

# TAS/MRC 시스템에서의 적응변조기법

\*김찬홍 \*\*정성규 \*\*\*이정우

서울대학교 전기.컴퓨터공학부, 뉴미디어통신공동연구소

\*[chkim@wspl.snu.ac.kr](mailto:chkim@wspl.snu.ac.kr) \*\*[csungq@wspl.snu.ac.kr](mailto:csungq@wspl.snu.ac.kr) \*\*\*[junglee@snu.ac.kr](mailto:junglee@snu.ac.kr)

## Adaptive Modulation for a TAS/MRC System

\*Kim, Chan-Hong \*\*Jung, Sung-Kyu \*\*\*Lee, Jung-Woo

School of EECS, Seoul National University, INMC

### 요약

오늘날 무선통신시스템은 제한된 주파수 자원을 효율적으로 사용하기 위한 다양한 기술이 적용되어 있다. 적응변조기법은 현재 채널 상황에 적응하여 적절한 변조방식을 선택하는 방법으로 통신시스템의 수율(throughput)을 높일 수 있어 대부분의 무선통신 시스템에서 사용되고 있다. 변조 선택의 기준으로는 보통 현 채널의 신호대간섭비(SNR)가 사용되며, 채널의 통계적 특성을 이용하면 변조 선택을 위한 SNR 경계 결정을 최적화시킬 수 있다. 본 논문에서는 송신단에서 안테나 선택을 하고 (transmit antenna selection) 수신단에서 MRC(maximal-ratio combining)를 사용하는 TAS/MRC 시스템에서 적응변조기법을 적용했을 때, 변조 선택을 위한 SNR 경계 결정법을 살펴보고 그 성능을 분석한다.

### 1. 서론

현재의 무선통신시스템에는 제한된 주파수 자원을 효율적으로 사용하기 위해 다양한 무선자원관리 기술이 적용되어 있다. 링크적응기법(link adaptation techniques)은 시간에 따라 변화하는 채널 조건에 맞추어 변조 레벨(modulation level), 코드율(code rate), 송신 전력(transmit power) 등 송신 파라미터를 능동적으로 조절하여 시스템의 수율(throughput)을 높일 수 있다.

적응변조기법(adaptive modulation techniques)은 링크적응기법의 하나로 현 채널의 신호대간섭비(SNR, signal to noise power ratio)에 따라 변조방식을 결정하는 방법이다. 적응변조의 목적은 주어진 목표(target) 에러율(bit error rate, BER) 제한을 만족하면서 평균 주파수 효율(average spectral efficiency, ASE)을 최대화하는 것이다. 이를 위해서는 변조방식을 선택하는 SNR 경계(thresholds)를 무선채널의 통계적 특성을 이용하여 최적화시켜야 한다.

현재까지의 연구는 ZF(zero-forcing) 수신기를 사용하는 공간다중화(spatial multiplexing) 시스템이나 직교공간부호(orthogonal space-time block codes)를 사용하는 다이버시티 시스템에서 적응변조를 적용하고 분석한 것이 많았다 [1]-[3]. 본 논문에서는 송신단에서 안테나 선택을 하고 수신단에서 maximal-ratio combining(MRC)을 하는 TAS(transmit antenna selection)/MRC 시스템에서 적응변조를 위한 SNR thresholds 결정 방법을 살펴보고 그 성능을 분석한다. 그 방법은 [1]-[3]에서 사용된 방법과 동일하다.

논문의 구성은 다음과 같다. 본문에서는 우선 시스템 모델을 소개하고 post-processing SNR의 pdf를 유도하고 이를 이용하여 ASE와 평균 BER을 유도한다. 이후 적응변조를 위한 SNR threshold의 최적화를 위해 라그랑지 승수법을 이용하여 threshold들의 관계식을 유도하고 수치적 방법(numerical method)을 이용해 threshold를 최적화

한다. 끝으로 시뮬레이션을 통하여 threshold 변경에 따른 이득을 살펴보고 결론을 맺는다.

### 2. 본론

#### 가. 시스템 모델

본 논문에서는 송신안테나 수가  $M$ , 수신안테나 수가  $N$ 이며 송신 안테나 중 1개만 선택을 하는 TAS/MRC 시스템을 고려한다.  $\mathbf{H}$ 를  $N \times M$  채널 행렬이라 하고 각 성분  $h_{ij}$ 는  $CN(0,1)$ 을 따르는 i.i.d. 복소 가우시안 확률 변수라 하자. 수신단에서는 아래 식과 같이 수신신호 전력의 합을 최대화하는 송신안테나 인덱스  $J$ 를 결정한 후 이를 송신단으로 피드백하는데, 이는 maximal-ratio combiner의 출력 SNR  $P_J$ 를 최대화하는 것과 동일하다.

$$J = \arg \max_{1 \leq j \leq M} \left\{ P_j = \sum_{i=1}^N |h_{ij}|^2 \right\}. \quad (1)$$

안테나 선택이 된 이후의 송신신호  $s$ 와 수신신호벡터  $\mathbf{y}$ 의 관계식은

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_J s + \mathbf{n} \quad (2)$$

이며, 여기서  $\mathbf{h}_J$ 는  $\mathbf{H}$ 의  $J$ 번째 열벡터이고,  $\mathbf{n}$ 은  $CN(0, N\mathbf{I}_N)$ 을 따르는  $N \times 1$  복소 AWGN 벡터이며,  $E[|s|^2] = E_s$ 이다. MRC를 거친 후의 신호  $z$ 는

$$z = s + \frac{\mathbf{h}_J^H \mathbf{n}}{\mathbf{h}_J^H \mathbf{h}_J} \quad (3)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서  $(\cdot)^H$ 는 transpose conjugate를 의미한다. 수신단에서는  $z$ 를 이용하여 복조할 수 있다.

## 나. TAS/MRC 시스템의 SNR과 그 통계적 분포

SISO (single input single output) 링크 기준 평균 SNR을  $\rho$ 라고 하면,  $\rho = E_s/N_0$ 이다.  $j$ 번째 송신안테나에 해당하는 MRC 이후의 수신 SNR, 즉 post-processing SNR을  $\gamma_j$ 라 하면,  $\gamma_j = \rho P_j$ 이다.  $P_j$ 는 자유도 (degrees of freedom)가  $2N$ 이고 자유도당 분산이  $1/2$ 인 i.i.d. chi-squared 확률 변수이므로,  $\gamma_j$ 의 확률밀도함수 (probability density function, pdf)는 [4]

$$f_{\gamma_j}(x) = \frac{1}{\rho \Gamma(N)} \left( \frac{x}{\rho} \right)^{N-1} e^{-\frac{x}{\rho}}, \quad (x \geq 0) \quad (4)$$

이고, 누적분포함수 (cumulative distribution function, cdf)는

$$F_{\gamma_j}(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\rho}} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{x}{\rho} \right)^n, \quad (x \geq 0) \quad (5)$$

로 주어진다.  $J$ 번째 post-processing SNR  $\gamma_j$ 는  $M$ 개의  $\gamma_j$ 중에서 가장 높은 SNR에 해당하므로 order statistics에 의해 그 pdf는 아래 식과 같이 유도된다 [5].

$$f_{\gamma_j}(x) = M \{F_{\gamma_j}(x)\}^{M-1} f_{\gamma_j}(x). \quad (6)$$

## 다. 적응변조를 위한 SNR thresholds 결정

본 논문에서는 실제 통신 시스템에서와 같이 변조 방식이  $\mathbf{M} = \{M_0, M_1, \dots, M_L\}$ 로 한정된 시스템을 고려한다. ( $M_0$ 는 송신을 하지 않음을 의미하며,  $M_l = 2^l$ 인 QAM 변조방식을 가정한다. 예를 들어  $M_1 = 2$ 이며, BPSK를 뜻한다.) SNR 영역은  $(L+1)$ 개로 분할되어 만약  $\theta_l \leq \gamma_j < \theta_{l+1}$ 이며,  $l$ 번째 변조방식을 선택한다. ( $\theta_0 = 0$ ,  $\theta_{L+1} = \infty$ )

### a. Instantaneous BER constraint (I-BER 방식)

SNR threshold  $\theta_l$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ )을 결정짓는 간단한 방법은 순간적인 BER이 항상 target BER  $\delta_0$ 보다 낮도록 선택하는 것이다. 이는 AWGN 채널에서의 각 변조 방식의 BER 식을 이용할 수 있다. [6]에서와 같이 Q-function으로 이루어진 정확한 식을 이용할 수도 있으나 수치적 방법이 요구된다. 혹은 다음과 같이 BER이 0.01이하인 영역에서 tight한 bound를 이용할 수도 있다 [3].

$$P_b(\gamma, M_l) = a_l e^{-b_l \gamma}, \quad (7)$$

여기서  $\gamma$ 는 instantaneous SNR이고,  $a_l$ 과  $b_l$ 은 변조방식에 따라 결정되는 상수이다. 지수함수는 역함수가 존재하므로 이 경우에는  $\delta_0$ 에 대응하는 SNR 값을 쉽게 계산할 수 있다.

I-BER 방식은 SNR의 통계적 분포를 고려하지 않으므로 시스템의 평균 SNR이 변화하더라도 고정된 경계값을 가지게 되므로 계산 과정이 간단하고 경계값을 저장해둘 메모리 용량이 적다는 장점이 있다. 그러나 이 방법은 매 심벌타임의 순간 BER이  $\delta_0$ 를 넘지 않도록 하므로 실제 평균 BER은  $\delta_0$ 보다 상당히 낮게 되어 최적화된 방식은 아니다.

### b. Average BER constraint (A-BER 방식)

평균 BER을  $\delta_0$ 에 근접하게 하면서 ASE를 더 높일 수 있도록

SNR threshold를 최적화하는 문제는 라그랑지 승수법으로 풀 수 있다. ASE를  $\mathbf{SE}$ 로 두고 이를 수식으로 나타내면,

$$\mathbf{SE} = \sum_{l=1}^L l \int_{\theta_l}^{\theta_{l+1}} f_{\gamma_j}(x) dx, \quad (8)$$

이고, 평균 에러 비트 수 (number of average error bits),  $\mathbf{NEB}$ 를 수식으로 나타내면,

$$\mathbf{NEB} = \sum_{l=1}^L l \int_{\theta_l}^{\theta_{l+1}} P_b(\gamma, M_l) f_{\gamma_j}(x) dx, \quad (9)$$

이며, 평균 BER은  $\mathbf{NEB}/\mathbf{SE}$ 로 나타낼 수 있다. 이제  $\mathbf{NEB} \leq \delta_0 \mathbf{SE}$ 인 제약 조건에서  $\mathbf{SE}$ 를 최대화하는  $\theta_l$ 을 찾으면 되므로 이를 라그랑지안으로 표현하면

$$L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L, \lambda) = \mathbf{SE} + \lambda(\mathbf{NEB} - \delta_0 \mathbf{SE}) \quad (10)$$

과 같다. 이제 식 (10)을  $\theta_l$ 로 미분하여 정리하면 아래와 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\lambda = \frac{-1}{(l-1)P_b(\theta_l, M_{l-1}) - lP_b(\theta_l, M_l) + \delta_0}, \quad (l = 1, 2, \dots, L) \quad (11)$$

여기서  $\theta_l$ 들을 얻기 위해서는 식이 하나 부족한 것을 알 수 있다. 그러나 만약  $\theta_1$ 이 주어지면 식 (11)에 의해 나머지  $\theta_l$ 들은 유일하게 결정되므로 이를 이용해 수치적 방법을 동원하여 최적화된 threshold들을 결정할 수 있다 [1], [3].

[2]에서는 평균 BER 제한 조건에서도 sub-optimal 방법을 제안하고 있는데, 전체 SNR 영역에서의 평균 BER 대신 각 변조방식에 대응하는 SNR 영역별로 평균 BER이  $\delta_0$ 를 넘지 않으면서 ASE를 높일 수 있도록  $\theta_l$ 을 찾는 것이다. 우선  $l$ 번째 SNR 영역의 평균 송신 비트 수 (number of average transmit bits)  $\mathbf{NTB}(l)$ 를 수식으로 나타내면,

$$\mathbf{NTB}(l) = l \int_{\theta_l}^{\theta_{l+1}} f_{\gamma_j}(x) dx \quad (12)$$

이고,  $l$ 번째 SNR 영역의 평균 에러 비트 수  $\mathbf{NEB}(l)$ 를 수식으로 나타내면,

$$\mathbf{NEB}(l) = l \int_{\theta_l}^{\theta_{l+1}} P_b(\gamma, M_l) f_{\gamma_j}(x) dx \quad (13)$$

이고,  $l$ 번째 SNR 영역의 평균 BER은  $\mathbf{NEB}(l)/\mathbf{NTB}(l)$ 로 나타낼 수 있다. 이제 가장 높은 변조방식, 즉  $L$ 번째의 threshold  $\theta_L$ 부터  $\theta_1$ 까지 역순으로 제약 조건

$$\mathbf{BER}(l) = \frac{\mathbf{NEB}(l)}{\mathbf{NTB}(l)} = \delta_0 \quad (14)$$

을 만족시키는  $\theta_l$ 을 Newton method와 같은 수치적 방법으로 순차적으로 찾을 수 있다. 만약  $\theta_l$ 의 해가 존재하지 않으면 해당 변조방식을 사용하지 않고 적분 영역을  $\theta_{l-1}$ 부터  $\theta_{l+1}$ 까지 변경하여 그 다음 해를 찾아나갈 수 있다.

A-BER 방식을 통하여 얻어지는 SNR threshold들은 식 (6)의 SNR의 분포를 결정짓는 요소들,  $M$ ,  $N$ ,  $\rho$ 의 변화에 따라 달라진다. I-BER 방식 보다 계산 과정은 복잡하지만 통계적 특성을 미리 알고

있다면 off-line으로 계산해둘 수 있으므로 threshold 저장 공간만 늘어날 뿐 실제 복잡도는 크게 증가하지 않는다.

### 라. 시뮬레이션 결과

$M=2$ ,  $N=2$ 인 간단한 TAS/MRC 시스템을 고려하였다. 변조 방식은 BPSK, QPSK, 16-QAM, 64-QAM으로 제한하였고,  $\delta_0 = 0.001$ 로 두었다. 시뮬레이션은  $10^5$ 개의 채널을 생성하여 수행하였다. I-BER 방식 및 A-BER 방식의 ASE 성능과 평균 BER 성능을 각각 그림 1과 2에 나타내었다. I-BER 방식의 경우 Q-function으로 구성되는 정확한 AWGN BER을 이용한 결과와 [3]에서 식 (7)을 이용한 결과를 각각 나타내었다. 반면, A-BER 방식의 경우 평균 SNR이 높은 영역에서 optimal threshold를 수치적 방법으로도 구할 수 없을 때에는 [2]에서 제안한 방식을 사용하여 threshold를 구하였다. 그림에서 알 수 있듯이 I-BER 방식의 경우 식 (7)과 같이 지수 함수로 근사하더라도 정확한 BER 식을 사용한 경우와 비교하여 성능 면에서 큰 차이가 없음을 확인할 수 있다. 또한 A-BER 방식은 threshold가 항상 고정된 I-BER 방식에 비해 평균 SNR에 따라 적응적으로 threshold를 변경시킬 수 있어 target BER인 0.001에 평균 BER을 근접시키는 대신 ASE를 좀 더 높일 수 있음을 알 수 있다. 동일한 주파수 효율에서는 A-BER 방식이 I-BER 방식에 비해 SNR 이득이 1-2dB 발생함도 확인할 수 있다.

### 3. 결론

본 논문에서는 TAS/MRC 시스템에서 적응변조를 위한 SNR thresholds 결정법을 살펴보고 그 성능을 비교하였다. 그 결과 A-BER 방식이 I-BER보다 SNR 이득이 1-2dB 발생함을 확인하였다.

### 4. 참고문헌

- [1] Y. Ko and C. Tepedelenlioglu, "Orthogonal space-time block coded rate-adaptive modulation with outdated feedback," *IEEE Trans. Wireless Commun.* vol. 5, no. 2, pp.290-295, Feb. 2006.
- [2] A. Müller and J. Speidel, "Adaptive modulation for MIMO spatial multiplexing systems with zero-forcing receivers in semi-correlated Rayleigh fading channels", *IWCMC*, July 2006.
- [3] J. Huang and S. Signell, "On performance of adaptive modulation in MIMO systems using orthogonal space-time block codes", *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, vol. 58, no. 8, pp. 4238-4247, Oct. 2009.
- [4] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 4th ed., McGraw-Hill, 2000.
- [5] H. A. David and H. N. Nagaraja, *Order Statistics*, 3rd ed., Wiley, 2003.
- [6] M. P. Fitz and J. P. Seymour, "On the bit error probability of QAM modulation", *International Journal of Wireless Information Networks*, vol. 1, no. 2, pp. 131-139, 1994.

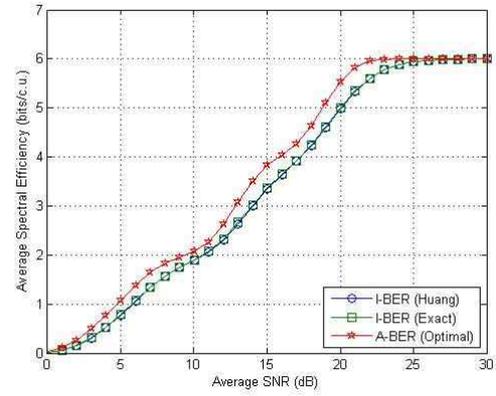


그림 1. I-BER 방식과 A-BER 방식의 ASE 성능 비교

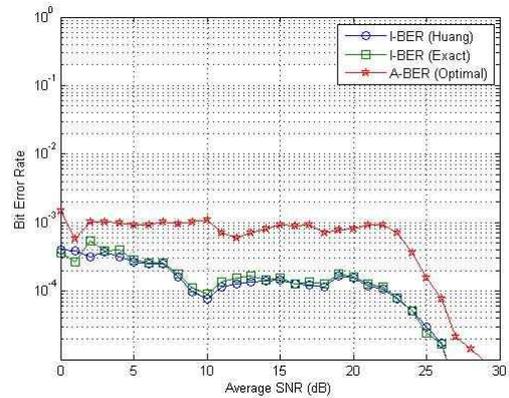


그림 2. I-BER 방식과 A-BER 방식의 BER 성능 비교