

Complementary Pole을 이용한 Nodal Zone의 응력해석

Stress Analysis in Nodal Zone by using Complementary Pole Method

강 성 훈* 홍 성 곁**

Kang, Sung Hun Hong, Sung Gul

ABSTRACT

This study investigates stress analysis in nodal zone by using Complementary Pole Method (CPM). The CPM is convenient tools for the stress or strain analysis since it enables to express parallel directions of the normal stress or strain on the Mohr Circle. In this study, it is suggested to use of CPM to analysis stress or strain in the field of Concrete Plasticity.

1. 서 론

모어원 상의 한 점인 Pole Point(Q)를 이용하면 <그림 1>과 같이 임의의 응력 또는 변형률의 방향을 모어 원의 매개변수(2θ)가 아닌 실제의 응력 방향(θ)과 동일하게 나타낼 수 있다. 특히, 콘크리트 소성학에서는 응력 및 변형 해석을 위해 Pole Method(PM)가 매우 유용한 도구로서 활용 되어왔다^{2),3)}. 그러나 이러한 PM은 고려하는 수직응력(σ) 및 수직변형률(ϵ)방향과 직교하는 요소를 나타내기 때문에 모어 원에서도 직교 방향으로 작도 해야하는 번거로움을 가지고 있다. 본 연구에서는 모어 원 상에서 동일한 방향의 σ 와 ϵ 의 작도가 가능하여 보다 편리하게 응력 및 변형을 해석할 수 있는 도구인 Complementary Pole Method(CPM)을 제안하였으며, 이러한 CPM을 통해 C-C-C 절점 응력을 해석하는 방법을 다루었다.

2. 부호규약

평면응력의 부호규약¹⁾은 <그림 2>와 같이 정의된다. 다만, 여기서 x 방향과 수직인 면을 "H"면, y 방향과 수직인 면을 "V"면 이라고 정의한다. <그림 2>와 같이 응력요소에서의 전단응력은 모두 동일한 부호를 갖지만 모어원 상에서는 H와 V면상의 전단응력의 부호가 서로 반대가 된다. Mechanics of Materials¹⁾에서는 반시계방향 모멘트를 유발하는 전단응력(그림 2에서 τ_{xy})을 모어원에서 양(+)으로 표현하지만, 이 경우 응력요소의 회전 방향과 동일하게 하기 위해서는 전단응력(τ)축은 아래 방향이 양(+)이 되어야 한다. 그러나 본 연구에서는 <그림 3>과 같이 시계방향 모멘트를 유발하는 전단응력(그림 2에서 τ_{yx})을 양(+)으로 하여 위쪽 방향 전단응력(τ)축을 양(+)으로 하였다. 이러한 부호규약은 모어 원에서 기존의 규약¹⁾보다 더 편리하게 사용될 수 있다.

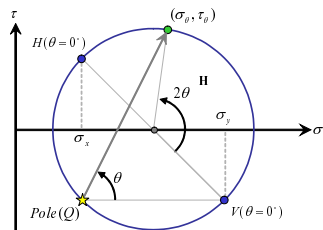


그림 1. Pole Point(Q)

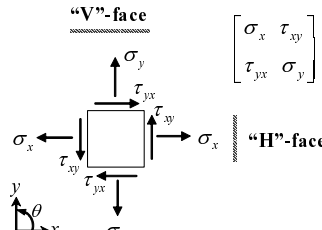


그림 2. 응력 요소의 부호규약

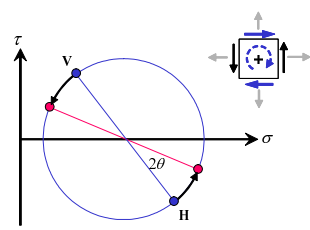


그림 3. 모어원의 전단응력 부호규약

* 정희원, 서울대학교, 건축학과, 박사과정

** 정희원, 서울대학교, 건축학과, 교수

3. Pole(Q) 및 Complementary Pole(Q*)

모어 원 상의 한 점인 Q(그림 4)와 Q*(그림 5)는 임의의 응력상태를 나타내는 두 점(H, V)을 지나는 수평과 수직선의 교차점이다. 여기서 Q(그림 4)는 점 V를 지나는 수평선과 점 H를 지나는 수직선의 교점으로서 Q를 지나는 직선과 만나는 모어원의 점은 그 방향으로 자른 단면의 응력을 나타낸다. 즉, 수직응력(σ)은 Q를 지나는 직선의 직교 방향으로 나타낼 수 있다. 반면, Q*는 점 V를 지나는 수직선과 점 H를 지나는 수평선의 교점으로서 Q와는 원의 중심에 대해 대칭이다. 즉, Q*를 지나는 직선과 만나는 점에서의 응력은 그 직선과 직교면의 응력상태를 나타내므로 수직응력(σ)을 직선방향과 평행하게 나타낼 수 있다.

4. Complementary Pole Method(CPM)를 이용한 C-C-C 절점의 응력 해석

<그림 3>과 같이 스트럿에 작용하는 최대 주응력($\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$)의 크기가 서로 다른 경우 절점의 최대 주응력(σ_2)은 스트럿의 최대 주응력보다 커질 수 있다. 따라서 스트럿의 최대 주응력을 극한강도 값으로 결정할 경우, 절점 응력은 반드시 검토되어야 한다²⁾. 이는 Complementary Pole Method(CPM)로서 가능하다. 우선 일축 응력으로 가정된 각 스트럿의 주응력($\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$ 또는 σ_2)점에서 해당 응력과 평행하게 그은 직선과 각 모어원이 만나는 점(Q_A^*, Q_B^*, Q_C^*)을 형성한다. 이렇게 형성된 각각의 점(Q_A^*, Q_B^*, Q_C^*)에서 또다시 각 스트럿과 절점이 만나는 경계면(BC, CA, AB)과 수직인 방향으로 직선을 그어 각 모어원과 만나는 점(S_A, S_B, S_C)을 형성한다. 여기서 각 경계면과 수직으로 그은 이유는 각 스트럿과 절점 사이의 경계면에 작용하는 응력은 연속이어야 하기 때문이다. 따라서 S_A, S_B, S_C 는 각 경계면에서의 응력을 의미하며, CPM은 경계면의 수직응력의 연속조건을 이용하는 것이라 할 수 있다. 한편, 절점 내부의 응력 또한 각 스트럿의 경계면에서 연속을 이루어야 하므로 세 점(S_A, S_B, S_C)을 이용하여 하나의 원을 형성할 수 있다. 역시 세 점(S_A, S_B, S_C)과 각 경계면의 수직 방향 직선이 만나는 점(Q^*)이 존재하며, 이는 절점내부 응력에서의 Complementary Pole이다. 따라서 이렇게 형성된 원을 통해 절점내부 응력의 크기(σ_2)를 결정할 수 있다.

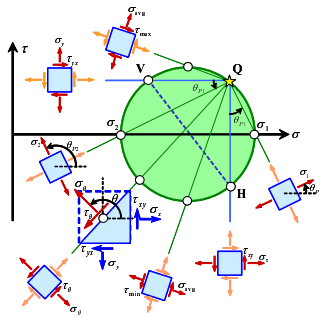


그림 4. Pole(Q)

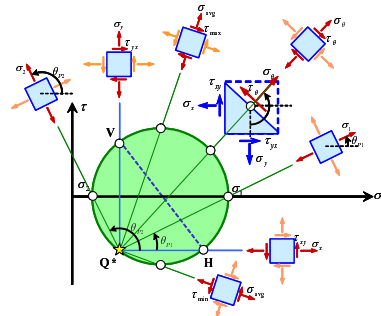


그림 5. Complementary Pole(Q*)

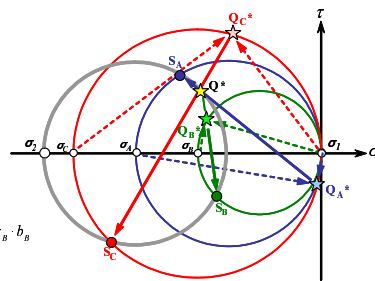
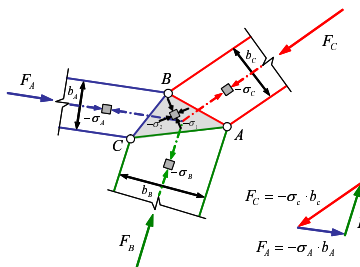


그림 6. CCC 절점의 응력 해석

5. 결론

본 연구에서는 응력 및 변형 해석에 있어 유용한 도구인 Complementary Pole의 사용을 제안하였다. 또한 스트럿-타이 모델에서의 C-C-C 절점 응력을 Complementary Pole Method(CPM)을 이용하여 해석하였다.

참고문헌

1. James M. Gere, Mechanics of Materials, THOMSON, 2006, pp.464-540
2. P. Marti, Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design, ACI-JOURNAL, January-February, 1985, pp.46-56
3. V. Sigrist, M. Alvarez, W. Kaufmann, Shear and Flexure in Structural Concrete Beams, Zurich, June, 1995