  $C_{13}$ ,  $C_{12}$  규칙이 가장 좋았으며 2개의 런 규칙에서는  $C_{124}$ , 3개의 런 규칙에서는  $C_{1234}$  런 규칙이 더 낮은  $ARL_0$  값을 가지고 있었다.
  - ④ 런 규칙의 많은 적용이 반드시 통계적 성능을 높이는 것이 아님을 알 수 있었다.  $\langle ARL_0 \rangle$ 의 값을 동일하게 하고 공정의 이동 폭이 발생할 경우에는  $C_{1456}$ 이 오히려  $C_{13}$ 보다 떨어지는 것을 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} ATS_0 &\geq 500, \\ AATS_6 &\leq 8 \end{aligned} \quad (23)$$

<표 3> 공정 및 비용모수

고정	$u\phi$	$low$	$e$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
	8	500	0.275	5.5	3.5	8	1	0
No.	$\delta$	$\lambda$	$C_0$	$C_1$	$a$	$b$	$Y$	$W$
1	0.5	0.01	100	250	1	0.2	200	150
2	1	0.05	100	250	1	0.6	500	150
3	1	0.01	200	250	2	0.2	500	150
4	0.5	0.05	200	250	2	0.6	200	150
5	0.5	0.01	100	500	2	0.6	500	150
6	1	0.05	100	500	2	0.2	200	150
7	1	0.01	200	500	1	0.6	200	150
8	0.5	0.05	200	500	1	0.2	500	150
9	1	0.01	100	250	2	0.6	200	300
10	0.5	0.05	100	250	2	0.2	500	300
11	0.5	0.01	200	250	1	0.6	500	300
12	1	0.05	200	250	1	0.2	200	300
13	1	0.01	100	500	1	0.2	500	300
14	0.5	0.05	100	500	1	0.6	200	300
15	0.5	0.01	200	500	2	0.2	200	300
16	1	0.05	200	500	2	0.6	500	300

## 5. 결론

많은 산업종류나 공정 성격상의 이유로 복잡한 관리도의 적용과 운용은 사실상 어렵다고도 할 수 있다. 대부분의 기존연구에서는 2중 2런 규칙( $C_{16}$ )과 3중 2런 규칙( $C_{13}$ )에 대하여 연구되었다. 따라서 본 연구에서는 다양한 런 규칙과 혼합된 Shewhart 관리도를 연구하였으며, 샘플링간격을 조정하는 VSI 관리도를 적용하는 설계절차를 제안하였다. 관리도의 경제적-통계적 성능을 분석하기 위해 통계적 제약을 추가하고, 단위시간당 최소비용을 구하였으며 VSI-RR 관리도가 FSSI-RR 관리도보다 성능이 우수함을 증명하였다.

## 참고문헌

[1] Champ,C.W., Woodal,W.H.(1987), "Exact Results for Shewhart Control Charts With Supplementary Runs Rules", *Technometrics*, Vol.29, No.4, pp.393-399.

[2] Das,T.K., Jain,V., Gosavi,A.(1997), "Economic Design of Dual-Sampling-Interval Policies for  $\bar{X}$  Charts with and without Run Rules", *IIIE Transaction*

[3] Parkhideh.S, Parkihideh.B.(1996), "The economic design of flexible zone  $\bar{X}$  chart with AT&T rules", *IIE Trans* 28(3): pp.261-266.

[4] Parkhideh.S, Parkihideh.B.(1998), "Design of a flexible zone individuals control chart.", *J Prod Econ* 36(8): 2259-2267

[5] Lee,H.J., Lim,T.J., Jang,S.C.(2007), "VSSI  $\bar{X}$  Control Charts for Processes With Multiple Assignable Causes", *Proceedings of the 2007 IEEE IEEM*, pp.1241-1245.

[6] Lim,T.J.(2008), "A Comparative Study on the Design of Adaptive Control Charts", *Journal of the Korean Society for Quality Management*, Vol. 36, No. 1, pp.7-19.

[7] Lorenzen,T.J., Vance,L.C.(1986), "The Economic Design of Control Charts: A Unified Approach", *Technometrics*, Vol. 28, No. 3, pp.3-10.

[8] Duncan, A.J.(1956), "The Economic Design of  $\bar{X}$  Charts Used to Maintain Current Control of a Process", *Journal of the American Statistical Association*, 51(274), pp.228-242.

[9] Prabhu, S.S., Montgomery, D.C., Runger, G.C.(1997), "Economic-Statistical Design of Adaptive  $\bar{X}$  Chart", *International Journal of Production Economics*, Vol. 49, No. 1, pp.1-15.

[10]Acosta-Mejia,C.A.(2007), "Two Sets to Runs Rules for the  $\bar{X}$  Chart", *Quality Engineering*, Vol.19, pp.129-136.

[11] Khoo,M.B.C, Ariffin,K.N.bt.(2006), "Two Improved Runs rules for the Shewhart  $\bar{X}$  Control Chart", *Journal of Quality Technology*, Vol.32, pp.427-431.

<표 4> FSSI 관리도의 비용결과

No	$n_0$	$h_0$	$k_0$	$ATS_0$	$AATS_6$	Cost
1	22	1.59	2.9498	500	5.83	116.0449
2	8	0.94	3.1086	500	2.41	119.2728
3	12	3.41	2.9597	1107.5	4.92	193.5405
4	23	2.43	2.8162	500	7.19	190.4577
5	22	1.67	2.9346	500	6.01	152.0244
6	8	0.4	3.3528	500	1.33	166.9751
7	9	1.56	2.9557	500	3.01	212.8798
8	18	0.36	3.3818	500	3.47	262.848
9	9	2.58	2.7969	500	4.44	110.439
10	21	0.85	3.1382	500	4.28	142.0923
11	25	3.32	2.7144	500	8	201.5791
12	8	0.82	3.1487	500	2.19	176.5841
13	8	0.71	3.1906	500	1.98	125.3435
14	19	0.67	3.2073	500	4.41	228.3016
15	21	1.07	3.0701	500	4.91	228.7118
16	8	0.67	3.2073	500	1.9	233.3687

<표 5> FSSI-RR 관리도와 VSI-RR 관리도의 비교 (#1 RR 추가)

No.	FSSI-RR(C13)								VSI-RR(C13)								
	$n_0$	$h_0$	$W$	$K$	$ATS_0$	$AATS_0$	Cost	VS FSSI	$n$	$h_1$	$h_2$	$W$	$K$	$ATS_0$	$AATS_0$	Cost	VS FSSI-RR
1	11	0.72	1.21	3.51	500	4.94	113.01	-3.03	9	0.1	1.14	1.14	3.73	500	3.9	110.63	-2.38
2	4	0.41	1.34	3.56	500	2.16	116.67	-2.61	4	0.1	0.86	1.25	3.43	500	1.5	113.38	-3.28
3	11	3.17	1.7	2.97	1045.15	4.92	193.52	-0.02	6	0.1	3.13	1.36	3.37	2312	3.1	192.66	-0.86
4	10	0.82	1.18	3.5	500	6.04	186.49	-3.97	7	0.1	1.08	1.14	3.84	500	5.6	184.26	-2.23
5	10	0.67	1.21	3.6	500	5.13	143.69	-8.34	9	0.1	1.15	1.14	3.72	500	4	137.4	-6.29
6	4	0.21	1.4	3.8	500	1.27	159.25	-7.72	4	0.1	0.43	1.32	3.7	500	1	154.97	-4.28
7	5	0.75	1.35	3.26	500	2.88	211.97	-0.91	4	0.1	1.23	1.19	3.37	500	1.9	208.28	-3.69
8	8	0.16	1.38	4.45	500	2.36	239.07	-23.78	9	0.1	0.32	1.32	4.22	500	2.1	235.97	-3.09
9	9	2.54	1.56	2.81	500	4.32	110.35	-0.09	5	0.1	2.53	1.21	2.97	500	2.5	108.34	-2.01
10	10	0.39	1.27	3.86	500	3.36	133.09	-9	10	0.1	0.75	1.21	3.78	500	2.7	129.7	-3.39
11	14	2.89	1.14	2.85	500	7.98	200.42	-1.16	12	0.1	4.66	1.04	3.01	624.4	7.3	198.48	-1.94
12	5	0.48	1.38	3.41	500	2.01	175.5	-1.08	4	0.1	0.83	1.25	3.45	500	1.5	173.72	-1.78
13	4	0.35	1.35	3.61	500	1.93	123.45	-1.89	4	0.1	0.73	1.25	3.58	508.9	1.4	120.43	-3.02
14	8	0.24	1.33	4.25	500	3.11	200.1	-28.2	9	0.1	0.5	1.26	4.03	500	2.5	193.83	-6.28
15	10	0.52	1.24	3.72	500	4.22	222.46	-6.25	11	0.1	1.11	1.16	3.62	500	2.9	218.32	-4.15
16	4	0.31	1.36	3.65	500	1.74	227.61	-5.75	4	0.1	0.65	1.28	3.55	500	1.3	222.34	-5.27

<표 6> FSSI-RR 관리도와 VSI-RR 관리도의 비교 (#2 RR 추가)

No.	FSSI-RR(C134)								VSI-RR(C134)										
	$n_0$	$h_0$	$W_1$	$W_2$	$K$	$ATS_0$	$AATS_0$	Cost	VS FSSI	$n$	$h_1$	$h_2$	$W_1$	$W_2$	$K$	$ATS_0$	$AATS_0$	Cost	VS FSSI-RR
1	9	0.6	0.43	1.25	3.69	500	5	112.7	-3.34	9	0.1	1.7	0.7	1.09	3.33	500	3.4	110.05	-2.65
2	3	0.31	0.53	1.35	3.81	500	2.2	116.45	-2.82	3	0.1	0.86	0.79	1.21	3.45	500	1.6	113.07	-3.39
3	11	3.16	1.69	1.7	2.97	1045.6	4.9	193.52	-0.02	6	0.1	3.26	1.28	1.42	3.36	2983.4	3	192.65	-0.87
4	9	0.74	0.41	1.22	3.59	500	5.9	186.02	-4.43	9	0.1	1.82	0.89	1.08	3.29	500	4.3	182.48	-3.54
5	9	0.6	0.43	1.25	3.69	500	5	142.84	-9.19	8	0.1	1.62	0.63	1.08	3.4	501.2	3.6	135.92	-6.91
6	4	0.21	0.64	1.42	3.78	500	1.2	158.91	-8.07	3	0.1	0.53	0.63	1.28	3.63	500	1.1	153.79	-5.12
7	4	0.59	0.6	1.32	3.4	500	2.9	211.87	-1.01	4	0.1	1.45	0.94	1.21	3.15	500	1.7	208.03	-3.84
8	7	0.15	0.51	1.46	4.63	500	2.3	236.46	-26.39	7	0.1	0.5	0.43	1.27	4.02	500	1.9	230.92	-5.53
9	9	2.54	1.04	1.56	2.81	500	4.3	110.35	-0.09	5	0.1	2.8	1.07	2.77	2.77	500	2.7	108.65	-1.7
10	9	0.35	0.46	1.32	3.95	500	3.3	132.23	-9.86	8	0.1	1.02	0.59	1.15	3.58	500	2.6	128.26	-3.97
11	12	2.41	0.46	1.13	2.96	500	7.4	200.39	-1.19	11	0.1	4.64	0.91	1.06	3.05	855.7	7.4	198.46	-1.93
12	4	0.39	0.62	1.36	3.55	500	2.1	175.42	-1.16	4	0.1	0.96	1.05	1.26	3.29	500	1.4	173.6	-1.82
13	4	0.35	0.62	1.37	3.59	500	1.9	123.33	-2.01	4	0.1	0.94	0.81	1.34	3.6	1153.9	1.3	120.08	-3.25
14	7	0.21	0.47	1.4	4.43	500	3	196.68	-31.62	6	0.1	0.66	0.4	1.23	3.99	500	2.5	186.52	-10.16
15	9	0.48	0.44	1.28	3.81	500	4.2	221.94	-6.77	9	0.1	1.41	0.66	1.11	3.4	500.8	2.9	217.32	-4.62
16	4	0.31	0.62	1.38	3.64	500	1.7	227.32	-6.05	3	0.1	0.71	0.73	1.24	3.52	500	1.4	221.58	-5.74

<표 7> FSSI-RR 관리도와 VSI-RR 관리도의 비교 (#3 RR 추가)

No.	FSSI-RR(C1234)										VSI-RR(C1234)										
	$n_0$	$h_0$	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$K$	$ATS_0$	$AATS_0$	Cost	VS FSSI	$n$	$h_1$	$h_2$	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$K$	$ATS_0$	$AATS_0$	Cost	VS FSSI-RR
1	10	0.70	0.47	1.28	2.26	3.82	500.0	4.7	112.28	-3.77	9	0.10	1.71	0.75	1.13	2.04	3.66	500.0	3.2	109.67	-2.61
2	4	0.44	0.65	1.40	2.31	3.77	500.0	2.0	115.54	-3.73	3	0.10	0.86	0.87	1.26	2.18	3.74	500.0	1.5	112.39	-3.15
3	10	2.83	1.71	1.73	2.26	3.13	1266.8	4.8	193.40	-0.14	6	0.10	3.24	1.38	1.49	2.26	3.68	3523.0	2.9	192.48	-0.92
4	10	0.87	0.46	1.26	2.21	3.73	500.0	5.6	185.20	-5.26	9	0.10	1.85	0.94	1.12	2.03	3.57	500.0	4.0	181.58	-3.62
5	9	0.64	0.45	1.28	2.30	3.92	500.0	4.9	141.76	-10.26	9	0.10	1.73	0.76	1.13	2.04	3.65	500.3	3.2	134.87	-6.89
6	4	0.23	0.68	1.47	2.44	4.01	500.0	1.2	157.56	-9.41	4	0.10	0.58	0.96	1.36	2.24	3.74	500.0	0.9	152.86	-4.7
7	5	0.81	0.75	1.41	2.18	3.44	500.0	2.7	211.03	-1.85	4	0.10	1.46	1.01	1.27	2.02	3.48	500.0	1.6	207.55	-3.48
8	7	0.15	0.51	1.46	3.06	4.59	500.0	2.2	236.24	-26.61	7	0.10	0.52	0.45	1.29	2.39	4.21	500.1	1.8	230.03	-6.21
9	7	1.95	1.24	1.50	2.07	3.01	500.0	4.1	110.00	-0.44	4	0.10	2.36	1.08	1.22	1.92	3.32	517.3	2.5	108.02	-1.98
10	9	0.37	0.49	1.36	2.43	4.17	500.0	3.2	131.57	-10.52	8	0.10	1.02	0.65	1.19	2.19	3.85	500.0	2.5	127.54	-4.03
11	13	2.78	0.53	1.18	1.92	3.10	500.0	7.9	199.92	-1.66	11	0.10	4.71	0.96	1.12	1.92	3.43	928.6	7.0	198.11	-1.81
12	5	0.52	0.75	1.44	2.26	3.60	500.0	1.9	174.89	-1.69	4	0.10	0.96	1.14	1.31	2.13	3.55	500.0	1.3	173.22	-1.67
13	4	0.38	0.66	1.42	2.33	3.82	500.0	1.8	122.63	-2.71	4	0.10	0.94	0.88	1.39	2.30	3.91	1135.2	1.2	119.64	-2.99
14	7	0.21	0.47	1.40	3.02	4.40	500.0	2.9	196.35	-31.95	7	0.10	0.76	0.49	1.23	2.28	4.03	500.1	2.2	185.37	-10.98
15	10	0.55	0.49	1.31	2.32	3.93	500.0	3.9	221.23	-7.48	9	0.10	1.42	0.71	1.16	2.09	3.72	500.0	2.7	216.67	-4.56
16	4	0.34	0.66	1.43	2.36	3.87	500.0	1.6	225.76	-7.61	3	0.10	0.71	0.80	1.28	2.22	3.80	500.1	1.3	220.43	-5.33