

적응격자를 이용한 충격과 유도 연소장 해석

김상훈* · 최정열** · 오세종**

Numerical Simulation of Shock-Induced Combustion on Adaptive Mesh

Sanghoon Kim* · Jeong Yeol Choi** · Sejong Oh***

ABSTRACT

Unstructured adaptive grid flow simulation is applied to the calculation of high speed compressible flow of inert and reactive gas mixtures. Computational results are presented for the case of premixed hydrogen-air supersonic flow over a 2-D wedge. In such a configuration, combustion may be triggered behind the oblique shock wave and transition to an oblique detonation wave is eventually obtained. It is shown that the solution adaptive procedure implemented is able to correctly define the important wave front.

초 록

충격과 유도 연소장에서의 적응격자기법의 유용성을 확인하기 위하여 화학반응식을 포함한 2차원 Euler 방정식을 이용하여 삼각형 비정렬 적응격자계에서 계산을 수행하였다. 2차원 썸기형상에 대하여 냉가스 및 열가스 유동 해석을 수행하였다. 적응격자를 이용하여 경사충격파에서 폭굉파로의 천이를 잘 관찰 할 수 있었고, 유도영역, 천이영역, 폭굉영역 등의 특성을 잘 모사하는 것을 확인 할 수 있었다. 본 연구를 통하여 연소장이 포함된 고속압축성 유동장에서의 비정렬 적응격자의 유용성을 확인 할 수 있었다.

Key Words: Shock-induced combustion(충격과 유도연소), Adaptive mesh(적응격자)

1. 서 론

복잡한 형상 뿐만 아니라 복잡한 유동장의 효율적인 모사를 위하여 변화에 유연한 적응격자의 유용성에 대해 많은 관심을 가져왔다[1]. 초

음속 유도 연소장은 혼합기체가 충격파 열을 지나면서 국부적 화학반응으로 인하여 유동장에서 강한 열을 발산한다. 그리고 유동 조건에 따라 연소면의 주기적 진동현상등 매우 특징적이고 다양한 연소의 양상을 보인다. 특히 연소면의 진동 조건 및 자유 진행 폭굉파나 경사 폭굉파로의 천이 조건 등의 비정상 거동들은 중요한 연구 주제이고 과거 많은 연구자들이 경사 폭굉파의 발생 조건 및 안정성을 연구하기위한 노력을

* (주)현대로템 기술연구소 추진연구팀

** 부산대학교 항공우주공학과

연락처, E-mail: sanghn.kim@gmail.com

기울어 왔다[2,3]. 이같이 경사 충격파와 경사 폭풍파의 혼합으로 인한 유동내부 물리량들의 변화가 클 경우 격자를 밀집시켜 줌으로써 그 해의 선명도를 높여 줄 수 있다. 본 연구에서는 연소장이 포함된 고속압축성 유동장에서의 비정렬 적응격자의 유용성을 제시하고자 한다.

2. 지배방정식 및 이산화

2.1 지배방정식

화학반응식이 들어간 2D Euler방정식을 적분 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dx dy + \int_S (F dy + G dx) = \int_V W dx dy$$

여기서 V는 제어체적이고 S는 제어체적의 둘레이다. 보존변수 행렬은 다음과 같다.

$$Q = [\rho Y_1 \rho Y_2 \cdots \rho Y_N \quad \rho u \quad \rho v \quad \epsilon]^T$$

대류 유량 벡터는 다음과 같다.

$$F = \begin{bmatrix} \rho_1 u \\ \rho_2 u \\ \vdots \\ \rho_N u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\epsilon + p)u \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho_1 v \\ \rho_2 v \\ \vdots \\ \rho_N v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\epsilon + p)v \end{bmatrix}$$

화학 소스 벡터는 다음과 같다.

$$W = [w_1 \cdots w_N \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

수소/산소 혼합기체에 대한 화학반응은 Jachimowski [4]에 의해 제안된 32단계 13화학종 화학 반응 모델에서, 질소 해리에 의한 산화물의 생성은 충격파 유도연소와 같은 문제에서 전체적인 유동장에 거의 영향이 없는 것으로 알려져 있으므로, 질소를 비활성 기체로 가정하여 해리 반응을 무시하고 19단계 9화학종(H, H₂, O, O₂, H₂O, OH, HO₂, H₂O₂, N₂) 모델을 사용하였다. 각 화학종에 대한 열역학적 물성치는 참고문헌[2]을 참고 했다.

2.2 공간차분화

본 연구에서는 격자 경계에서의 수치 플럭스를 계산 하기위해 2차 정확도의 Roe 근사 해법을 사용하였다. 격자점에서의 구배가 알려지면 Taylor 급수전개에 의해 2차 정확도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q_L = Q_i^+ = Q_i + \Phi(\nabla Q)_i \vec{r}_{ij}$$

$$Q_R = Q_j^- = Q_j + \Phi(\nabla Q)_j \vec{r}_{ji}$$

하첨자 L, R은 각각 불연속 경계면의 왼편과 오른편을 의미한다. 이 경우 격자 경계에서의 수치 플럭스는 다음과 같이 구해진다.

$$F_{ij} = \frac{1}{2} [F(Q_L) + F(Q_R) - |A(Q_L, Q_R; \hat{n})|(Q_R - Q_L)]$$

$$\bar{\rho} = \sqrt{\rho_L \rho_R}$$

$$\bar{y}_k = (y_{kL} + y_{kR} \sqrt{\rho_R/\rho_L}) / (1 + \sqrt{1 + \rho_R/\rho_L})$$

$$\bar{u} = (u_L + u_R \sqrt{\rho_R/\rho_L}) / (1 + \sqrt{1 + \rho_R/\rho_L})$$

$$\bar{v} = (v_L + v_R \sqrt{\rho_R/\rho_L}) / (1 + \sqrt{1 + \rho_R/\rho_L})$$

$$\bar{h} = (h_L + h_R \sqrt{\rho_R/\rho_L}) / (1 + \sqrt{1 + \rho_R/\rho_L})$$

위의 Roe의 평균을 이용해서 구한 수치 인공 소산 항은 다음과 같다.

$$|A(Q_L, Q_R; \hat{n})|(Q_R - Q_L) = |\Delta F|$$

$$|\Delta F| = |\Delta F|_1 + |\Delta F|_2 + |\Delta F|_3 + |\Delta F|_4$$

$$|\Delta F|_1 = \delta w_1 \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \\ u \\ v \\ h - \frac{a^2}{p_e} \end{bmatrix}, \quad |\Delta F|_2 = \delta w_2 \begin{bmatrix} \delta y_1 \\ \vdots \\ \delta y_N \\ \delta u - n_x \delta U \\ \delta v - n_y \delta U \\ (n_x \delta v - n_y \delta u) \\ \times (n_x \bar{v} - n_y \bar{u}) \\ - \frac{1}{p_e} \sum_{k=1}^{NS} p_{\rho k} \delta y_k \end{bmatrix}$$

$$|\Delta F|_{3,4} = \delta w_{3,4} \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \\ u \pm n_x a \\ v \pm n_y a \\ h \pm a U \end{bmatrix}$$

$$\delta w_1 = |\lambda_1|(\delta\rho - \delta\frac{p}{a^2}), \quad \delta w_2 = |\lambda_2|\rho$$

$$\delta w_{3,4} = |\lambda_{3,4}|(\frac{\delta p \pm \rho a \delta U}{2a^2})$$

2.3 시간적분법

시간적분법은 내재적 방법으로 화학반응식을 계산한 뒤 외재적 방법으로 유동장을 계산한다. 이유는 유체유동과 화학반응과의 시간 간격의 차이로 인한 stiffness를 극복하기 위해서이다.

지배방정식은 시간 적분을 위해 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$A_i \frac{I}{\Delta t} \Delta Q = - \sum_{j=1}^{j(i)} (F_{i,j} + G_{i,j})^n + A W_i^{n+1}$$

화학반응 소스텀을 선형화 하면 다음과 같다.

$$W^{n+1} \cong W^n + z \Delta Q$$

$$A_i \left[\frac{I}{\Delta t} - z \right] \Delta Q = - \sum_{j=1}^{j(i)} (F_{i,j} + G_{i,j})^n + A W_i^n$$

시간 적분은 Runge-Kutta 2 단계 적분법을 사용하였다.

$$Q_i^{(0)} = Q_i^n$$

$$Q_i^{(l)} = Q_i^{(0)} - \alpha \Delta \frac{t_i}{\Omega_i} \delta Q_i^{(l-1)}$$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^{(m)}, \quad l = 1, 2, \dots, m$$

2.4 적응격자기법

적응 격자기법을 도입함으로써 유동장의 구배가 큰 곳, 충격파와 팽창파가 발생하는 곳에 격자를 밀집시켜줌으로서 해의 해상도를 높일 수 있을 뿐만 아니라 같은 격자수로도 정렬격자계에 비

해 유연한 해를 얻을 수 있어 비정렬 격자의 장점을 충분히 발휘할 수 있다. 오차지시자는 다음과 같다.

$$E_i = \frac{|\sum_{j=1}^{j(i)} (u_j - u_i)|}{\sum_{j=1}^{j(i)} |u_i - u_j| + \epsilon \sum_{j=1}^{j(i)} |u_j + u_i|}$$

u 는 물리량으로 보통 밀도나 압력을 사용한다. 그러나 충격파 유동 연소장의 경우 화학종에 따른 오차지시자를 결정할 수 있다. 어느 정도 이상의 오차지시자값을 가진 셀은 4개로 분할하고 그 번에 접한 셀은 2개로 분할한다.

3. 결과 및 분석

3.1 유동 조건

입구조건은 $M=8$, $P=85\text{kPa}$, $T=300\text{K}$ 이고 췌기의 반각은 23.8° 이다. 이 같은 경우의 유동조건에서 안정된 경사충격파가 발생하고 화학반응이 일어나면 후류로 갈수록 경사충격파가 경사 폭풍파로 천이하는 현상을 나타낼 수 있다. 계산 영역은 Fig. 1과 같다.

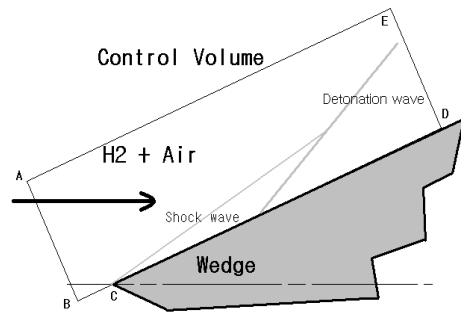


Fig. 1 계산 영역의 개략도

Figure 2, 3은 열가스 유동의 온도와 압력 분포도이다. 이 결과에서 충격파가 췌기의 끝에서 시작해서 일정한 각을 갖고 생성된, 화학반응이 시작되는 환경을 만들어주는 유동 영역을 확인할 수 있다. 적응격자가 유동영역에서 급격히 집중되면서 화학반응하기 충분한 조건을 만들어주

어 생성물을 만들며 에너지를 방출한다. 이 에너지로 온도와 압력이 상승하고 압력파를 생성한다. 즉, 이곳에서 혼합기체의 점화가 일어난다. 경사충격파와 국부적인 연소의 상호작용에 의해 경사충격파와 평행한 연소전면이 생성된다. 혼합기체의 갑작스런 팽창으로 인해 압력 코너(coner)로 작용하여 경사충격파보다 큰 각으로 압력파를 생성한다. 이 압력파는 점차적으로 초기 충격파를 강하게 하고 연소영역으로 흘러가는 유동의 조건을 바꾸게 된다. 이것은 온도와 압력의 증가를 유발하고 또한 화학적 반응 시간을 짧게 함으로써 화학반응 전면이 충격파 쪽으로 진행되어 휘어져 나간다. 결과적으로 전방 충격파 후류와 전방 폭굉파 후류는 다른 밀도 온도를 가지고 있다. 이것은 slip line으로 구분되어 지는 것을 확인 할 수 있다.

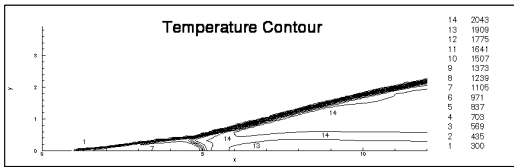


Fig. 2 열가스 온도 분포

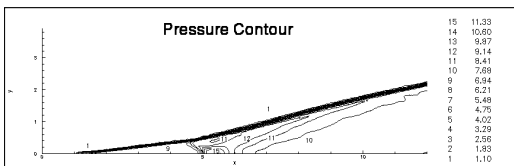


Fig. 3 열가스 압력 분포

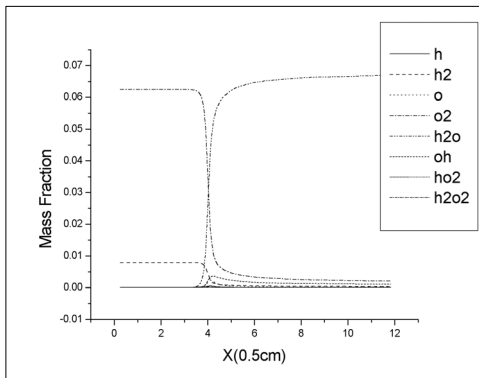


Fig. 4 반응물 밀도 분율 (at y=0.05cm)

Figure 4는 계산 영역에서의 y가 0.05cm 위치에서의 물리량의 변화량을 나타낸 그림이다. 경사충격파를 지난 유동은 압력과 온도, 밀도가 증가하고 유도영역을 지난 유동은 국부적인 폭발로 인한 압력파를 발생하게 된다. 이 구간에서 압력과 온도가 증가한다. 반면 압력파의 팽창에 의해 밀도는 떨어지게 됨을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 연소장이 포함된 고속압축성 유동장에서의 비정렬 적응격자의 유용성을 확인하기 위하여 화학반응식을 포함한 2차원 Euler 방정식을 이용하여 삼각형 비정렬 적응격자계에서 계산을 수행하였다. 그 결과 적응격자를 이용하여 경사충격파에서 폭굉파로의 전이를 잘 관찰할 수 있었고, 유도영역, 천이영역, 폭굉영역 등의 특성을 잘 모사하는 것을 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Pirzadeh, S. Z. , "An Adaptive Unstructured Grid Method by Grid Subdivision, Local Remeshing, and Grid Movement", AIAA99 -3255
2. 최정열, "초음속 연소 램 가속기의 초폭굉 모드 발진 과정", 서울대학교 박사학위 논문, 1997
3. Yuan, L. and Tang, T., "Resolving the Shock-Induced Combustion by an Adaptive Mesh Redistribution Method", Journal of Computational Physics, Vol. 32, No. 2, 2009
4. Jachimowski, C.J., "An Analytical Study of Hydrogen-Air Reaction Mechanism With Application to Scramjet Combustion", NASA TP-2791, Feb, 1988