

## PAPR 성능 개선을 위한 새로운 신호 처리 기법

\*엄승식 \*\*고영채

고려대학교

\*drdja@korea.ac.kr

## A New Signal Processing Technique for Improving PAPR performance

\*Eom, Seung-Sik \*\*Ko, Young-Chai

Korea University

## 요약

본 논문에서는 직교 주파수 다중화 (OFDM) 신호의 새로운 peak to average power ratio (PAPR) 감쇄 기법을 제안한다. 제안 기법은 시간영역에서 OFDM 심볼의 동상 (in-phase) 성분 및 직교 (quadrature) 성분을 회전시키고 재조합한다. 제안 기법은 기존의 partial transmit sequence (PTS) 기법과 비교하여 계산량을 현저히 줄일 수 있는 장점이 있었음에도 모의 실험을 통해 얻어진 PAPR의 complementary cumulative distribution function (CCDF)는 PTS와 비교할 때 거의 같은 성능을 보였다. 더욱이 제안된 기법은 additive white Gaussian (AWGN) 채널 및 다중 경로 페이딩 채널 (multi-path fading channel)에서 일반적인 OFDM 신호를 전송할 때와 거의 같은 BER (bit error rate) 성능을 보였다.

## 1. 서론

직교 주파수 다중화 (OFDM) 신호의 peak to average power ratio (PAPR) 감쇄 문제에 대한 많은 연구들이 있었다. 여러 가지 신호 처리 기법 중에서 selected mapping (SLM) [1]과 partial transmit sequence (PTS) [2]가 대표적으로 알려진 방법인데 다수의 OFDM 심볼을 생성하여 이 중 가장 작은 PAPR을 가진 심볼을 전송하는 것이 이 기법들의 핵심적인 아이디어이다. 이 중 PTS 기법은 같은 복잡도에서 SLM 보다 약간 더 좋은 성능을 보이는 것으로 알려져 있다[3]. 따라서 본 논문에서는 제안 기법과 PTS 기법의 성능 및 복잡도를 비교하도록 하겠다.

제안 기법과 PTS 기법 모두 신호 처리를 통해서 다수의 전송될 OFDM 심볼을 생성하여 그 중 가장 작은 PAPR을 갖는 심볼을 전송하는 방식이다. 먼저 PTS 기법에서는 데이터 블록을 여러 개의 부분 블록으로 나누어 각각 inverse fast fourier transform (IFFT)한 결과를 여러 가지 방식으로 위상을 변경하고 더하여 다양한 OFDM 심볼을 얻어내고 이 심볼들 중에서 PAPR이 가장 낮은 심볼을 전송함으로써 PAPR의 개선을 얻어낼 수 있다. 제안 기법은 송신단에서 IFFT 이후의 시간 영역의 신호를 직접적으로 이용하여 신호 처리를 한다. 시간 영역의 OFDM 심볼을 모든 시간 샘플에 대하여 동일한 위상만큼 회전시킨 후 직교 성분만을 순환 이동 (circular shift) 하여 동상 성분 및 직교 성분을 재조합한다. 이러한 위상 회전과 직교 성분만의 순환 이동을 반복하는 방법으로 전송될 OFDM 심볼의 다양한 형태를 얻어낼 수 있다. 제안 기법도 PTS와 마찬가지로 이 다양한 형태 중 가장 작은 PAPR을 갖는 심볼을 전송한다.

PTS 기법에서 다수의 IFFT를 필요로 하는 반면에 제안 기법에서는 일반적인 OFDM 신호 전송에서 필수적으로 요구되는 하나의 IFFT

블록만을 사용하기 때문에 PTS와 비교할 때 계산량을 줄일 수 있다. 그럼에도 불구하고 PAPR 감쇄 성능 면에서는 기존의 PTS와 비슷한 결과를 보여주었으며 additive white Gaussian (AWGN) 채널 및 다중 경로 페이딩 채널 (multi-path fading channel)에서 일반적인 OFDM 신호를 전송할 때 비교할 때 BER 성능 열차가 없다는 것을 모의 실험을 통해 보였다.

## 2. OFDM 시스템의 PAPR

$N$ 개의 성상 (constellation)이 사상 (mapping)되어 생성된 주파수 영역에서의 OFDM 심볼은  $X = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]$ 와 같이 표현할 수 있다. 이 신호를 IFFT 하여 시간 영역의 신호로 변환하고 analog-to-digital convertor (ADC)를 통과시킨 신호는 다음과 같이 주어진다.

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(j2\pi f_k t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (1)$$

여기서  $f_k$ 는  $k$ 번째 부반송파의 주파수를 의미하며 그 값은 일반적으로  $\frac{1}{T}$ 을 갖게 되는데  $T$ 는 OFDM 심볼의 길이를 의미한다. 전송할 OFDM 심볼의 PAPR은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{PAPR} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} |x(t)|^2}{\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt}. \quad (2)$$

(1)의 신호에  $\frac{1}{T}$ 의 표본 추출 비율 (sampling rate)을 적용하면 특정 첨두치를 놓칠 가능성이 있으므로 과도 표본 추출

(over-sampling)을 하여 PAPR의 성능을 보는 것이 일반적이다. 4배의 over-sampling하여 PAPR을 측정하면 (2)에서 정의한 아날로그 신호의 PAPR과 거의 같은 값을 가지는 것이 [4]에서 증명되었다. 일반적으로  $L$ 배로 over-sampling한 신호의 PAPR은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$PAPR = \frac{\max_{0 \leq n \leq NL-1} |x_n|^2}{E[|x_n|^2]} \quad (3)$$

여기서  $E[\cdot]$ 은  $n$ 에 대한 평균을 의미한다.

### 3. PTS 기법

그림 1은 PTS의 블록도 (block diagram)를 보여준다. 주파수 영역에서의 입력 신호인  $X$ 를  $M$ 개의 부분록인  $X_1, \dots, X_M$ 으로 나누어 각각을 IFFT하여 나온 결과에  $b_1, \dots, b_M$ 을 곱하여 최적화한다. 여기서  $b_m, m = 1, \dots, M$ 은 위상 요소 (phase factor)로서 단위 크기를 가지는 임의의 복소수이지만 복소 곱셈으로 인한 복잡도를 줄이기 위해서 이를 1 또는 -1로 한정하는 경우가 많다[5].

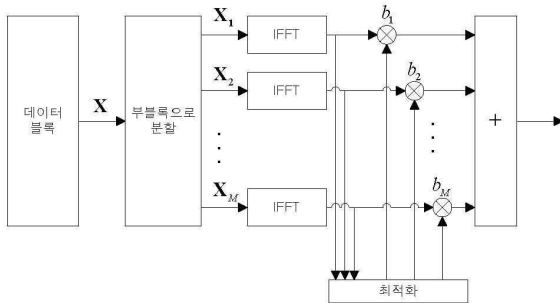


그림 1. PTS 기법 블록도.

### 4. 제안하는 기법

본 기법은 같은 정보를 가지는 다수의 OFDM 심볼을 생성하여 그 중 가장 작은 PAPR을 가지는 심볼을 전송하는 기법이다. 기존에 잘 알려진 PTS 기법 또한 여러 종류의 OFDM 심볼을 생성하는 방식을 이용하지만 다수의 IFFT 처리가 필요하기 때문에 하드웨어 복잡도가 높은 단점이 있다. 그러나 제안하는 기술은 시간 영역에서의 신호처리를 통하여 PAPR 감쇄 효과를 얻기 때문에 하나의 IFFT만을 이용하여서 다수의 OFDM 심볼들을 생성할 수 있다. 시간 영역에서  $N_s$ 개의 심볼을 생성한다고 할 때 알고리즘은 다음과 같이 요약된다.

- 과정 1. IFFT 이후 생성된 OFDM 심볼에 대한 첨두치 전력 (또는 PAPR)을 측정한다. 여기서 IFFT 이후 생성된 심볼은 첨두치 전력을 측정할 첫 번째 후보를 의미한다.
- 과정 2. 생성된 심볼의 각 샘플에 동일한  $e^{j\theta}$ 을 곱하여 위상을 회전시킨다.
- 과정 3. 위상이 회전된 심볼의 직교 성분을  $m$  샘플 만큼 순환 이동 (circular shift) 하여 새로운 동상 성분과의 조합을 가지는 OFDM 심볼을 생성한다.

- 과정 4. 과정 3에서 생성된 심볼의 첨두치 전력을 측정한다.
- 과정 5.  $N_s$ 개의 심볼을 생성할 때까지 과정 2부터 과정 4까지를 반복한다.

### 5. 복소 곱셈량 분석

먼저 제안 기법의 복소 곱셈량은 첫 번째 OFDM 심볼을 생성하기 위한 IFFT에서 수행되는 복소 곱셈과 두 번째 이후 심볼을 생성하기 위해 위상 회전 시 필요한 곱셈 연산을 포함하여 산출할 수 있다. 일반적으로 N-IFFT 구현시에  $\frac{N}{2} \log_2 N$ 의 복소 곱셈 연산이 필요한 것으로 알려져 있고 두 번째 이후의 심볼을 얻기 위해서는 각 심볼마다  $N$ 개의 복소 곱셈 연산이 필요하다. 총  $N_s$ 개의 심볼을 생성한다고 할 때 제안 기법 구현 시에 필요한 복소 곱셈 횟수는 총  $N \times \left( N_s - 1 + \frac{1}{2} \log_2 N \right)$ 이 된다.

한편  $M$ 개의 부분록을 이용하며 위상 요소가 1 또는 -1인 PTS기법에서 생성되는 PAPR이 다른 OFDM 심볼의 개수는  $2^{M-1}$ 이다. 따라서  $N_s$ 개의 심볼을 생성하기 위해서는  $M = \log_2 N_s + 1$ 가 되므로 총 복소 곱셈량은  $(\log_2 N_s + 1) \times \frac{N}{2} \log_2 N$ 이 된다. 표 1에서 다양한  $N$  및  $N_s$ 에 대하여 복소 곱셈량을 정리하여 나타내었다. 고려하는 모든 경우에 대하여 제안 기법의 복소 곱셈량이 PTS와 비교하여 적다는 것을 확인할 수 있다.

표 1. 제안 기법 및 PTS 기법의 복소 곱셈량 비교.

	제안 기법	PTS
$N = 256, N_s = 2$	1280	2048
$N = 1024, N_s = 2$	6144	10240
$N = 256, N_s = 8$	2816	4096
$N = 1024, N_s = 8$	12288	20480

### 6. 모의 실험 결과

제안 기법과 PTS 기법의 성능을 동일한 조건에서 비교하기 위해서 동일한 개수의 심볼을 탐색한다는 것을 가정하였다. 따라서  $N_s$ 가 같기 때문에 여러 OFDM 심볼에 대한 첨두치 전력을 구하는 복잡도는 동일하다. 한편 PAPR 감쇄에 관한 많은 연구에서 성능의 지표로 CCDF를 주로 사용하는데 이는 다음과 같이 정의된다.

$$F_X(x) = \Pr[X > x] \quad (4)$$

$X$ 를 PAPR로  $x$ 를 PAPR의 임계치로 설정할 때 주어진 PAPR의 CCDF는 PAPR이 임계치보다 클 확률을 의미한다.

그림 2에서 제안하는 기법과 PTS 기법의 PAPR 성능을 CCDF를 통하여 나타내었다. 본 모의 실험에서 1,000,000개의 심볼을 생성하였으며 부반송파의 수로  $N = 256$ , 부반송파 매핑 기법으로 QPSK (quadrature phase shift keying), 생성할 심볼의 수로  $N_s = 8$  그리

고 4배의 over-sampling을 가정하였다. 그리고 많은 모의 실험을 통하여 위상 변화량인  $\theta$ 를  $\theta = \frac{\pi}{4}$ 로 설정하고 직교 성분의 순환 이동량인  $m$ 을 매 심볼을 구할 때 마다 초기 값을 1로 하여 2의 지수 승 형태로 증가시킬 때 PAPR 성능이 우수하다는 것을 확인하였다. 즉, 두 번째 심볼을 얻을 때는  $m = 2^0$ , 세 번째 심볼을 얻을 때는  $m = 2^1$  네 번째 심볼을 얻을 때는  $m = 2^2$ 와 같이  $m$ 을 설정한다. 위의 조건 하에 수행한 모의 실험 결과에서 모든 임계치 영역에서 제안하는 기법과 PTS 기법은 비슷한 PAPR 감쇄 성능을 보였다.

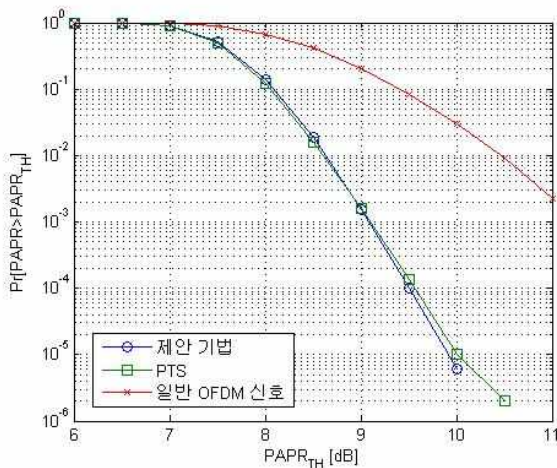


그림 2. 제안 기법과 PTS 기법의 CCDF 성능 비교,  $PAPR_{TH}$ 은 임계치를 의미한다.

그림 3은 제안하는 기법에서 BER 성능의 열화가 없음을 보여주고 있다. 다중 경로 페이딩 채널은 충분한 길이인 30개의 채널 응답을 가지며 각각은 복소 가우시안 분포를 가지고 채널의 총 전력이 단위 전력 (unit power)을 가지는 것을 가정하였다.

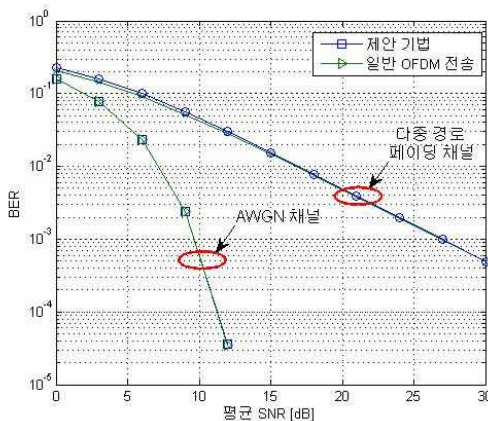


그림 3. AWGN 채널 및 다중 경로 페이딩 채널에서 제안하는 기법과 일반 OFDM 신호 전송의 BER 성능 비교.

### 7. 결론

PAPR을 줄이기 위한 대부분의 기법들은 여러 형태의 OFDM 심

볼을 생성하여 확률적으로 작은 PAPR을 가진 심볼을 전송할 수 있게 한다. 이러한 기법 중에서 대표적인 기법인 PTS 기법은 송신단에서 다수의 IFFT 블록을 사용함으로 인하여 복소 곱셈량이 큰 단점이 있다. 그러나 제안 기법을 이용할 때 송신단에서 복소 곱셈량을 크게 줄이면서도 PAPR 개선 성능은 PTS와 비슷한 것을 확인할 수 있었다. 또한 모의 실험을 통해 제안 기법이 AWGN 채널 및 다중 경로 페이딩 채널에서 일반적인 OFDM 전송과 비교할 때 BER 손실이 없다는 것을 보였다.

### 감사의 글

"본 연구는 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 대학 IT 연구센터 지원 사업의 연구결과로 수행되었음" (NIPA-2010-C1090-1011-0007)

### 8. 참조 문헌

- [1] R. Bauml, R. Fischer, and J. Huber, "Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping," Electronics Letters, vol. 32, no. 22, pp. 2056 - 2057, Oct. 1996.
- [2] S. Muller and J. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," Electronics Letters, vol. 33, no. 5, pp. 368 - 369, Feb. 1997.
- [3] Dae-Woon Lim, Seok-Joong Heo, Jong-Seon No and Habong Chung, "A new PTS OFDM scheme with low complexity for PAPR reduction," IEEE Trans. Broadcasting, vol.52, no.1, pp. 77- 82, Mar. 2006
- [4] C. Tellambura, "Computation of the continuous-time PAR of an OFDM signal with BPSK subcarriers," IEEE Commun. Lett., vol. 5, no. 5, pp. 185 - 187, May 2001.
- [5] J. Cimini, L.J. and N. Sollenberger, "Peak-to-average power ratio reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences," IEEE Commun. Lett., vol. 4, no. 3, pp. 86 - 88, Mar. 2000.