

# Coded Marginalization 기법을 활용한 비이진 채널에서 3D-HDTV의 LDPC 복호 알고리즘 성능 분석

\*임현호, \*\*권경훈, \*\*\*허준

고려대학교

\*limhh2@korea.ac.kr

\*\*superstarkkh@korea.ac.kr

\*\*\*junheo@korea.ac.kr

## Performance Analysis of LDPC Decoding Algorithm for 3D-HDTV with Coded Marginalization in Nonbinary Channel

Hyunho Im, Kyung-Hoon Kwon, Jun Heo

Korea University

### 요 약

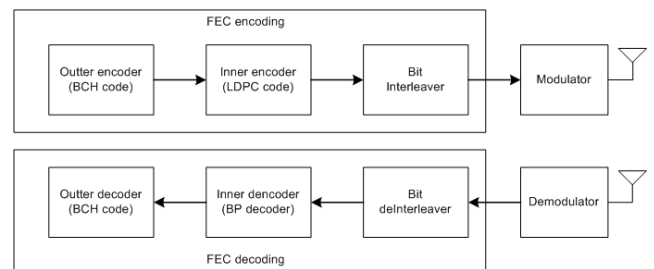
PAM이나 QAM과 같은 변조 방식을 이용한 비이진 채널은 BPSK 변조 방식을 사용한 이진 채널과는 다르게 심볼 정보를 이진 확률 정보로 marginalization 하는 과정에서 비이진 심볼을 구성하는 비트 정보 사이의 상관관계 정보가 손실되어 성능 저하를 야기한다. 본 논문은 차세대 3D-HDTV 시스템이 요구하는 높은 전송 효율을 확보하기 위해 사용되는 비이진 채널에 적합한 LDPC 부호화 및 복호화 알고리즘을 소개한다. 또한 GF(q)에서 정의된 비이진 BP 알고리즘이 이진 BP 알고리즘에 비해 보이는 q배의 복호 복잡도를 개선하기 위한 대안으로 Coded Marginalization 기법을 제안하고 시뮬레이션을 통해 그 성능을 분석한다.

(NIPA-2010-C1090-1031-0009)

### 1. 서론

기존 HDTV의 표준인 ATSC[1]규격은 물리계층 신호 전송을 위하여 8-VSB (8-level vestigial sideband modulation) 기법을 사용하고 있다. 6MHz 대역에서 19.5Mbps의 전송량을 갖는 ATSC 시스템과 비교할 때, 차세대 3D-HDTV 시스템의 요구 전송량은 30Mbps/6MHz로 약 50% 이상의 효율 증대가 필요하다. 8-VSB 전송은 3 bit 정보를 한 심볼로 8 가지 레벨의 신호 진폭으로 변조하는 8-PAM (pulse amplitude modulation) 방식으로 모델링 할 수 있으며, 차세대 3D-HDTV 시스템의 전송 효율을 높이기 위해 심볼 하나에 실어내는 bit 수를 늘릴 수 있는 QAM (quadrature amplitude modulation)과 같은 변조 방식으로 대체할 필요성이 대두되고 있다. 이미 유럽형 HDTV 전송 표준인 DVB-T2[2]는 다양한 크기의 QAM constellation을 적극 활용하고 있다.

<그림. 1>에서 나타낸 바와 같이 DVB-T2는 BCH 부호와 LDPC 부호의 결합 구조를 채널 부호의 표준으로 채용하고 있으며, 수신단은 채널의 확률 정보를 바탕으로 BP (belief propagation) 알고리즘을 이용하여 LDPC 복호를 수행한다. 본 논문에서는 BCH 부호와 interleaver를 제외한 LDPC 부분에 대해서만 논의하기로 한다



<그림. 1> DVB-T2 FEC의 직렬 결합 구조>

본 연구는 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 대학 IT 연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었음"

PAM이나 QAM과 같은 비이진(Nonbinary) 변조 방식

을 사용할 경우, LDPC 복호를 위해 심볼의 확률 정보를 (1)과 같은 비트 단위의 posteriori 확률 정보로 marginalization 해야 한다.

$$P(x_i = a | \mathbf{y}) = \sum_{\mathbf{x}: x_i = a} P(\mathbf{x} | \mathbf{y}), \quad a \in \{0,1\} \dots (1)$$

$\mathbf{y}$ 는 전송된 심볼  $\mathbf{x} \in X$ 가 채널을 통해 수신된 값이며,  $x_i$ 는 심볼  $\mathbf{x}$ 의  $i$  번째 bit 값이다. 여기서  $X$ 는 송신된 심볼의 집합이다. BP 알고리즘으로 갱신된 posteriori 확률 정보를  $\hat{P}(x_i = a | \mathbf{y})$ 라고 할 때 최적의 선택은 (2) 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{a}} \prod_{i=1}^N \hat{P}(x_i = a_i | \mathbf{y}), \quad \mathbf{a} \in X \dots (2)$$

위의 수식(2)는 각 비트의 posteriori 확률 정보가 서로 독립이라는 가정하에 최적이기 때문에, 각 비트 정보가 독립이 아닌 비이진 채널 전송의 경우에는 복호 성능의 열화를 야기할 수 있다.

[3]은 이진 LDPC 부호를 비이진 LDPC 부호로 일반화 할 수 있으며, 비이진 BP 복호가 성능 면에서 유리하다는 사실을 밝히고 있다. 본 논문은  $q$ -ary 채널에서 심볼의 확률 정보 손실을 줄이기 위해  $m$ 개의 이진 LDPC 부호를 tensor product로 묶어서  $GF(2^m)$ 에서 정의되는 비이진 LDPC 부호로 변환한다.

$q$ -ary BP 복호는 채널로부터 받은 심볼의 확률 정보 손실을 최소화 하는데 효과적이지만, 같은 양의 데이터를 비트 단위 marginalization 할 경우의 연산량  $O(\log_2 q)$ 와 비교하면,  $q$ 에 따라 선형적으로 증가하는  $O(q \log_2 q)$ 의 높은 복호 복잡도를 갖는다. [4][5] 기준 HDTV에 비해 빠른 데이터 처리를 요구하는 차세대 3D-HDTV 시스템에서 이와 같은 복호 처리 속도는 부담이 될 수 있다. [6]은 복호 그래프가 존재하는 2진 부호의 복호에서 성능에 대한 trade-off로 복호 복잡도를 감소시킬 수 있는 방안으로 Coded marginalization을 이용한 Raptor Code의 복호 기법을 제안하고 있다. 본 논문에서는 16-PAM의 비이진 채널에서 Coded Marginalization 기법을 활용한 LDPC의 복호 성능을 시뮬레이션을 통해 분석하였다.

## 2. Coded Marginalization 복호 알고리즘

### 2.1 Coded Marginalization

먼저 [6]에서 제안한 Marginalized Raptor Code를 복호 그래프로 표현 가능한 모든 부호에 일반화 하기 위해 본 논문에서는 Coded Marginalization 기법이라 명한다. Coded Marginalization 기법은  $GF(q = 2^m)$ 에서  $q$ -ary 심볼의 확률 정보를 비트 단위의 확률 정보로 전환할 때, 추가적인 선형 조합에 대한 확률 정보를 패리티로 부여하는 방식이다.  $m$ 개의 이진 비트로 표현 가능한 심볼에 대해  $n$ 개의 선형 조합들의 집합을 다음과 같이 표현할 때,

$$\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n | \phi: GF(2^m) \rightarrow GF(2)\} \dots (3)$$

marginalization 부호  $C_{\Phi}(n, m)$ 은 (4)와 같이 정의할 수 있다.

$$C_{\Phi} = \{\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}), \dots, \phi_n(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in GF(q)\} \dots (4)$$

수신단은  $C_{\Phi}$ 를 기반으로 다음과 같은 marginalization을 수행한다.

$$\Pr[\phi(\mathbf{x}) = l] = \sum_{\mathbf{x} \in GF(q): \phi(\mathbf{x}) = l} P(\mathbf{x} | \mathbf{y}), \quad l \in \{0,1\} \dots (5)$$

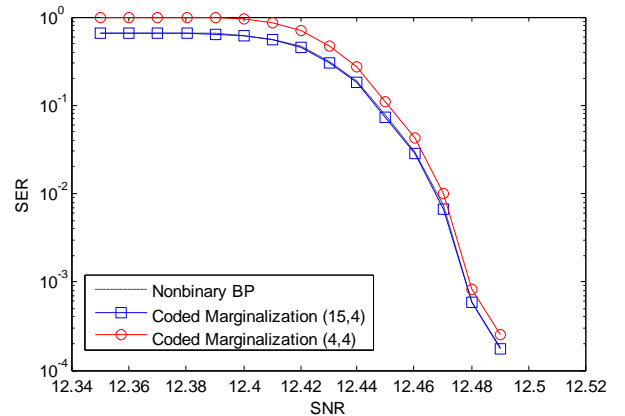
### 2.2 복호 알고리즘

Coded Marginalization을 활용한 비이진 복호는 크게 BP와 ML 두 단계로 이루어진다. BP 단계의 복호는 (5)를 기반으로 초기화된  $n$ 개의  $\phi^N$  각각에 대해 독립적인 2진 BP 알고리즘을 수행하며, 여기서  $N$ 은  $C_{\Phi}$ 에 의해 생성된 심볼의 개수이다. ML 단계의 복호는 BP 단계에서 갱신된  $\{\phi_1, \dots, \phi_n\}$ 의 확률 정보를 상호 독립이라는 가정하에  $C_{\Phi}$  중 결합확률을 극대화 하는 부호에 해당하는 심볼을 선택한다.

이 복호 알고리즘은 충분히 큰 값의  $N$ 을 가정했을 때,  $O(\log_2 q)$ 와  $O(q)$  사이의 복호 복잡도를 보이며 [6],  $m \leq n < q$ 값의 선택에 따라 달라진다.

## 3. 시뮬레이션 비교 분석

### 3.1. 16-PAM



<그림. 2>

16-PAM 채널에서 LDPC(504,252)의 복호 방식에 따른 SNR 대비 비트 오류 확률 비교

먼저 <그림. 2>에서 (15,4) Hadamard 부호를 사용하여 수행한 Code Marginalization 복호 결과가 (4, 4) 부호를 사용한 경우에 비하여 이득이 있다는 것을 확인할 수 있다. 모든 선형 조합을 고려한 Hadamard 부호를 marginalization 부호로 채용할 경우 비이진 BP 알고리즘에 비해  $1/\log_2 q = 1/4$ 의 복잡도를 갖지만 성능은 거의 일치함을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 차세대 3D-HDTV에서 Binary LDPC 부호를 비이진 채널 모델에서 채널 부호로 적용할 때, 채널 확률 정보를 이진 확률 정보로 marginalization 하는 부분에서 비롯되는 확률 정보 손실을 줄일 수 있는 방안을 소개하였다..

$GF(q)$ 에서 정의된 BP 알고리즘은 이진 BP 알고리즘을 사용할 경우와 비교했을 때  $GF(q)$ 의 필드 크기에 따라 선형적으로 증가하는 복잡도를 가지고 있기 때문에, 성능의 손실을 최소화 하면서 복잡도를 낮출 수 있는 Coded marginalization 기법의 성능을 시뮬레이션을 통해 비교 분석했다.

#### 5. 참조문헌

- [1] ATSC Mobile DTV Standard, Part2-RF/ Transmission System Characteristics (A/153 Part 2:2009)
- [2] ETSI EN 302 755 v1.1.1, Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2)
- [3] M. Davey and D. MacKay, "Low Density parity Check Codes over  $GF(q)$ ," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, pp. 165-167, June 1998
- [4] D. MacKay and M. Davey, "Evaluation of Gallager codes for short block length and high rate applications," in *In Codes, Systems and Graphical Models*, pp. 113-130, Springer-Verlag, 2000
- [5] T. Richardson and R. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, pp. 599-618, 2001
- [6] Harm S. Cronie, Bertrand Ndzana Ndzana and Amin Shokrollahi, "Decoding Algorithms for Binary Raptor Codes over Nonbinary Channels," *ISIT 2009, Seoul, Korea*, June 2009