뭉툭한 V-노치의 근사 등가형상과 중첩법을 이용한 점근응력장
Asymptotic stress fields and approximate equivalent shape of a blunt V-notch using the superposition method

*박병선[1], #조상봉[2], 김진광[2]
*B. S. Park[1], #S. B. Cho(sbcho@kyungnam.ac.kr)[2] , J. K. Kim[2]
[1]경남대학교 대학원 첨단공학과, [2]경남대학교 기계자동화공학부

Key words : Blunt V-notch, superposition method, stress fields

1. 서론

V-노치와 같은 형상을 가지는 구조물은 응력 집중이 일어나고 균열이 발생 성장하게 된다. 실제 구조물에서는 날카로운 형태의 V-노치보다 뭉툭한 형태의 사용이 많을 것이다.

뭉툭한 형태의 V-노치에 관한 연구를 Filippi, Lazzarin과 Tovo(1)가 하였다. 본 연구의 저자 중 일부(2)도 이 문제에 관한 연구를 한 바 있다.

본 연구에서는 앞서 발표한 연구결과에 이어 중첩법으로 접근한 결과를 제시하고 비교분석을 통해 유용성과 타당성을 확인하고자 한다.

2. 반경 ρ의 뭉툭한 V-노치의 근사 등가 형상

Fig. 1에서 보는 바와 같은 반경 ρ의 끝이 둥근 V-노치는 수식적 접근이 복잡하여 엄밀해를 구하기 어렵다. 반경 r_0의 원호 홈을 가지는 V-노치로 근사 등가형상을 취하여 응력장을 구한다.

3. 중첩법에 의한 응력장

예리한 V-노치의 응력장을 이용하여 Fig. 2에서 보는 바와 같이 r=r_0인 위치에서 $\sigma^1_{rr}=-\sigma^2_{rr}$, $\tau^1_{r\theta}=-\tau^2_{r\theta}$ 로 되는 두 응력장을 중첩하여 r_0 지점에

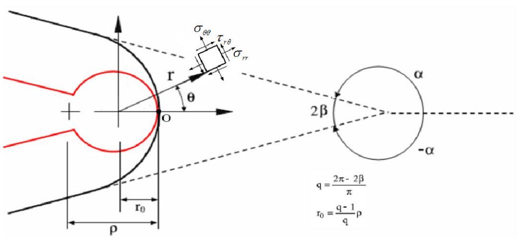


Fig. 1 A rounded V-notch with tip radius ρ

서 표면력이 없는 경계조건을 만족하게 되고, $\sigma_{\theta\theta}=\sigma^1_{\theta\theta}+\sigma^2_{\theta\theta}$의 값만 존재하는 r_0의 원호 홈을 가지는 V-노치의 응력장을 얻을 수 있다.

3.1 중첩법에 의한 모드 I의 응력장

$$\sigma_{rr}(r,\theta)=\frac{K_I^{\lambda}}{\sqrt{2\pi}\,r^{(1-\lambda)}}[1-(\frac{r_0}{r})^{(2\lambda)}]f_{rr}(\lambda,\theta)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r,\theta)=\frac{K_I^{\lambda}}{\sqrt{2\pi}\,r^{(1-\lambda)}}[1+(\frac{r_0}{r})^{(2\lambda)}]f_{\theta\theta}(\lambda,\theta)$$

$$\sigma_{r\theta}(r,\theta)=\frac{K_I^{\lambda}}{\sqrt{2\pi}\,r^{(1-\lambda)}}[1-(\frac{r_0}{r})^{(2\lambda)}]f_{r\theta}(\lambda,\theta)$$

여기서 K_I^{λ}는 응력강도계수이고, λ는 모드 I의 고유치이며 $\sin(2\lambda\alpha)+\lambda\sin(2\alpha)=0$로부터 구할 수 있다.

3.2 중첩법에 의한 모드 II의 응력장

$$\sigma_{rr}(r,\theta)=\frac{K_{II}^{\mu}}{\sqrt{2\pi}\,r^{(1-\mu)}}[1-(\frac{r_0}{r})^{(2\mu)}]f_{rr}(\mu,\theta)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r,\theta)=\frac{K_{II}^{\mu}}{\sqrt{2\pi}\,r^{(1-\mu)}}[1+(\frac{r_0}{r})^{(2\mu)}]f_{\theta\theta}(\mu,\theta)$$

$$\sigma_{r\theta}(r,\theta)=\frac{K_{II}^{\mu}}{\sqrt{2\pi}\,r^{(1-\mu)}}[1-(\frac{r_0}{r})^{(2\mu)}]f_{r\theta}(\mu,\theta)$$

여기서 K_{II}^{μ}는 응력강도계수이고, μ는 모드 II의 고유치이며 $\sin(2\mu\alpha)-\mu\sin(2\alpha)=0$로부터 구할 수 있다.

4. 결과 및 검토

4.1 응력성분의 비교분석

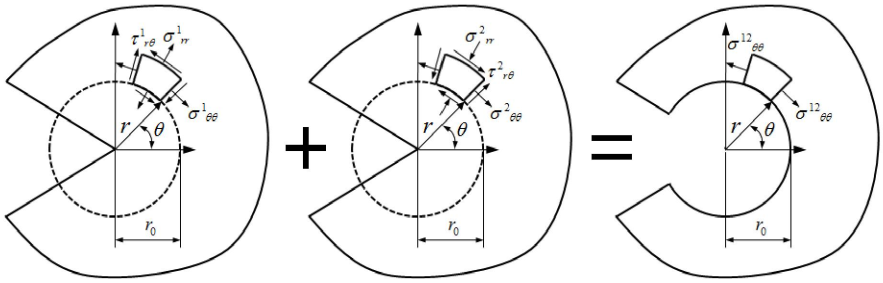
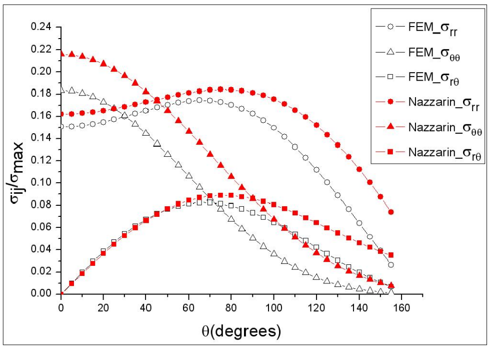
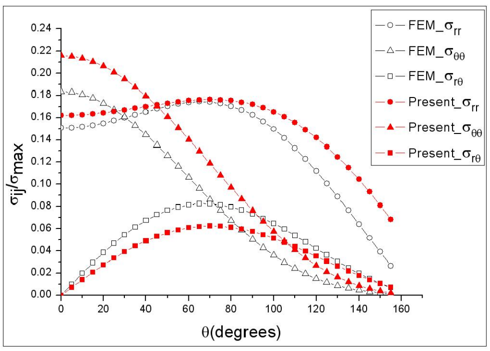


Fig. 2 Superposition method

유한요소해석 결과와 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1]의 결과 및 본 연구 결과의 응력성분을 비교 분석하였다. 비교분석하기 위한 모델은 $\alpha=180^{\circ}$, 160°, 135° 인 끝이 둥근 V-노치로 모드 I, II 하중에 대하여 유한요소해석하고 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1] 의 결과와 본 연구 결과를 비교하였다.



(a) Lazzarin's and FEM results($\alpha=180^{\circ}$)



(b) Present and FEM results($\alpha=180^{\circ}$)

Fig. 3 Comparison of Lazzarin's and present stress components for a blunt V-notch under mode I at $r=3\rho$ contour

$\alpha=180^{\circ}$ 인 경우는 $\theta=0^{\circ}$ 방향의 응력성분은 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1] 의 결과와 본 연구 결과가 완전히 일치하였다. $\alpha=165^{\circ}$, $\alpha=135^{\circ}$ 인 경우는 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1] 의 결과보다 본 연구 결과가 잘 일치하였다. 반경 $r=3\rho$에서 $\alpha=180^{\circ}$, $\alpha=165^{\circ}$, $\alpha=135^{\circ}$ 의 각각의 응력성분은 평균적으로 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1] 의 결과보다는 본 연구의 결과가 잘 일치함을 보였다.

한 예로서 Fig. 3은 반경3ρ에서 180° 모드 I의 응력값이다. (a)의 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1] $\sigma_{r\theta}$ 응력값이 0° 에서 60° 까지 거의 일치함을 보인다. (b)의 본 연구는 σ_{rr} 부분이 40° 에서 160° 구간이 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1]의 응력값보다 정확하고, $\sigma_{\theta\theta}$는 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1]의 응력값과 거의 일치한다. $\sigma_{r\theta}$ 는 0° 부터 80° 까지는 다소 차이가 발생하지만 쐐기각도 160° 도에 접근할수록 Filippi, Lazzarin과 Tovo[1]의 응력값보다 본 연구가 더 정확한 결과 값을 보인다.

5. 결론

뭉툭한 V-노치문제는 수식전개의 어려움으로 엄밀해를 구하기 힘들다. 뭉툭한 V-노치문제를 r_0의 원호 홈을 가지는 V-노치로 등가형상을 취하고 중첩법을 이용하여 보다 간단한 형태의 근사 응력장을 구하였다. 기존의 연구 결과와 비교해서 해의 정밀도가 높게 나타남을 볼 수 있었다.

참고문헌

1. Filippi S. Lazzarin P. and Tovo R., International Journal of solids and structures, 39,4543-4565,2002.
(이하생략)