

Weighted l_1 -최소화기법을 이용한 Sparse한 채널 추정 기법

*권석범 **하미리 ***심병효

고려대학교

*stream01@korea.ac.kr,

Sparse Channel Estimation using weighted l_1 -minimization

*Kwon, Seok-Beop **Ha, Mi-Ri ***Shim, Byong-Hyo

Korea University

요약

통신 시스템의 성능을 향상시키는 핵심 문제 중에 하나인 채널을 추정하는 문제는 다양한 분야에서 연구되고 있다. 채널의 sparse한 특징으로 인해 기존의 linear square나 minimum mean square error보다 발전된 l_1 -norm minimization 방법 등이 많이 연구되고 있다.

이에 본 논문은 sparse한 채널의 특징과 천천히 변화하는 채널환경 특징을 이용하여 기존의 방법에 비해 더 높은 성능의 채널 추정 기법을 연구한다. 천천히 변화하는 채널환경의 특징으로 인해 이전 채널 정보를 현재 채널 추정에 사용할 수 있고 sparse한 채널의 특징으로 l_1 -norm minimization을 사용할 수 있다. 이러한 두 가지의 정보를 이용하여 weighted l_1 -norm minimization 이용한 support detection후 MMSE를 이용한 채널 추정기법을 연구한다.

1. 서론

채널 추정(channel estimation)은 통신 시스템에서 채널등화기(channel equalization)의 성능을 향상시키는 핵심 문제로써 통신과 신호처리 분야에서 지속적으로 연구되고 있다. 최적화된 채널등화기는 정확한 채널 임펄스 응답을 필요로 하는데, 이는 데이터 전송 전에 pilot symbol을 전송하여 채널을 확인하는 방식으로 구현가능하다. 다양한 채널 종류 중 sparse 채널은 지연이 매우 크고 길이가 긴 채널 중에서 0이 아닌 값(non-zero)의 개수가 상대적으로 매우 적은 채널을 뜻한다[1]. 예를 들어, high-definition television (HDTV)에서 채널은 수백 개의 데이터를 전송하는 동안 변화가 없고 0이 아닌 값은 단지 몇 개뿐인 특성을 갖는다. 이러한 특성의 채널을 가진 통신 시스템에서 기존의 least square(LS) 방식 또는 minimization mean square error (MMSE) 방식의 채널 추정은 채널 값이 0인 인덱스에 0이 아닌 값을 주어 에러율을 높인다.

최근 들어, 채널 특성을 고려한 채널 추정방식이 개발되어져왔고, 대표적인 방법으로 l_0 -norm minimization방법, l_1 -norm minimization 방법 Matching Pursuit 등의 greedy 알고리즘을 있다 [3-5]. l_0 -norm minimization 방법은 가장 정확도가 높지만, 채널의 길이와 0이 아닌 인덱스의 개수에 따라 복잡도가 크게 증가하기 때문에 구현이 불가능하다. 이를 대신하여, l_1 -norm minimization 방식은 l_0 -norm minimization에 비해 정확도는 낮지만, Convex optimization을 이용하여, 복잡도를 낮추었다[4]. 이외 여러 greedy 알고리즘들은 기존의 방법에 비해서 복잡도를 1/3정도로 줄인다는 장점이 있으나, 정확도는 기존의 방법보다 매우 낮은 편이다.

본 논문은 지연시간이 매우 크고 0이 아닌 값의 개수가 적으며 일정 시간에는 변화하지 않고 이후 시간에 따라서 매우 천천히 변화하는

채널에 적합한 채널 추정 알고리즘을 소개한다. 현재 채널 추정은 전 채널의 정보를 이용하며, 전 채널의 정보는 0이 아닌 값의 인덱스 정보이다. 논문의 구성은 채널 모델과 시스템 구성에 대해서 설명 후, 전 채널의 정보로부터 예측된 0이 아닌 값의 인덱스 정보를 이용하여 채널을 추정하는 알고리즘을 제시한다. 다음, 이전에 연구된 알고리즘과 성능을 비교하는 실험 결과를 설명 후 결론을 도출한다.

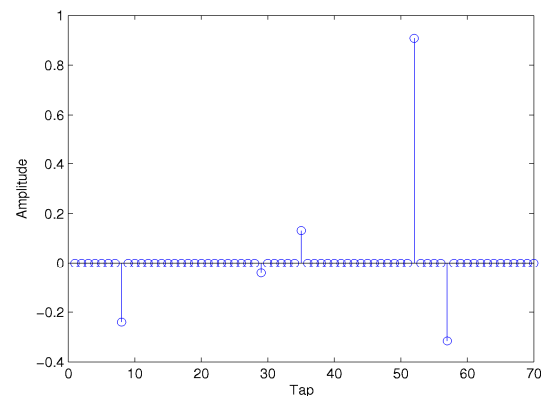


그림 1 sparse signal

2. 채널 구성 및 흐름도

채널 구성은 식 (1)과 같다.

$$y = \Phi x + n \quad (1)$$

식 (1)에서 y 는 관측치, Φ 는 pilot symbol로 구성된 토폴리츠 행

렬, x 채널 임펄스 응답 벡터이다[2].

본 논문에서 제안하는 채널 추정 알고리즘은 그림 (2)와 같이 이전 프레임의 정보를 이용하여 support detection을 한 후, 채널을 추정하는 방법이다.

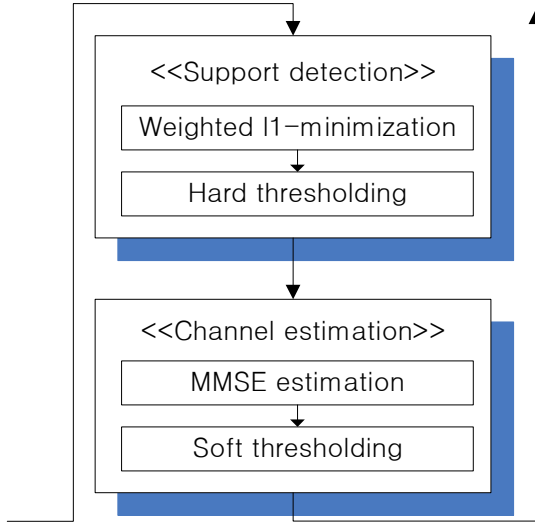


그림 2 Flow chart for channel estimation

3. 채널 추정 방법

LS나 MMSE 채널 추정 기법에 비해, sparse한 채널의 특징으로 l_1 -minimization 방법이 더욱 적합하다. 하지만 support 위치를 알고 있다면, sparse한 위치만을 알아낸 후 LS나 MMSE 기법을 이용하여 채널을 추정할 수 있다.

가. Support detection

이 장에서는 sparse한 위치를 추정하는 방법에 대해 살펴본다. 식 (1)과 같은 채널 모델에서 sparse한 특징을 가진 \hat{x} 를 추정하는 방법으로 l_1 -minimization을 이용할 수 있다.

l_1 -minimization은 식 (2)를 통해 구해진다.

$$\hat{x} = \operatorname{argmin} \|x\|_{l_1} \text{ s.t. } |y - \Phi x| < \epsilon \quad (2)$$

support detection은 l_1 -minimization을 통해 추정된 값(\hat{x})을 이용하여 식 (3)과 같이 특정 값보다 크면 non-zero값을 가지고 특정 값보다 작으면 0 값을 가진다고 볼 수 있다.

$$x_i = \begin{cases} \text{non-zero}, & \text{if } \hat{x} > \text{threshold} \\ \text{zero}, & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

만약, sparse 위치에 대한 사전정보를 가지고 있다면 식 (2)는 그림 (3)과 같이 weighted l_1 -minimization을 이용하여 더욱 정확하게 채널 추정이 가능하다.

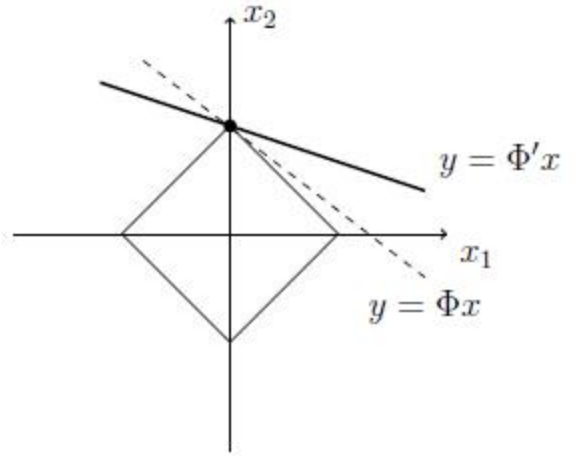


그림 3 Weighted l_1 -minimization

weighted l_1 -minimization은 Φ 에 weight를 곱한 $\Phi' = \Phi W$ 를 이용하는 것으로, 그림 (3)은 x_2 에 non-zero값 일 확률이 높은 정보를 적용시킨 예제이다. W 는 Φ 행의 weights (w_1, w_2, \dots, w_n)값으로 이루어진 diagonal 행렬이다. Weighted l_1 -minimization은 식 (4)와 같다,

$$\hat{x} = \operatorname{argmin} \|x\|_{l_1} \text{ s.t. } |y - \Phi' x| < \epsilon \quad (4)$$

나. 사전정보를 이용한 채널 추정

3-가 에서 찾은 support 위치를 이용하여 새로운 채널 모델에 적용하면 식 (5)과 같다.

$$y = \Phi'' x'' + n \quad (5)$$

Φ'' , x'' 는 support 위치에 해당하는 행렬과 채널이다. 예를 들어 2, 3, 5번째 신호에 채널 값이 존재한다면 식 (5)은 식 (6)과 같다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{15} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{m2} & \phi_{m3} & \phi_{m5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} + n \quad (6)$$

x'' 는 sparse하지 않고 모든 값이 0이 아닌 값을 가지므로 식 (6)은 MMSE를 이용하여 추정할 수 있다.

다. 사전정보 추정

채널이 천천히 변한다는 가정 하에 현재 추정된 채널 정보(x'')를 이용하여 다음 프레임의 채널 사전정보(w_1, w_2, \dots, w_n)를 추정할 수 있다. 현재 프레임을 t 다음 프레임을 $t+1$ 이라고 하면 다음 프레임의 사전정보는 식 (7)과 같다.

$$w_{t+1}(i) = \begin{cases} 0.9, & \text{if } i\text{th of } x_t'' \text{ is non-zero} \\ 0.1, & \text{else} \end{cases} \quad (7)$$

식 (7)은 heuristic한 접근으로써, x'' 의 l 번째 값이 non-zero값을 가지면 0.9의 weight를 가지고 zero값을 가지면 0.1의 weight를 가진다.

4. 시뮬레이션

가. 설정

이 장에서는 채널 추정방법에 있어 LS, MMSE를 이용한 방법, l_1 -minimization, l_1 -minimization을 이용하여 support detection을 한 후 LS를 이용한 방법과 제안한 weighted l_1 -minimization을 이용하여 support detection을 한 후 MMSE를 이용한 방법을 비교하였다. 비교 대상은 추정된 채널의 mean square error (MSE)와 추정된 채널을 이용한 BPSK 부호화 성능을 symbol error rate (SER)이다. 총 10^5 개의 symbols을 이용하였고, 각 채널은 30개중 5개의 non-zero값을 가지며, 5개의 프레임을 5번 반복한 실험의 평균을 사용하였다.

나. 결과

그림 (3)은 채널 추정된 값의 MSE값을, 그림 (4)은 추정된 채널을 이용한 SER이다.

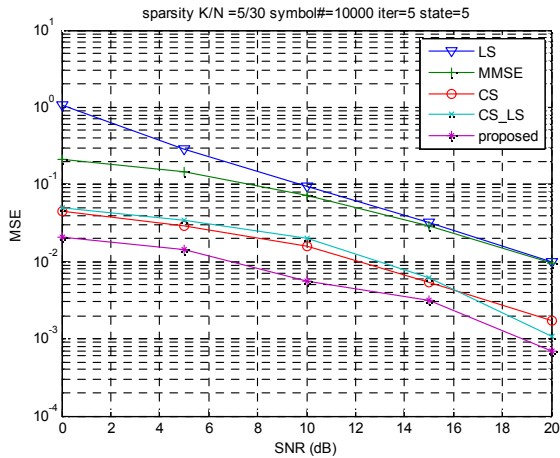


그림 4 MSE of channel estimation

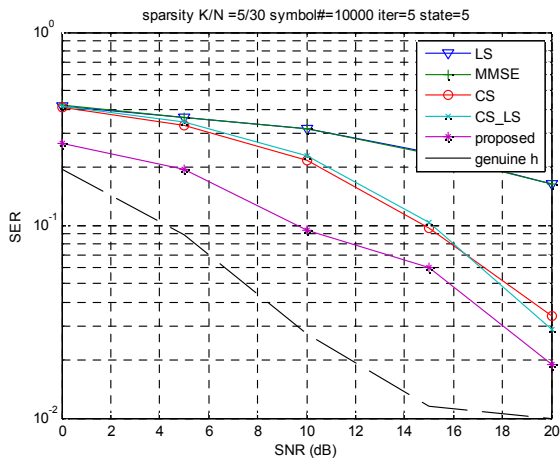


그림 5 SER of BPSK

실험결과 LS와 MMSE가 비슷한 성능을 나타내었고, l_1 -minimization을 이용한 채널 추정기법과 l_1 -minimization을 이용하여 support detection을 한 후 LS를 이용하여 채널을 추정한 기법이 비슷한 성능을 나타내었다. 제안된 이전 프레임 정보를 이용한 weighted l_1 -minimization을 이용하여 support detection을 한 후 MMSE를 이용하여 채널을 추정한 기법이 가장 좋은 성능을 나타내었다.

Sparse한 채널의 특징으로 인해 LS나 MMSE보다는 l_1 -minimization을 이용한 기법들이 더 좋은 성능을 나타낸 것으로 분석된다. 천천히 변하는 채널 환경 하에서는 l_1 -minimization기법에 이전 프레임 정보가 추가된 것이 가장 좋은 성능이 나오는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문은 이전 프레임 정보를 이용한 weighted l_1 -minimization을 이용하여 support detection후, MMSE를 이용한 채널 추정기법을 제안하고 다른 채널 추정기법들과 비교 실험을 수행하였다. 실험결과 제안된 방법이 가장 좋은 성능을 나타냄을 알 수 있었다. 이는 이전 프레임의 정보가 성능을 높이는데 기여를 했음을 알 수 있었고, sparse한 채널의 특징이 l_1 -minimization에 적합하기 때문에 이전 프레임 정보와 l_1 -minimization을 조합하여 weighted l_1 -minimization 기법이 높은 성능을 나타냄을 알 수 있다.

감사의 글

이 연구에 참여한 연구자의 일부는 '2단계 BK21사업' 지원비를 받았음

참고문헌

- [1] S. F. Cotter and B. D. Rao "Sparse channel estimation via Matching Pursuit with Application to Equalization," *IEEE Trans. Communications*, vol. 50, no. 3, pp. 374 - 377, Mar. 2002.
- [2] J. Haupt, W. U. Bajwa, G. Raz and R. Nowak, "Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation," submitted to *IEEE Trans. Inform. Theory*, Sep. 2008; revised Mar. 2010.
- [3] S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex optimization", *Cambridge university press*, 2004.
- [4] E. Candes and T. Tao, "The Dantzig Selector: statistical estimation when p is much larger than n ," *Annals of Statistics*, Vol.3, No. 6, pp. 2313 - 2351, 2005.
- [5] G. Gui, Q. Wan, W. Peng, and F. Adachi, "Sparse multipath Channel Estimation Using Compressive Sampling Matching Pursuit Algorithm," submitted to *IEEE APWCS*, 2010.