

Corcos Model을 이용한 난류 경계층 벽면 압력 변동에 의한 보의 유한요소 응답 해석

Finite Element Analysis of a Beam under Wall Pressure Fluctuations in a Turbulent Boundary Layer using Corcos Model

허소정* · 홍진숙† · 정의봉**

So Jung Heo, Chinsuk Hong and Weui Bong Jeong

1. 서 론

물체 주위를 흐르는 유동은 점성의 영향으로 난류 경계층을 형성한다. 이 난류 경계층 내 유체의 복잡한 거동으로 인한 벽면 변동 압력은 물체의 표면에 가진력으로 작용하여 진동을 발생시킨다. 이러한 난류 경계층 내 벽면 변동 압력으로 인한 진동 및 소음 현상은 비행기, 수상함 또는 잠수함의 소나 등에서 발견할 수 있다.

난류 경계층 내 벽면 변동 압력은 난류 경계층이 발생한 구조물 표면에 시·공간적으로 랜덤한 분포 하중의 형태로 작용한다. 또한 임의의 시간에 임의의 크기로, 임의의 위치에서 발생한 난류경계층 내 에디는 하류로 흘러가면서 작아지다 결국 점성에 의해 소산되는 특성이 있다. 즉, 임의의 위치에서의 변동 압력은 인접 위치의 변동 압력과 상호 상관관계를 가진다. 본 연구에서는 이러한 공간상의 상호 상관 관계를 가지는 특성을 적용한 Corcos 모델을 진동해석 이론을 사용하여 유한요소법 기법을 정립하고자 한다.

2. 난류 경계층 벽면 변동 압력 모델링

Corcos 모델은 식(1)과 같이 벽면 변동 압력의 상호 스펙트럴 밀도 함수를 표현하고 있다.

$$C_{pq}(\gamma_x, \gamma_y; \omega) = C_{pp}(\omega) A(\omega\gamma_x/U_c) B(\omega\gamma_y/U_c) e^{-j(\omega\gamma_x/U_c)} \quad (1)$$

여기서 C_{pp} 는 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수, U_c 는 경계층 내 에디의 대류 속도이다. 함수 $A(\omega\gamma_x/U_c)$ 와 $B(\omega\gamma_y/U_c)$ 는 Corcos 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$A = \exp(-\alpha|\omega\gamma_x/U_c|) \quad (2)$$

$$B = \exp(-\beta|\omega\gamma_y/U_c|) \quad (3)$$

여기서 계수 α 와 β 는 측정 등에 의하여 결정해야 하는 값으

† 교신저자:울산과학기술대학교 디지털기계학부
E-mail : cshong@uc.ac.kr
Tel : (052) 279-3134, Fax : (052) 279-3137

* 부산대학교 대학원 기계공학부

** 부산대학교 기계공학부

로 일반적으로 각각 0.1과 0.7의 값을 가진다.

난류 경계층은 2차원이상의 유동장으로 실제 유동 유기 진동은 평판의 구조물의 특성을 가져야 하지만 본 연구에서는 단순화하여 Fig.1과 같이 양단 단순 지지 보 위에 유동이 보의 방향으로 흐르고 있는 것으로 가정하여 흐름의 수직 방향으로의 변동압력 특성은 고려하지 않았다.

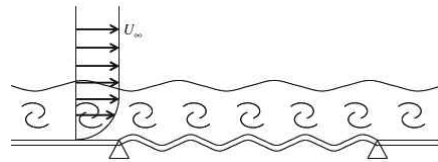


Fig.1. Simply supported beam subjected to turbulent wall pressure fluctuations

본 연구에서 사용한 MSC.Nastran의 랜덤해석은 관심 대상이 선형계이고 결정계인 구조물에 에르고딕 랜덤하중이 가해졌을 때 변위, 속도, 가속도 및 응력 등 응답의 파워 스펙트럴 밀도 함수나 자기 상관 함수 및 RMS값을 계산한다. 사용자 입력자료는 하중의 자기 및 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수이고 주파수 응답함수해석을 통해 하중이 작용하는 지점에 대한 응답의 전달함수를 이용하여 응답을 계산한다.

에르고딕 랜덤하중에 대한 응답식은 식(4)와 같다.

$$u_j(\omega) = [H_{ja} H_{jb} H_{jc} \dots H_{jn}] \begin{bmatrix} F_a(\omega) \\ F_b(\omega) \\ \vdots \\ F_n(\omega) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $F_a(\omega)$ 는 a 지점에 가해진 랜덤하중이고 H_{ja} 는 a 지점의 단위 하중에 대한 j 지점의 주파수 응답함수이다. 응답 $u_j(\omega)$ 의 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수는 식(5)와 같다.

$$S_{u_j u_j}(\omega) = T \langle u_j(\omega) u_j^*(\omega) \rangle \quad (5)$$

여기서 $S_{u_j u_j}(\omega)$ 는 j 지점 응답의 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수이고 T 는 평균시간 그리고 $\langle \rangle$ 은 시간 평균을 표시한다. 식(4)를 식(5)에 대입하면 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[S_{u_j u_j}(\omega)] = [H_j(\omega)][S_{IN}(\omega)][H_j(\omega)]^H \quad (6)$$

여기서

$$[H_j(\omega)] = [H_{ja} H_{jb} H_{jc} \cdots H_{jm}] \quad (7)$$

이고, 입력파워 스펙트럴 밀도 함수 행렬은 식(8)과 같이 표현된다.

$$[S_{IN}(\omega)] = \begin{bmatrix} S_{aa}(\omega) & S_{ab}(\omega) & \cdots & S_{an}(\omega) \\ S_{ba}(\omega) & S_{bb}(\omega) & \cdots & S_{bn}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{na}(\omega) & S_{nb}(\omega) & \cdots & S_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $S_{pq}(\omega)$ 는 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있으며 $S_{pq}(\omega) = S_{qp}^*(\omega)$ 이다.

$$S_{pq}(\omega) = A_p A_q C_{pq}(\omega) \quad (9)$$

여기서 A_p 와 A_q 는 p 점과 q 점에서의 유효면적이다.

MSC.Nastran을 이용하여 각 요소에 단위 압력을 가하여 정적해석을 통해 구한 뒤, 식(1)의 압력의 자기 및 교차파워 스펙트럴 밀도 함수를 절점력으로 환산하여 식(8)의 각 요소를 주파수에 대한 값으로 입력한다. 교차 스펙트럴 밀도 함수는 다음에 결정할 요소의 크기로 이산화 되어 입력된다.

3. 구조 유한요소 모델의 mesh size

유한요소 모델링에서 가장 먼저 고려해야 할 부분은 mesh size 결정으로 모드해석법을 이용하는 경우 mesh size가 최대 관심주파수에서의 응답을 나타내기에 적합한지를 알아보아야 한다. 통상 최대 관심주파수의 2배 이상 되는 공진주파수의 모드가 잘 표현될 수 있도록 구조물의 파수 k_{mode} 를 구한다. 또한 난류 경계층 내 벽면 변동 압력을 모델링하기 위한 최대 대류 파수 $k_{c,max}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$k_{c,max} = \omega_{max} / U_c \quad (10)$$

구조 유한 요소 모델의 mesh size Δx 는 다음과 같이 구한다.

$$\Delta x = \pi / k_{max} \quad (11)$$

단,

$$k_{max} \geq \max(2k_{mode}, 2k_{c,max}) \quad (12)$$

4. 해석결과

Fig.1과 같은 양단 단순 지지 보의 물성치가 Table1과 같고, 유체의 속도가 $20m/s$, 관심주파수 영역이 $0 \sim 1kHz$ 일 때의 $k_{mode} = 5\pi$, $k_{c,max} = 100\pi$ 로 식(12)에 의한 최대 파수 $k_{max} = 200\pi$ 이다. 그러므로 식(11)에 의해 mesh size가 $0.005m$ 보다 작은 값이 최적의 mesh size이다. Fig.2는 전 주파수 영역에서 $C_{pp}(\omega) = 1$ 로 가정하고, mesh size를 $0.05m$ 에서 $0.004m$ 로 변화시켜 보았을 때의 보의 중앙 지점에서의 변위 파워 스펙트럴 밀도 함수의 경향을 나타낸 그래프이다. 여기서 $57Hz$, $514Hz$ 는 구조물의 고유진동수이며, mesh size가 $0.005m$ 보다 작은 경우 동일한 결과로

수렴하였다. mesh size가 $0.005m$ 보다 큰 경우 고주파수에서 오차가 많이 나는 것을 볼 수 있는데, 이는 빠르게 변하는 Correlation값을 표현하지 못하여 생긴 것으로 추정된다. 따라서 빠르게 변하는 Correlation값을 표현하기 위해서는 식(11)에 의한 mesh size로 유한요소 모델링을 하여야 함을 알 수 있다.

Table1. Mechanical properties and geometric data

Parameters	Symbol	Values
Length	L	$1m$
Moment of inertia	I	$3 \times 10^{-8} m^4$
Density	ρ	$2650 kg/m^3$
Young's modulus	E	$71 GPa$
Loss factor	η	0.02
Poisson ratio	ν	0.3

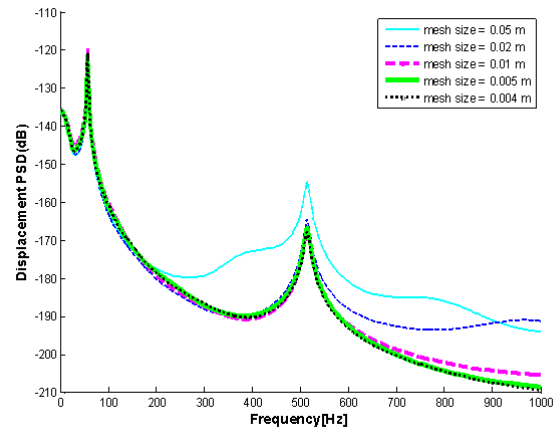


Fig.2. Variation of displacement power spectral density function at $x=0.5m$ with the mesh size

5. 결 론

Corcos 모델은 시·공간적으로 랜덤하며 공간상의 상호 상관 관계를 가지는 난류 경계층 내 벽면 변동 압력의 특성을 수학적으로 수식화한 모델이다. 본 논문에서는 MSC.Nastran으로 Corcos 모델을 적용한 양단 단순 지지 보를 해석하였다. 특히, mesh size가 구조물의 변위 파워 스펙트럼 예측에 미치는 영향에 대하여 조사하였다. 그 결과 유체의 속도가 $20m/s$, 최대 관심주파수가 $1kHz$ 일 때의 최적의 mesh size가 $0.005m$ 임을 확인하였다. 향후 이를 이용하여 단순 모델이 아닌 복잡한 구조물에 대한 연구를 하고자 한다.

후 기

본 연구는 한국표준과학연구원 연합협동과제로 수행되었습니다.