

# Rijke 튜브의 열음향학적 불안정 현상의 시스템 식별을 위한 실험 및 데이터 분석

나선화\* · 고상호\*<sup>†</sup> · 구자예\*

## Experiment and data analysis for system identification of thermoacoustic instability in a Rijke tube

Seonhwa Na\* · Sangho Ko\*<sup>†</sup> · Jaye Koo\*

### ABSTRACT

For the purpose of developing a modeling technique for reduced-order dynamics of thermoacoustic instability, we constructed an electrically heated Rijke tube and measured the pressure oscillation inside the tube. Analysing the measured pressure data showed that the instability generated three major oscillation modes, among which the first mode frequency quite well matches the result from a rough acoustic analysis. As a continuing research, a data-based modeling technique for the thermoacoustic instability will be developed in the near future.

### 초 록

열음향학적 불안정성의 동역학적 저차 모델링 기법 개발을 위해 전기적으로 가열되는 Rijke 튜브 실험 장치를 구성하고, 불안정성으로 인해 발생하는 튜브 내의 압력 진동을 측정하였다. 측정된 데이터로부터 압력 신호의 주파수 스펙트럼을 분석한 결과 3개의 주요한 진동모드를 관측할 수 있었으며 특히 첫 번째 모드 주파수는 단순한 열음향학적 해석 결과와도 거의 일치하는 것을 확인하였다. 이러한 실험 자료와 데이터 분석을 바탕으로 추후 열음향학적 불안정현상의 저차 모델링을 수행할 예정이다.

Key Words: Thermoacoustic instability(열음향 불안정), System identification(시스템 식별), Spectrum (스펙트럼)

### 1. 서 론

Rijke 튜브는 fig.1에 도시한 바와 같이 관내 임의의 위치에 열원부를 설치하고, 열원부에 전기적으로 열을 가하는 실험 장치로, Rijke 튜브 내에서 열음향 불안정 현상은 튜브 내 압력과 열방출의 상호작용에 의하여 나타나는 비선형적

\* 한국항공대학교 항공 우주 및 기계공학과

<sup>†</sup> 교신저자, E-mail: sanghoko@kau.ac.kr

진동 현상이다.

가스터빈이나 로켓 등에서 발생하는 연소 불안정은 열음향 불안정 현상의 대표적 현상이며, 이러한 열음향 불안정 현상을 줄이기 위해 최근에는 연소기의 구조적인 변화 없이 연소기 내부의 압력이나 열방출률 등을 측정하는 센서와 스피커와 같은 작동기를 이용하는 능동적 제어기법에 대한 연구들이 수행되고 있다[1-3].

이러한 목적을 위해서는 불안정 현상에 대한 동역학적 모델링이 요구되며, 대부분의 실제 열적 시스템(thermal system)에서 발생하는 열음향학적 불안정성은 복잡하고, 그 시스템에서 일어나는 현상을 이해하기 어려워 구조적으로 단순화된 기초 실험 장비로 Rijke 튜브를 많이 사용하고 있다[4-9]. 본 연구에서는 이러한 모델링을 위하여 Rijke 튜브 실험 장치를 구성하고 데이터를 분석하였다.

Bittanti et al.[4]에서 모델링된 모델은 실험 데이터인 184Hz, 368Hz와 거의 비슷한 주파수와 930Hz 정도의 주파수가 나타났다. Matveev and Culick[5-7]과 Matveev[8]는 실험 데이터인 180Hz, 360Hz, 350-370Hz의 주파수 스펙트럼을 이용하여 열음향 불안정 특성곡선을 제시하고, 시스템의 선형·비선형에 대한 음향분석을 수행하였다. 국내에서 Song[9]은 Matveev and Culick의 연구를 바탕으로 열원부의 사각 프레임으로 인한 와홀림이 불안정성에 미치는 영향을 비교하기 위해 사각 프레임 없이 실험을 수행하였고, 그 결과 두 개의 주요 진동모드(168Hz, 336Hz)를 관찰하고 분석하였다.

본 논문의 대략적 전개는 다음과 같다. 다음 2장에서는 실험에 대한 간략한 기초 이론과 실험 장치 및 실험 결과를 소개/분석하고 3장에서는 향후 계획에 대하여 기술한다.

## 2. 기초 이론 및 실험

### 2.1 기초 이론[10]

연소 시스템의 수학적 모델링에 필요한 기초 방정식은 유동 및 연소 현상의 보존 법칙을 적

용한 연속방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식과 상태방정식을 이용하며, 일련의 과정을 통해 다음의 선형화된 비제차 파동방정식(linearized inhomogeneous wave equation)을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p' = (\gamma - 1) \frac{\partial q'}{\partial t} \quad (1)$$

여기에서  $c$ 는 음속,  $q'$ 는 열방출의 변동성분이다.

압력섭동  $p'$ 는 급수형태로 다음과 같다.

$$p'(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \eta_m(t) \psi_m(x) \quad (2)$$

여기에서  $\eta_m$ 과  $\psi_m$ 은 각각  $m$ 번째 모드의 크기와 모드 형상이다. 식 (1)의 오른쪽 가진 항을 무시하고 식 (1)과 식 (2)를 통해서 얻은 직교 모드 형상은 다음과 같이 표현된다.

$$\psi_m(x) = \sin(k_m x) \quad (3)$$

여기에서  $k_m = \omega_m/c$ 는  $m$ 번째 모드의 파동수(wave number)이고,  $\omega_m = \pi m c/L$ 는  $m$ 번째 모드의 고유주파수이다. 첫 번째 모드의 파동수와 주파수는 다음과 같이 표현된다.

$$k_1 = \frac{\omega_1}{c} = \frac{\pi}{L} \quad (4)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{L} \bar{c} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\gamma R \bar{T}} \quad (5)$$

여기에서  $\gamma$ 는 비열비,  $R$ 은 기체상수,  $\bar{c}$ 는 평균 음속,  $\bar{T}$ 는 평균온도이다. 이 식을 통하여 첫 번째 음향학적 진동 주파수를 예측할 수 있다. 식 (5)로 예측된 주파수는 실험을 통해 얻어진 결과 데이터와 비교·분석할 수 있다.

### 2.2 실험 장치 구성

Figure 1은 Rijke 튜브 실험을 수행하기 위한 실험 장치로, 실험장치의 구성은 Rijke 튜브, 열원을 공급하는 부분, 압력 및 온도 측정 부분으로 나눌 수 있다. 수직으로 놓인 Rijke 튜브는 50mm×50mm×1000mm 크기로 두께 2mm인 알루미늄 사각관이다. 열원부는 이와 비슷한 실험을 수행한 Matveev and Culick[5-7]의 논문을 참고하여 니크롬선과 같이 열선으로 사용되고 있는 철크롬 재료의 16mesh 규격으로 짜여진 격

자망을 두겹으로 덧대어 사용하였다. 열원부의 전원 공급은 최대 8V, 100A를 공급할 수 있는 교류 전원공급장치(XTR 8-100)를 사용하였다. 열원부는 Rijke 튜브 내에서 오랜 시간동안 높은 온도를 견뎌야 하기 때문에, 전원을 공급하는 부분에 세라믹 재료(Alumina)를 이용하여 열 공급 부분을 지탱할 수 있는 사각 프레임(45mm×45mm×5mm)을 제작하였으며, 철크롬 격자망 끝에 구리 막대를 두어 전류의 흐름을 일정하게 공급할 수 있도록 연결하였다. 튜브 내 열원부가 움직이지 않도록 사각 프레임 외부에 4개의 구멍을 가공하여 볼트로 고정하였다. 이 열원부를 fig. 2에 나타내었으며, 압력의 크기가 가장 크게 나타나는 부분인 관 아래에서부터 1/4이 되는 위치에 장착하였다. Fig. 3에는 실제 실험 장치를 나타내었다.

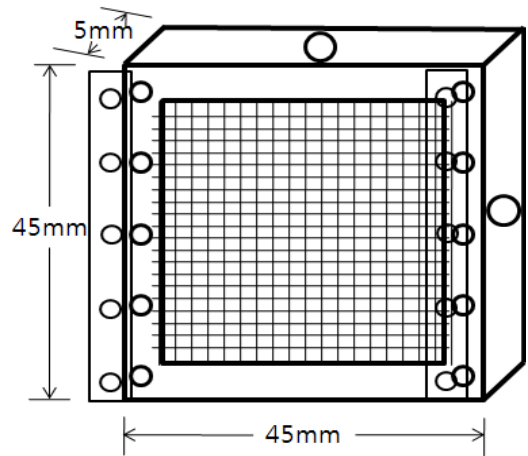


Fig. 2 Heating mesh and ceramic frame

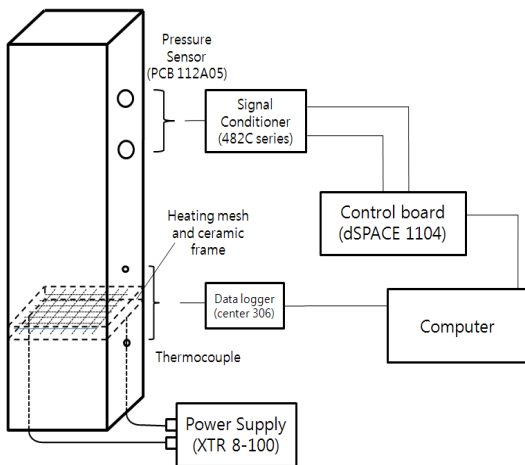


Fig. 1 Schematic of Rijke tube experiment

튜브 내의 열유향 불안정성의 음향학적 특성을 파악하기 위해 압력과 온도를 측정하였다. 본 실험에서는 고온, 고압 환경에서 사용가능한 압력센서(PCB model 112A05)와 신호증폭기(sensor signal conditioner model 482C series)를 이용하여 튜브 내 압력을 측정하였다. 이 압력센서는 튜브의 아래 끝부분으로부터 675mm와 825mm 만큼 떨어진 위치에 장착하여 이 신호를 matlab 기반으로 실시간 데이터를 저장할 수 있는

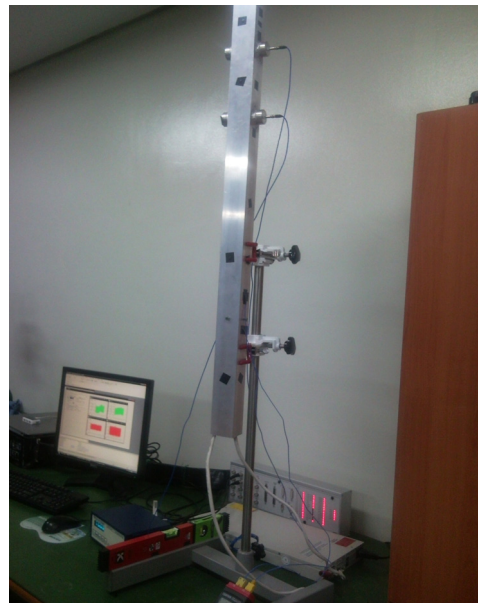


Fig. 3 Experimental apparatus

dSPACE 1104를 통해 PC에 데이터를 획득하였다. 온도 데이터는 열전대를 229mm와 300mm의 위치에 설치하여 실시간으로 저장할 수 있는 데이터 로거(Center 603 Data logger)를 통하여 PC로 획득하였다.

### 23 데이터 분석

데이터의 샘플링 비율(sampling rate)은 2000Hz로 30초씩 60000개의 데이터를 반복하여 획득하

였고, 이 데이터를 200번 평균한 값을 matlab의 FFT로 후처리하였다. 압력 데이터는 675mm와 825mm에서 측정하였지만, 675mm에서의 데이터와 825mm의 데이터를 비교하였을 때 압력의 크기에서 약간의 차이가 있을 뿐 주파수 스펙트럼이 비슷하여 본 논문에서는 825mm의 결과만을 나타내었다. Fig. 4는 약 247W의 전원을 공급하였을 때 불안정한 상태의 압력 데이터로, 이 데이터를 후처리 한 결과를 fig. 5와 fig. 6에 나타내었다. 압력 센서의 A/C 전원 때문에 나타나는 약 60Hz의 주파수를 없애기 위하여 고주파수 통과 필터인 FIR 필터를 사용하였고, 약960Hz의 주파수 스펙트럼이 나타나는 원인은 알 수 없어 필터링을 하지 않았다.

본 실험에서는 175Hz, 347.3Hz 및 966.7Hz의 3개의 주파수 스펙트럼과 그 크기가 -107.3dB, -143.1dB, -132.1dB임을 관찰하였다. 두 번째 모드는 첫 번째 모드의 약 2배의 값으로, Bittanti et al.[4]의 실험결과인 184Hz, 368Hz, 542Hz와 Song[9]의 실험결과인 168Hz, 336Hz와 Matveev [8]의 실험결과인 180Hz, 350-370Hz와 유사한 경향을 보였다. 특히, Bittanti et al.[4]에 식별된 모델 시스템은 첫 번째, 두 번째 모드 뿐 아니라 본 연구 결과에서 나타난 약 950Hz 정도의 고주파수와 유사한 세 번째 모드도 나타났고, 이는 추후 비교/연구할 필요가 있다.

양쪽 끝이 열려있는 관에서의 파장은 관 길이의 2배이고, 식 (5)를 통해서 예측된 공명주파수는 174.48Hz로, 이 주파수를 갖는 정상파가 발생됨을 알 수 있으며, 본 실험 데이터의 첫 번째 모드와 약 0.3%의 오차로 매우 유사하다.

Bittanti et al.[4], Matveev and Culick[5-7]에서 얻어진 주파수 데이터는 1, 2, 3차의 짝수배, 홀수배 주파수가 함께 나타남으로써 Ko et al.[11]에서 사용한 기함수로 인해 나타나는 홀수배 주파수만으로 추정된 단순한 비선형성보다는 복잡한 비선형성을 가질 것으로 판단된다.

### 3. 향후 연구 계획

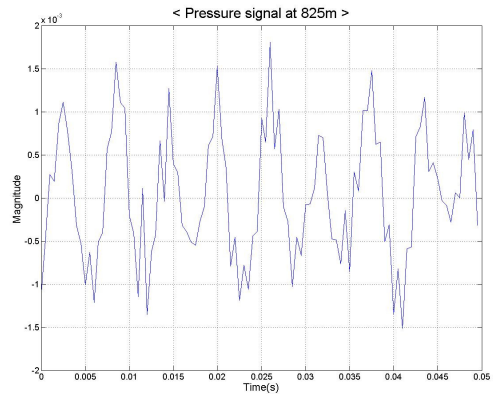


Fig. 4 Pressure signal(247W)

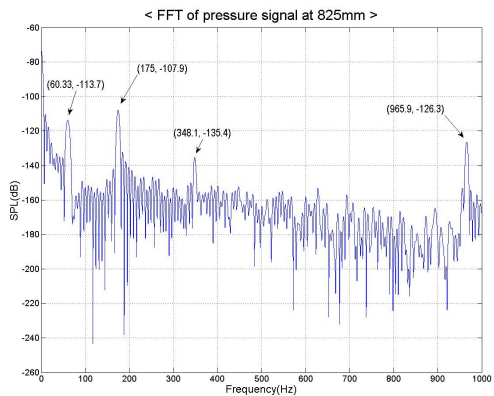


Fig. 5 FFT of pressure signal(without filtering, 247W)

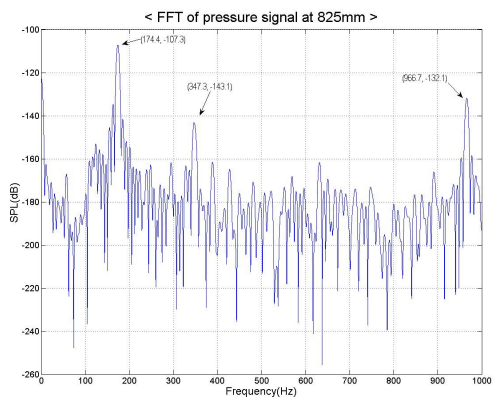


Fig. 6 FFT of pressure signal(with filtering, 247W)

향후 본 연구의 실험 데이터를 이용하여 비선형성을 추정하는 연구로서 압력 데이터만을 이용하여 시스템을 식별할 수 있는 블라인드 식별(blind identification) 기법을 적용할 예정이다. 이 블라인드 식별 기법은 Wang et al.[12]에서 Hammerstein 시스템에 적용하여 시간 영역에서의 입력과 비선형성을 추정하는데 사용되었고, 이를 바탕으로 주파수 영역에서 블라인드 식별을 사용한 Ko et al.[11]를 적용하며, 스피커 등으로 충분히 가진 시킨 시스템을 통하여 다양한 주파수를 얻은 데이터를 이용하여 블라인드 식별 기법에 적용할 것이다.

#### 참 고 문 헌

1. F. E .C. Culick, Vigor Yang, Liquid Rocket Engine Combustion Instability, pp.3-37, 1995
2. 권영필, 이주원, 임정빈, 이동훈, "표면 연소기의 연소 진동음에 관한 연구", 공기조화 냉동공학회, 동계학술대회, pp.329-334, 1996
3. 홍정구, 이민철, 신현동, "열-음향에 의한 난류회박 예혼합연소의 불안정성에 관한 실험적 연구", 대한기계학회, 제16호, pp.1166-1171, 2004
4. Sergio Bittanti, Antonio De Marco, Guido Poncia, Walter Prandoni "Identification of a model for thermoacoustic instabilities in a Rijke tube", IEEE Control System Technology, vol.10, no.4, pp.490-502, 2002
5. K. I. Matveev, F. E .C. Culick, "A study of the transition to instability in a Rijke tube with axial temperature gradient", Journal of Sound and Vibration, vol.264, pp.689-706, 2002
6. Konstantin Matveev, F. E. C. Culick, "Non-linear modeling of heat transfer functions in thermoacoustic systems", 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA paper no.2003-0165, 2003
7. K. I. Matveev, F. E. C. Culick, "Limit-cycle properties of a Rijke tube", Technical acoustics, vol.12, pp.1-13, 2003
8. Konstantin Matveev, "Thermoacoustic instabilities in the Rijke tube: experiments and modeling", Caltech Ph.D Thesis, 2003
9. Woo-Seog Song, "Rijke tube 내 열음향 불안정성에 관한 실험적 연구 및 수치적 예측 기법", 인하대 박사논문, 2009
10. F. E.. C. Culick, A Short Course of Lectures on Combustion instabilities in liquid rocket engines: fundamentals and control, ONERA, 2002
11. Sangho Ko, Soonkyu Kwon, Robert R. Bitmead, "Blind identification for controlled limit-cycle systems using harmonic balance and output oversampling", Submitted for 18th IFAC World Conference, 2011
12. J. Wang, A. Sano, D. Shook, T. Chen, B. Huang, "A blind approach to closed-loop identification of Hammerstein systems", International Journal of Control, vol.80, no.2, pp.302-313, 2007