

백래시를 가진 헬리컬 기어의 초기거동 해석

Initial Behavior Analysis of Helical Gears with Backlash

박찬일†
Chan IL Park

1. 서론

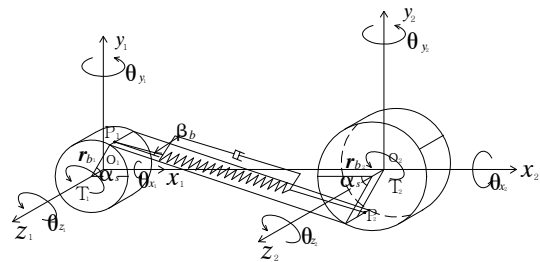
백래시는 치의 강성 변화와 함께 헬리컬 기어 비선형의 중요한 거동을 지배한다. 백래시를 가진 헬리컬 기어의 초기 거동은 치의 분리와 충격을 발생시켜 불유쾌한 기어 진동과 소음을 발생시키고 기어계의 수명에 영향을 준다. 특히 무부하 상태나 가벼운 하중에서 이러한 현상은 빈번하고 부하시에도 토크 변동과 가진 주파수에 따라 일어나며 래틀 진동으로 이어지는 경우가 있다. 그러므로 본 연구에서는 토크 변동에 의한 백래시를 가진 헬리컬 기어의 초기 거동을 해석한다.

헬리컬 기어의 초기 거동 해석은 운동 방정식의 유도로부터 시작한다. 헬리컬 기어의 운동방정식은 축과 베어링을 강체로 가정하고 기어를 강체원통으로 하고 치의 강성만을 고려한 비틀림 일 자유도계 운동방정식이 있고 이 모델에 축과 베어링의 반경방향 진동만을 고려하면 삼 자유도계 모델을 얻을 수 있으나 이 모델로는 축방향 진동을 예측할 수 없다. 기어를 강체로 하고 반경방향 진동과 축방향 진동을 모두 고려하면 12 자유도계의 운동방정식을 얻을 수 있다. 헬리컬 기어의 12 자유도계로 해석은 백래시의 고려없이 기존의 연구자에 의해 수행되었다. 본 연구에서는 기존의 일자유도 해석 연구를 바탕으로 백래시의 고려하여 12 자유도계에 대해 헬리컬 기어의 초기거동을 해석한다. 수치 해석 방법은 Newmark 법과 Newton-Raphson 법을 사용한다.

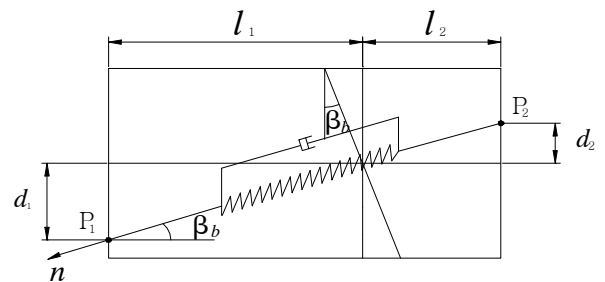
2. 모델링

2.1 운동방정식

운동방정식을 유도하기 위하여 헬리컬 기어는 Fig.1 과 같이 작용 평면을 따라서 치의 맞물림 강성과 감쇠로 연결된 두 개의 강체 원통으로 모델링



(a) Helical gear coordinate system



(b) Plane of action

Fig. 1 Helical gear model.

한다. 여기에 입력 토크 T_1 , 출력토크 T_2 가 작용한다. 치의 변형을 $\delta(t)$, 치직각 백래시 $2b$, 치의 강성 $k(t)$, 감쇠계수를 c 라고 하면 치의 하중 $F_G(t)$ 는 접촉 조건에 따라 정상적인 접촉을 할 때의 식(1a), 접촉을 하지않는 상태의 식 (1b) 과 반대 편 치를 접촉하는 식 (1c)로 주어진다.

$$F_G(t) = k(t)(\delta(t) - b) + c \frac{d\delta(t)}{dt} \quad \text{if } \delta(t) \geq b, \quad (1a)$$

$$F_G(t) = 0 \quad \text{if } |\delta(t)| \leq b, \quad (1b)$$

$$F_G(t) = k(t)(\delta(t) + b) + c \frac{d\delta(t)}{dt} \quad \text{if } \delta(t) \leq -b. \quad (1c)$$

† 교신저자; 강릉원주대학교 기계자동차공학부

E-mail : pci@gwnu.ac.kr

Tel : (0330) 640-2392, Fax : (033) 640-2244

이 치의 하중이 구동기어와 피동기어에 가해지면, 다음과 같이 12 자유도의 운동방정식이 얻어진다.

$$m_1 \ddot{u}_1 = F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s \quad (2)$$

$$m_1 \ddot{v}_1 = -F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s \quad (3)$$

$$m_1 \ddot{w}_1 = -F_G \sin \beta_b \quad (4)$$

$$J_{x1} \ddot{\theta}_{x1} = -F_G \sin \beta_b r_{b1} \sin \alpha_s + F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s d_1 \quad (5)$$

$$J_{y1} \ddot{\theta}_{y1} = F_G \sin \beta_b r_{b1} \cos \alpha_s + F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s d_1 \quad (6)$$

$$J_{z1} \ddot{\theta}_{z1} = T_1 - F_G \cos \beta_b r_{b1} \quad (7)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 = -F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s \quad (8)$$

$$m_2 \ddot{v}_2 = F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s \quad (9)$$

$$m_2 \ddot{w}_2 = F_G \sin \beta_b \quad (10)$$

$$J_{x2} \ddot{\theta}_{x2} = -F_G \sin \beta_b r_{b2} \sin \alpha_s + F_G \cos \beta_b \cos \alpha_s d_2 \quad (11)$$

$$J_{y2} \ddot{\theta}_{y2} = F_G \sin \beta_b r_{b2} \cos \alpha_s + F_G \cos \beta_b \sin \alpha_s d_2 \quad (12)$$

$$J_{z2} \ddot{\theta}_{z2} = T_2 - F_G \cos \beta_b r_{b2} \quad (13)$$

토크가 변동하고 치의 강성이 주기적으로 변하므로 토크와 치의 강성은 다음 식과 같이 평균항과 변동항으로 나타낼 수 있다.

$$T_1 = T_m + T_a \cos(\omega_1 t + \phi) \quad (14)$$

$$k(t) = k_m + \sum_i k_{ai} \cos(i\omega_1 z_i t + \phi_i) \quad (15)$$

또한 출력축 토크는 $T_2 = r_{b2} T_1 / r_{b1}$ 로 제어된다고 가정한다.

3. 해석

Table 1 Gear specifications

	Pinion	Gear
Normal module	2.5	
Normal pressure angle(deg)	20°	
Center distance (mm)	150	
Helix angle (deg)	25°	
Whole depth (mm)	5.60	
Average torque(Nm)	98.1	
Number of teeth	19	89
Face width(mm)	50	48
Outside diameter(mm)	59.10	250.95
Pitch diameter (mm)	52.41	245.50
Addendum mod. co.	0.3372	0.0893

해석 기어는 Table 1의 제원을 가지고 기 개발된 프로그램으로 치의 강성을 계산하여 이산 후리에 변환을 사용하여 기여하는 주파수 성분을 구하였다. 그 결과 2 차 조화 성분까지 치의 강성에 기여하여 2 차 조화성분까지로 치의 강성을 근사화하여 사용하였다. Newmark 법과 Newton-Raphson 법으로 기어의 초기 거동을 해석하였고 가진 주파수, 변동 토크비와 감쇠, 백래시의 크기를 변화시키면서 그 경향을 조사하였다. Fig.2는 가진 주파수 $\omega_1 = 100\text{Hz}$, $b = 100\mu\text{m}$, $c = 712.41\text{Nsec/m}$, $T_a / T_m = 0.25$ 일 때의 변위와 치의 하중 해석 결과를 보인다.

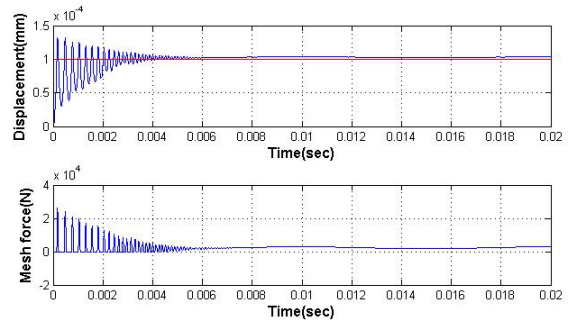


Fig. 2 Gear displacement and mesh force

4. 결론

이 연구에서는 백래시를 가진 헬리컬 기어를 12 자유도계로 모델링하여 운동방정식을 유도하였다. 그 운동방정식을 Newmark 법과 Newton-Raphson 법으로 기어의 초기 거동을 해석하였고 가진 주파수, 변동 토크비와 감쇠, 백래시의 크기를 변화시키면서 그 경향을 조사하였다. 그 결과 모든 가진 주파수에서 초기 치면 분리가 발생하였고, 특정 가진 주파수에서는 전 시간 영역에서 치면 분리가 발생하고 한 쪽 치면 만으로 충격력을 주는 래틀 진동을 발생하였다. 기어 감쇠 증가는 치면 분리를 줄이는 방향으로 변동 토크의 증가는 치면 분리를 확대시키는 경향을 보였고 백래시 증가 또한 치면 분리 시간을 늘리는 방향으로 작용하였다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2010-0023407).