

# Lloyd–Max 벡터 양자화 기반의 위상 추적 코드북 구성

박재용, 김재원, 유형길, 성원진

서강대학교 전자공학과

## Construction of Phase Tracking Codebooks Based on Lloyd–Max Vector Quantization

Jaeyong Park, Jaewon Kim, Hyung–gil Yoo, and Wonjin Sung

Department of Electronic Engineering, Sogang University

### 요 약

본 논문에서는 안테나 당 전력제한 조건 하의 다중 입출력 빔포밍 시스템을 위한 위상 추적 코드북을 제안한다. 위상 추적 빔포밍 방식은 인접한 프레임 정보의 차이만을 활용한다는 점에서 기존의 위상 조정 방식과 차별화 되며, 궤환 정보량의 감소 이득을 얻을 수 있다. 이러한 위상 추적 코드북 구성을 위하여 위상 조정 코드북의 목적함수를 새롭게 변형하여 Lloyd–Max 알고리즘에 적용한다. 성능평가를 위하여 위상 조정 코드북과의 신호 대 잡음비의 비교 수행하며, 이를 이용하여 제안하는 코드북의 효율성을 입증한다.

#### 1. 서론

무선통신 전송 기술에 있어 수신 신호의 품질개선을 위한 송신기와 수신기의 다수 개의 안테나를 사용하는 MIMO (multiple-input multi-output) 기술이 연구 되고 있다. 기존의 연구는 모든 송신 안테나의 출력 합을 제한하는 TPC (total power constraint) 방식 하에서 진행 되었으며, SNR (signal-to-noise ratio) 을 최대화하는 빔포밍으로 MIMO 채널의 eigenvector 을 이용한 방식이 최적의 방법으로 알려져 있다 [1]. 최적의 빔포밍을 송신 단에서 결정하기 위해서는 완벽한 채널 정보를 요구하게 된다. 그러나 실제 환경에서는 송신 안테나 증폭기의 최대출력 제한, 궤환 링크의 전송률 제한 등의 현실적인 측면으로 인해 그 사용이 크게 제한된다.

이러한 제한을 고려하여, 전력 측면에서 각각의 송신 안테나의 출력에 제한을 두는 PAPC (per-antenna power constraints) 방식이 고려된다. 또한, 궤환 링크의 제한을 극복하기 위해서는 코드북 기반의 프리코딩 기법의 연구들이 활발히 진행 되고 있다. 특히 PAPC 환경에서의 전력 할당은 각각의 안테나의 최대 전력을 소비하는 방식이 최적의 방법으로 증명 되었으며, 이와 같은 방법으로 위상 조정 빔포밍을 들 수 있다 [2]. 코드북을 구성하기 위해서는 Lloyd–Max 벡터 양자화 방식 혹은 Grassmannian line packing 의 방법이 널리 알려져 있다 [2], [3].

본 논문에서는 PAPC 하에서 MIMO 시스템의 Lloyd–Max 벡터 양자화 기반의 위상 추적 코드북을 제안한다. Lloyd–Max 알고리즘의 적용을 위해 기존의 위상 정보 코드북의 목적함수를 새롭게 재 변형하여 위상 추적 코드북에 적용시킨다. 시뮬레이션을 통해 기존의 위상 조정 코드북과 제안한 코드북의 성능을 시변하는 채널 환경에서 평가한다. 이를 위해 본 논문의 2장에서는 MIMO 신호 모델과 시변 채널의 특성을 기술한다. 3장에서는 위상 추적 코드북의 생성을 제안하고 4장에서는 두 코드북의 비교를 통해 성능을 파악하고, 5장에서는 결론을 맺는다.

#### 2. 신호모델

본 논문에서 사용되는 환경은 송신 안테나와 수신 안테나의 수가 각각  $N_T$ ,  $N_R$  인 MIMO 시스템이다.  $n$  번째 프레임 구간에서의 수신신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{H}[n]\mathbf{v}[n]x[n] + \mathbf{z}[n] \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{y}[n]$ 은  $N_R \times 1$  수신 신호 벡터,  $\mathbf{H}[n]$ 은  $N_R \times N_T$  무선 채널 행렬,  $\mathbf{v}[n]$ 은  $N_T \times 1$  송신 빔포밍 벡터,  $x[n]$ 은 송신 데이터 심볼, 그리고  $\mathbf{z}[n]$ 은 가우시안 열잡음 벡터이다.  $\mathbf{H}[n]$ 과  $\mathbf{z}[n]$ 은 평균이 0 이고 분산이 각각 1과  $N_0$  인 i.i.d. (independent and identically distributed) 복소 가우시안 확률 변수이다.

무선 페이딩 채널 특성의 시변 하는 특성을 고려하여 인접하는 두 프레임 간의 상관도는 아래와 같이 나타낸

다

$$\rho = E\{h_{ij}[n]h_{ij}[n-1]^*\} = J_0(2\pi f_N) \quad (2)$$

여기서  $h_{ij}[n]$ 은  $\mathbf{H}[n]$ 의  $(i, j)$  번째 성분이고  $J_0(\cdot)$ 은 0차의 1종 베셀 함수이며,  $f_N$ 은 NDF (normalized doppler frequency) 이다. 이러한 상관도를 고려하여 시변하는 무선 MIMO 채널을

$$\mathbf{H}[n] = \rho\mathbf{H}[n-1] + \sqrt{1-\rho^2}\mathbf{B} \quad (3)$$

와 같이 모델링 할 수 있다 [4]. 이 때,  $\rho$ 는 (2)에서 정의된  $\mathbf{H}[n-1]$ 과  $\mathbf{H}[n]$ 의 상관 계수이며,  $\mathbf{B}$ 는 각 원소들의 평균이 0이고 분산이 1인 i.i.d. 복소 가우시안 확률 변수로 이루어진 행렬이다.

PAPC 하에서 각각의 안테나가 최고의 전력을 소비하는 방법이 최적으로 증명 되었다 [2]. 그러므로 송신 빔포밍은

$$\mathbf{v}[n] = \frac{1}{\sqrt{N_T}} [e^{j\theta_0[n]} e^{j\theta_1[n]} \dots e^{j\theta_{N_T-1}[n]}]^T \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{N_T}} e^{j\theta[n]} \quad (4)$$

와 같이 생성된다. 이를 이용하여 수신 SNR을 최대화하는 위상 조정 벡터는 다음과 같이 결정된다.

$$\boldsymbol{\theta}[n] = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmax}} \|\mathbf{H}[n]e^{j\mathbf{x}}\|^2 \quad (5)$$

위상 조정 벡터의 인접한 프레임 간에 상관도가 존재하는 경우, 차등변조를 통해

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}[n] &= \boldsymbol{\theta}[n] - \boldsymbol{\theta}[n-1] \bmod 2\pi \\ &= [0 \quad \varepsilon_1[n] \quad \dots \quad \varepsilon_{N_T-1}[n]] \end{aligned} \quad (6)$$

와 같은 위상 추적 벡터를 구성할 수 있다.

### 3. 벡터 양자화 기반의 위상 추적 코드북

위상 추적 코드북의 목적함수를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}[n] &= \underset{\boldsymbol{\theta}[n]}{\operatorname{argmax}} \|\mathbf{H}[n]e^{j\boldsymbol{\theta}[n]}\|^2 \\ &\quad + \underset{\boldsymbol{\theta}[n-1]}{\operatorname{argmax}} \|\mathbf{H}[n-1]e^{j\boldsymbol{\theta}[n-1]}\|^2 \bmod 2\pi. \end{aligned} \quad (7)$$

수식 (7)은 두 개의 목적 함수로 이루어져 있기 때문에 [2]에서와 같은 Lloyd-Max 알고리즘을 적용할 수 없다. 그러므로 목적함수의 변형을 통해

$$\begin{aligned} \max \|\mathbf{H}[n]e^{j\boldsymbol{\theta}[n]}\|^2 &= \max \|\mathbf{H}[n]\mathbf{diag}\{e^{j\boldsymbol{\theta}[n-1]}\}e^{j\boldsymbol{\varepsilon}[n]}\|^2 \\ &= \max \|\mathbf{P}[n]e^{j\boldsymbol{\varepsilon}[n]}\|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

와 같은 Lloyd-Max 기반의 벡터 양자화를 수행 할 수 있다. 새롭게 변형된 목적함수는 코드북 구성을 위해 적용된다.

### 4. 성능평가

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안하는 위상 추적 코드북과 위상 조정 코드북 [2]을 평균 SNR을 통해 비교한다.

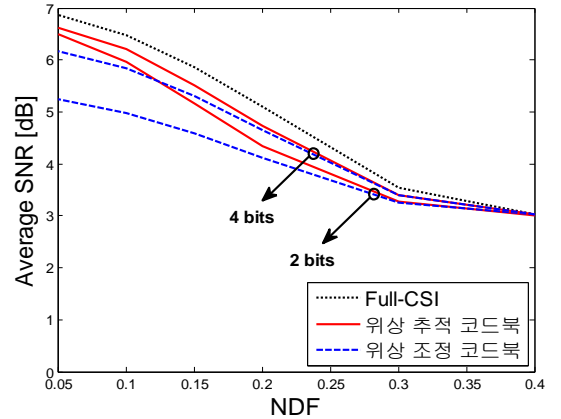


그림 1. 위상 조정 코드북과 위상 추적 코드북의 평균 SNR 비교.

중심 주파수는 2 GHz 이며, 케환 링크를 통해 소요되는 시간은 5ms로 가정한다. 이 때 고려되는 0.05, 0.1, 0.2, 0.3 0.4의 NDF는 각각 5.4, 10.8, 21.6, 32.4, 43.2 km/h의 이동 속도이다. 그림 1은  $N_T = 4$ ,  $N_R = 2$  일 때, 케환 비트수의 증가에 따른 위상 추적 코드북과 위상 조정 코드북의 평균 SNR을 나타낸다. 채널의 변화량이 큰 경우, 위상 추적 코드북과 위상 조정 코드북의 성능 차는 작은 반면 채널의 변화량이 작은 환경에서의 위상 추적 코드북은 위상 조정 코드북 보다 높은 평균 SNR을 나타낸다.

### 5. 결론

본 논문에서는 시변 채널 특성을 고려한 MIMO 빔포밍 코드북 구성에 대해 소개하고, 이를 활용하여 PAPC 하에서의 위상 추적 코드북을 제안하였다. 위상 추적 코드북 구성을 위하여 기존 코드북의 목적함수를 새롭게 변형하여 Lloyd-Max 알고리즘에 적용하였다. 시뮬레이션을 통해 기존 방식과의 성능을 비교하였으며, 특히 낮은 NDF 환경에서 더 적은 케환 정보량으로 더 높은 평균 SNR을 얻을 수 있음을 검증하였다.

### 6. 참고문헌

- [1] J. C. Roh and B.D. Rao, "Design and analysis of MIMO spatial multiplexing system with quantized feedback," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 54, no. 8, pp. 2874-2886, Aug. 2006.
- [2] C. R. Murthy and B. D. Rao, "Quantization methods for equal gain transmission with finite rate feedback," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 55, no. 1, pp. 233-245, Jan. 2007.
- [3] D. J. Love and R. W. Heath, Jr., "Limited feedback unitary precoding for spatial multiplexing systems," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 8, pp. 2967-2976, Aug. 2005.
- [4] R. H. Etkin and D. N. C. Tse, "Degree of freedom in some underspread MIMO fading channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, No. 4, pp. 1576-1608, Apr. 2006.