

## 잡음 분산 추정을 위한 개선된 Partial Sample Average 알고리즘

\*박정준 \*이진용 \*임태민 \*김영록

서강대학교

\*jungjun@sogang.ac.kr

## Modified Partial Sample Average Algorithm for Noise Variance Estimation

\*Park, Jung-Jun \*Lee, Jinyong \*Lim, Taemin \*Kim, Younglok

Sogang University

## 요약

잡음 분산 값은 SNR(signal-to-noise ratio) 추정이나 MMSE(minimum mean square error) 계산, 채널 임펄스 응답의 추정 등에 사용되는 중요한 파라미터이다. 채널이 시간에 따라 변하는 무선 통신 환경에서, 신호와 섞여 있는 잡음과 간섭 신호의 정확한 추정에는 그 한계가 있으며 이로 인해 발생하는 추정 오차는 수신기의 데이터 검출 성능을 저하시킨다. 혼련열을 이용하여 채널을 추정하였을 경우 추정된 채널 임펄스 응답 신호 중 다중 경로 신호는 소수에 불과하고 나머지 대부분의 계수는 잡음 성분만을 포함하는 신호이다. 이러한 특징을 이용하여 채널의 추정 계수로 잡음 분산을 추정하는 방법이 기존에 제시되어 있다. 여기서 제안하는 알고리즘은 기존 알고리즘인 PSA(partial sample average)와 비교해 연산량에서 차이가 거의 없이 구현되며, 3GPP TDD[1]에서의 모의 실험을 통하여 기존 알고리즘보다 더 정확한 분산 값을 찾아냄을 확인하였다.

## 1. 서론

통신 시스템에서 신호와 섞여 있는 잡음은 데이터 검출 성능을 저하시키기 때문에, 잡음 분산 값을 추정하여 시스템의 성능을 향상시키기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다. 수신기에서 잡음 분산 값이 필요한 부분은 다음과 같다.

무선 통신 환경에서 채널의 상태를 측정하기 위해서 수신 신호의 SNR(signal-to-noise ratio) 값이 필요하고, 이를 추정하기 위해서 잡음 분산값을 추정해야 한다. 수신 신호의 SNR 값은 전력 제어나 터보 디코더 등을 위해서 사용되며, 잡음 분산 추정값의 오차는 전반적인 통신 시스템 성능의 저하가 야기될 수 있다. 또한, 잡음 분산 값은 MMSE 등화기에 이용되어, MMSE 기반의 수신기의 성능에 영향을 미친다.

한편 잡음 분산 값을 정확한 채널 임펄스 응답을 얻기 위한 채널 추정의 포스트 프로세싱 [1,3]에도 이용된다. 추정된 채널 임펄스 응답의 계수들 중에서 소수의 계수를 제외한 나머지는 모두 잡음과 간섭 성분만을 포함하고 있는 계수이며, 이러한 다수의 잡음 계수들을 제거하여 더 정확한 채널 임펄스 응답을 얻는 과정을 채널추정에서의 포스트 프로세싱이라 한다. 대표적인 포스트 프로세싱 알고리즘[1]은 잡음 분산값에 비례한 문턱

값보다 작은 채널 계수를 모두 0으로 만들어 줌으로서 잡음을 제거한다. 따라서 잡음 분산값의 오차는 채널 추정의 성능에 영향을 미쳐서 데이터 검출 성능을 저하시킨다.

여기에서는 잡음 분산 추정을 효율적으로 수행하는 MPSA(modified partial sample average) 알고리즘을 제안하고 이를 기존의 알고리즘[3]과 성능을 비교 분석한다.

본 문서의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 채널 추정에 대하여 기술하고 3장에서는 PSA 알고리즘을 소개한 후 새로운 알고리즘을 제안한다. 4장에서는, 3장에 기술된 두 가지 분산 추정 알고리즘을 3GPP TDD 환경에 적용하여 성능 분석을 하고, 5장에서는 결론을 맺는다.

## 2. 채널 추정

무선통신에서 수신신호 벡터  $\vec{r}$  은 혼련열  $\vec{t}$  가 채널 임펄스 응답 벡터  $\vec{h}$  에 의해서 왜곡되고 백색 잡음과 각종 간섭 신호가 포함된 잡음 벡터  $\vec{n}$  이 더해져서 다음과 같이 행렬 형태로 표현할 수 있다.

$$\vec{r} = T \cdot \vec{h} + \vec{n} \quad (1)$$

본 연구는 '서울시 산학연 협력사업(10560)' 및 '3단계 BK21 사업'의 지원을 받았으며, 설계 Tool은 IDEC의 지원을 받았다.

여기서

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_{L+W-1} \end{bmatrix} \quad \vec{h} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{W-1} \end{bmatrix} \quad \vec{n} = \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1 \\ \vdots \\ n_{L+W-1} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} t_0 & 0 & \cdots & 0 \\ t_1 & t_0 & \ddots & \\ \vdots & t_1 & \ddots & 0 \\ t_{L-1} & & \ddots & t_0 \\ 0 & t_{L-1} & & t_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & t_{L-1} \end{bmatrix}$$

이다.

여기서 채널 추정을 위한 MLE(maximum-likelihood estimate)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{h} = (T^H T)^{-1} T^H \vec{r} = \vec{h} + \vec{w} \quad (2)$$

$\vec{w}$  는 채널 추정기의 출력 잡음 벡터로써 입력 잡음의 관계는 다음과 같이 표현되며,

$$\vec{w} = (T^H T)^{-1} T^H \vec{n} \quad (3)$$

출력 잡음 분산은 다음과 같이 입력 잡음 분산의 비례값으로 표현된다.

$$\sigma_n^2 = \alpha \cdot \sigma_w^2 \quad (4)$$

$\alpha$  는 입력 대 출력 분산의 비율이며 수식 (5)와 같이 계산할 수 있다.

$$\alpha = \left( \text{trace}(T^H T)^{-1} \right)^{-1} \quad (5)$$

수식 (5)에서 볼 수 있듯이 채널추정기의 출력은 잡음과 채널 임펄스 응답으로 이루어져 있다. Joint detection과 같이 다중 사용자 환경의 수신기 경우에 데이터 검출의 성능은 채널 추정 에러에 매우 민감하고, 추정된 채널 임펄스 응답에 포함된 잡음 계수는 데이터 검출 성능을 크게 악화시킬 수 있다.

### 3. 잡음 분산 추정 알고리즘

#### 3. 1. Partial Sample Average(PSA)[3]

추정된 채널 계수들 중 미리 결정된 개수만큼을 채널 임펄스 응답으로 간주한 후, 그것들 중 나머지 계수들의 평균을 내는 방식을 PSA라고 한다. 이 알고리즘에서는 우선 추정된 채널 임펄스 응답  $\hat{h}_i, i=0,1,\dots,W_{chest}-1$  에서 제곱을 한 뒤 오름차순으로 정렬을 하는데 이를  $g_i, i=0,1,\dots,W_{chest}-1$  라 한다. 추정된 채널 응답  $\hat{h}_i$  의 길이  $W_{chest}$  에서 미리 결정된 멀티패스의 수  $W_{path}$  를 뺀 것을 잡음의 길이

$W_{noise}$  라고 할 때, 이 값들의 합은 다음과 같이 표현된다.

$$P_w = \sum_{i=0}^{W_{noise}-1} g_i \quad (6)$$

여기서 추정된 잡음 분산값은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{C \cdot P_w}{W_{noise}} = C \cdot \hat{\sigma}_w^2 \quad (7)$$

여기서  $C$  는 채널 계수의 수와 채널의 길이의 함수이며 다음과 같이 표현된다.

$$C = G \cdot \gamma(r) \quad (8)$$

$$\gamma(r) = \left[ 1 + \left( \frac{1}{r} - 1 \right) \cdot \ln(1-r) \right]^{-1} \quad (9)$$

$$r = \frac{W_{noise}}{W_{chest}} \quad (10)$$

여기서  $G$  는 채널추정기의 잡음의 입력 분산값과 출력 분산값의 비로써 이 값은 각 시스템의 데이터 구조에 따라서 달라지며 PSA 알고리즘의 순서도는 다음과 같다.

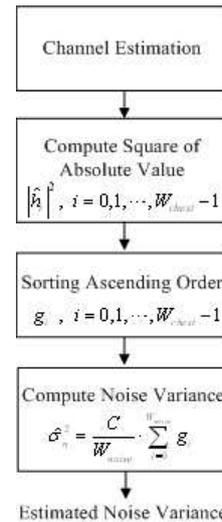


그림 1. PSA 알고리즘의 순서도

#### 3. 2. Modified Partial Sample Average(MPSA)

MPSA 알고리즘은 기존 알고리즘인 PSA 알고리즘을 두번 실행하여 계산된다. MPSA 알고리즘의 순서는 다음과 같다.

1. PSA 알고리즘을 이용하여 잡음 분산 값  $\hat{\sigma}_n^2$  을 추정한다.
2. Step 1에서 구해진 잡음 분산 값을 이용하여 포스트 프로세싱을 수행하고, 문턱 값보다 작은 채널 계수의 수를  $W_{noise}$  로 업데이트 한다.

3. Step 2에서 새로운  $W_{noise}$  를 이용하여 PSA 알고리즘을 다시 수행한다.

MPSA 알고리즘의 순서도는 다음과 같다.

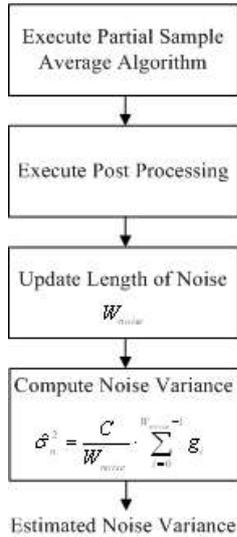


그림 2. MPSA 알고리즘의 순서도

### 4. 모의 실험

제안된 알고리즘을 기존의 잡음 추정 알고리즘[3]과 3GPP TDD[4] 모드에서 그 성능을 비교 분석한다. 모의 실험 환경은 상향링크 전송을 가정하였고 주요 시스템 파라미터는 표1에 정리하였다.

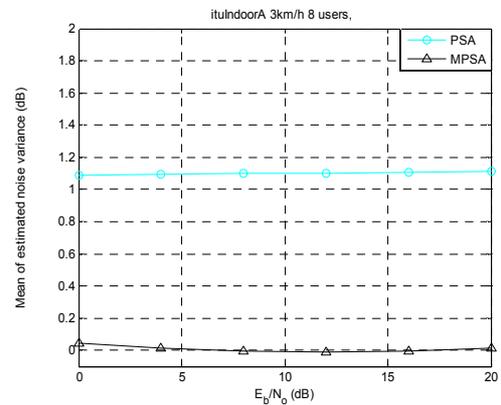
두 알고리즘의 추정 성능을 비교하기 위해서 가장 좋은 채널인 indoor A와 가장 열악한 채널인 vehicular B에서 실험을 진행하였다. 이 추정값의 평균과 분산 값을 송신 신호의 크기에 따라 비교한 결과를 그림 3와 4에서 보여준다.

그림 3에서 잡음 분산을 정규화 시켰기 때문에 보여 주는 추정 분산의 평균값은 0 dB에 가까운 것이 좋은 성능을 의미한다. 추정값의 평균값으로 보면 MPSA 알고리즘의 성능이 매우 우수한 것을 알 수 있다. Vehicular B에서는 MPSA 알고리즘의 추정 오차가 작아 특히 열악한 채널 환경에서 우수한 성능을 보여준다.

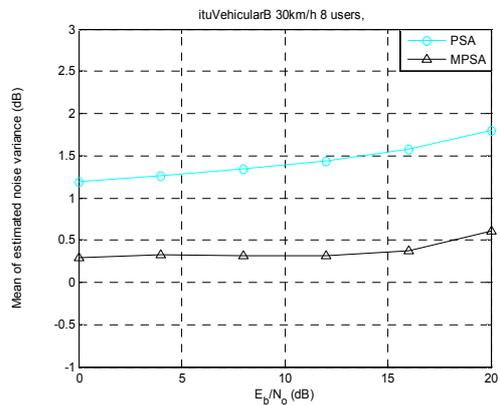
그림 4에서는 추정값의 분산의 평균값을 보여 준다. 이 경우에는 두 알고리즘의 성능이 좋은 채널인 indoor A와 비슷하지만 열악한 채널인 vehicular B에서는 MPSA 알고리즘이 PSA 알고리즘에 비해서 최대 2.5 dB 이상 낮은 값을 보여 주어 더욱 정확한 추정을 하는 것을 알 수 있다.

표 1. 실험에 사용된 업링크 전송의 주요 시스템 파라미터

Parameters	Value
Chip rate	3.84 MHz
Frame duration	10 ms
Propagation Conditions	Burst type 1 with W=57
Midamble allocation	Different midamble for different code
Number of users/codes	K = 8
Spreading Factor	Q = 16
Power and delay profile	ITU channel model[5]



(a) indoor A



(b) vehicular B

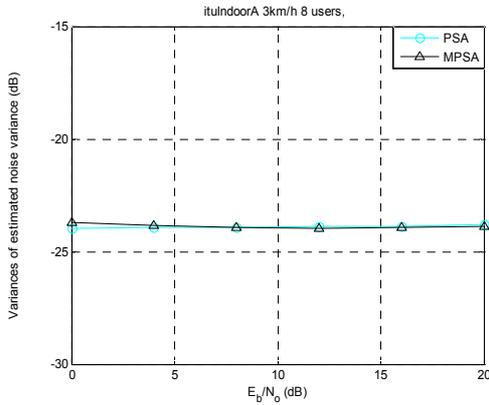
그림 3. 잡음 분산 추정 값의 평균 성능 비교

### 5. 결론

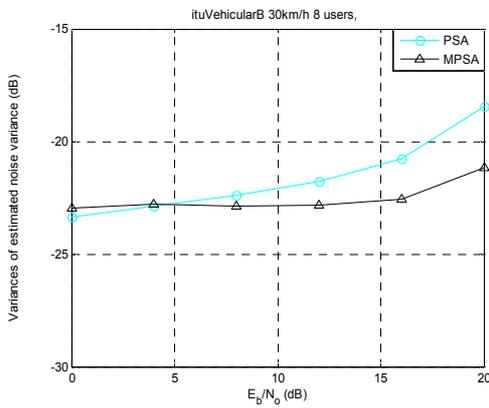
본 문서에서는 잡음 분산을 추정하는 PSA 알고리즘을 소개하고, 새로운 알고리즘인 MPSA 알고리즘을 제안한 후 이를 3GPP TDD 환경에 적용하여 추정 값의 평균과 분산 성능을 비교 분석하였다. 그 결과 추정 값의 평균과 분산 모두 제안된 알고리즘이 우수한 성능을 가짐을 확인하였다. 또한 연산 복잡도를 비교해본 결과 MPSA 알고리즘이 PSA에 비해 큰 연산량의 증가가 없음을 확인하였다. 결론적으로 PSA 알고리즘과 비교해 MPSA 알고리즘이 적은 연산 복잡도의 증가로 매우 정확한 잡음 분산 추정을 하는 것을 알 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] 3rd Generation Partnership Project, "Physical Channels and Mapping of Transport Channels onto Physical Channels (TDD) (Release 9)," 3GPP Technical Specification Group Radio Access Network, 3GPP TS25.221 V.8.4.0 (2010-09) <http://www.3gpp.org>
- [2] Younglok Kim, Taehoon Kim, "Iterative Post Processing Algorithm for Channel Estimation of Multiuser Detection based Wireless Systems", IEEE 60th Vehicular Technology Conference, Los Angeles, USA, 26-29 Sept, 2004.
- [3] 김영록, 판중-린, 제이라아리엘라, "간섭 신호 코드 전력 및 잡음 분산을 추정하기 위한 코드분할 다중 액세스 사용자 장치", 공개번호 10-2004-0013045, 2004년 2월 11일.
- [4] UMTS TR 30.03: Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Selection procedures for the choice of radio transmission technologies of the UMTS, Version 3.2.0, April 1998.
- [5] Paul Vitanyi, Analysis of Sorting Algorithms by Kolmogorov Complexity (a survey), Entropy, Search, Complexity, pp209-232, December 18, 2003.



(a) indoor A



(b) vehicular B

그림 4. 잡음 분산 추정값의 분산 성능 비교

표 2에서는 PSA와 MPSA 알고리즘의 연산량을 비교해 보았다. PSA 알고리즘을 실행하기 위해서는 추정된 채널 계수들의 오름차순 정렬이 필요한데 이를 수행하기 위해서는  $(W_{chest})^2$  만큼 실수 크기 비교가 필요하다[5]. 실수 크기 비교를 포함한 연산 복잡도를 비교한 결과, 연산 복잡도의 큰 영향을 미치는 실수 곱셈의 연산량이 거의 동일하기 때문에 두 알고리즘이 큰 차이를 보이지 않음을 알 수 있다.

표 2. 잡음 추정 알고리즘의 연산 복잡도 비교

알고리즘	실수 곱셈	실수 덧셈	실수 크기 비교
PSA	913	831	207,936
MPSA	915	1,206	208,392