

**BOD와 DO 거동 해석을 위한
수평 2차원 유한요소모형의 개발 및 검증**
Development and Verification of Horizontal 2-D Finite Element Model
For Analysis of BOD and DO Transport

서일원*, 최황정**, 송창근***
Il Won Seo, Hwang Jeong Choi, Chang Geun Song

.....
요 지

본 논문에서는 하천에 유입되는 오염물질 중 대부분을 차지하는 비보존성 오염물질의 확산거동을 분석하기 위해 2차원 수심 평균된 이송분산방정식에 유한요소법을 적용하였다. 수치모형 구성을 위해 SUPG(Streamline-upwind Petrov-Galerkin)법을 이용한 가중잔차법을 사용하였다. 모의대상 수질인자는 BOD와 DO이며, BOD 농도 결과가 DO 농도 계산에서의 입력 자료로 이용되도록 상호 연계를 형성하였다. 모형의 검증을 위하여 직사각형 수로에 선원으로 연속주입하여 얻은 수치해와 해석해를 비교하였다. 비교결과 수치해와 해석해의 결과가 서로 일치하는 것을 볼 수 있었다.

핵심용어 : 비보존성 오염물질, 이송분산방정식, 유한요소법, BOD, DO

1. 서 론

하천의 물속에 함유되어 있는 다양한 성분들 중 BOD와 DO는 수질관리에 매우 중요하다. 수중의 호기성 미생물이 유기물질을 분해할 때 사용하는 산소의 양을 생화학적 산소요구량(BOD)이라 하며, 수질규제 항목 중 가장 일반적으로 사용된다. 오염된 물의 BOD가 물속에 녹아 있는 산소량보다 많으면 산소가 부족하여 물속의 생물이 죽게 된다. 물속에 녹아 있는 산소의 양인 용존산소(DO)는 수온, 기압, 기타 조건에 따라 달라진다. 하천 상류의 깨끗한 물에는 거의 포화에 가까운 정도의 DO가 들어 있으나 도시폐수, 공장폐수 등 기타 썩을 수 있는 물질로 오염 되면 그 양이 줄어들게 된다. 그동안 비보존성 오염물질의 확산 거동에 대한 분석은 하천흐름의 일방향성에 의해 1차원적 모의가 주류를 이루었다. 하지만 국내 하천의 경우 오염원과 취수장이 동일 영역 내에 공존하기 때문에 2차원 수평거동을 예측할 수 있는 모형의 개발이 필수적이라 할 수 있다.

본 연구의 목적은 다양한 주입조건하에서 하천에 유입되는 비보존성 오염물질의 수평 2차원 확산거동을 모의할 수 있는 수치모형을 개발하고 이를 검증하는 것이다. 이를 위하여 수심 평균된 수평 2차원 이송분산방정식에 유한요소모형을 적용하였으며, 복잡한 하천 경계를 보다 정확히 재현할 수 있도록 삼각 및 사각 요소망의 혼용이 가능하도록 하였다.

* 종신회원 · 서울대학교 건설환경공학부 교수 · E-mail : seoilwon@snu.ac.kr
** 서울대학교 건설환경공학부 박사과정 · E-mail : hjeong@snu.ac.kr
*** 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 박사과정 · E-mail : bay680@snu.ac.kr

2. 수학적 모형

하천에 유입된 BOD는 이송과 분산에 의하여 혼합되는 한편, 용존산소를 이용하여 분해되어 질량이 감소된다. 용존산소도 이송과 분산에 의하여 혼합되는 한편, BOD의 분해작용에 따라 감소되며, 또한 폭기작용에 의해 질량이 증가되는 과정을 겪게 된다(그림 1).

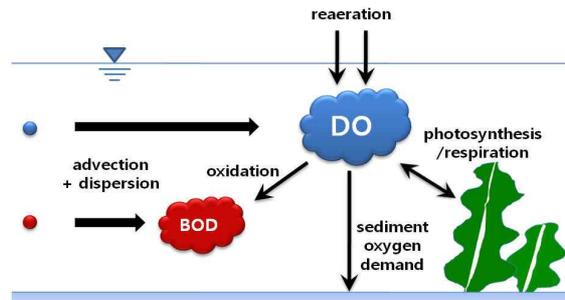


그림 1. BOD/DO 연계 시스템의 혼합 거동

2.1 2차원 이송분산방정식

하천 등 수심이 흐름방향 및 폭 방향의 길이 규모에 비해 작은 천수(shallow water)영역에 적용하기 위하여 수심 적분된 2차원 이송분산방정식에 반응항 S 를 결합한 식 (1)을 모형의 지배방정식으로 사용하였다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{xx} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 C}{\partial xy} + D_{yx} \frac{\partial^2 C}{\partial yx} + D_{yy} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - U \frac{\partial C}{\partial x} - V \frac{\partial C}{\partial y} + S \quad (1)$$

여기서, C 는 수심 적분된 오염물질의 농도이며, BOD의 경우 L 로 표시하고, 용존산소의 경우 O 로 표시한다. t 는 시간, x 는 주흐름 방향, y 는 x 방향과 직각인 하폭 방향을 나타낸다. U , V 는 각각 x , y 방향 수심평균 유속, D_{xx} , D_{xy} , D_{yx} , D_{yy} 는 분산계수의 텐서를 의미한다. D_{xy} 와 D_{yx} 항은 주 흐름 방향이 직교좌표계의 방향과 일치하지 않을 경우에 분산이 주 흐름방향을 따르도록 보정해 주는 역할을 하게 된다. S 는 비보존성 오염물질의 반응을 표현하는 항이다.

2.2 BOD/DO 연계를 위한 반응항

BOD와 DO에 대한 반응항은 각각 식 (2)와 식 (3)으로 표현하였다.

$$S_{BOD} = -k_1 L \quad (2)$$

$$S_{DO} = -k_1 L + k_2 (O_s - O) \quad (3)$$

여기서, k_1 은 탈산소계수이고 k_2 는 재포기계수이며, O_s 는 용존산소포화농도이다. 본 연구의 모의 대상 수질지표인 BOD와 DO는 탈산소계수와 재포기계수에 의해 반응성을 조정할 수 있다.

용존산소포화농도는 Elmore와 Hayes(1960), APHA(1985)은 수온의 영향만을 고려하려 용존산소 포화농도를 구할 수 있는 다양한 근사식을 제안하였다. 온도가 높아짐에 따라 용존산소포화농도는 점점 낮은 값을 갖게 되어 식 (4)와 같이 2차식으로 근사하여 적용하였다.

$$O_s = 13.943 - 0.3296T + 0.0037T^2 \quad (4)$$

3. 수치 모형

본 연구에서는 유한요소법의 여러 수치기법 중 SUPG(Streamline-upwind Petrov-Galerkin)법을 이용한 가중잔차법을 사용하여 2차원 이송분산 방정식에 BOD와 DO의 반응항을 적용한 수치 모형을 개발하였다. 선형 및 2차 형상함수를 적용하였으며, 불규칙한 하천의 형상을 보다 정확히 재현하기 위해 삼각 및 사각요소망의 혼용이 가능하도록 하였다. 시간미분항은 Crank-Nicolson방법을 이용하여 차분하였다(Pepper, 1992). 수치적분은 자연좌표계를 이용한 가우스 적분법을 이용하였다. 계산 프로그램으로는 프론탈 해법(frontal solution technique)을 사용하였다. 프론탈 해법은 요소별로 stiffness 매트릭스를 합치고 구성된 매트릭스방정식을 가우스 소거법으로 푸는 방법의 특수한 형태이며, 계산 시 저장 메모리 요구량과 대수 방정식을 푸는 횟수를 최소화하기 위하여 고안되었다.

오염물질 해석을 위한 모형의 계산과정을 나타낸 흐름도를 그림 2에 나타내었다. 실행파일인 'RC4' 파일에서 모의조건을 반영하고, 흐름자료와 지형자료를 이용하여 BOD 방정식을 먼저 풀고 변수 IPRE가 1이 되면 DO 방정식을 계산하여 연계모의를 마치게 된다. 시간 간격에 따라서 시작 시간부터 마지막 설정 시간까지 순차적으로 계산하여 마치는 구조이다.

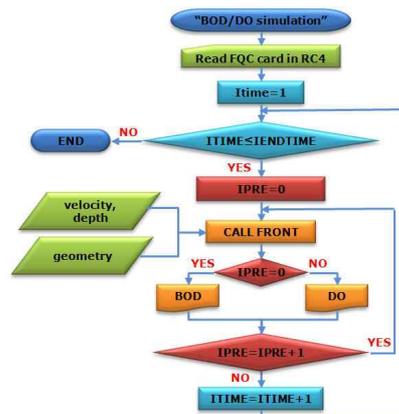


그림 2. BOD/DO 해석을 위한 흐름도

4. 모형의 검증

4.1 모의조건

모형의 검증을 위해서 수치모형에 사용된 격자는 561개의 절점과 500개의 요소를 가지는 직사각형 수로이다. 총 연장은 10 km이며, 절점 간의 거리가 200 m인 정사각형 요소를 가지는 검증영

역을 이용하였다. 모의조건은 해석해의 결과가 가장 안정적으로 나오는 값에서 선택하여 유속은 0.004 m/s, 분산계수는 0.1 m²/s인 경우에 대하여 표 1과 같이 k_1 과 k_2 을 달리하여 연속주입을 모의하였다.

표 1. 모형의 검증을 위한 모의조건

Case	L_0 (ppm)	k_1 (/day)	k_2 (/day)	U (m/s)	수온(°C)	D (m ² /s)
BD001	20	0.2	0.3	0.004	15	0.1
BD002			0.6			
BD003		0.4	0.3			
BD004			0.6			

BOD에 대한 정상상태에서의 1차원 이송분산방정식의 해석해인 식 (5)를 이용하였다. DO는 Streeter와 Phelps(1925)가 제시한 1차원 이송분산방정식의 정상상태의 해석해인 식 (6)을 적용하였다.

$$L = L_0 \exp\left[\frac{U}{2D}(1 - \alpha_r)x\right], \quad x \geq 0 \quad (5)$$

$$O = O_s - L_0 \frac{k_1}{k_2 - k_1} \left[\frac{\exp\left[\frac{U}{2D}(1 - \alpha_r)x\right]}{\alpha_r} - \frac{\exp\left[\frac{U}{2D}(1 - \alpha_a)x\right]}{\alpha_a} \right] \quad (6)$$

여기서 $\alpha_r = \sqrt{1 + 4k_1D/U^2}$, $\alpha_a = \sqrt{1 + 4k_2D/U^2}$ 이다. L_0 는 연속주입된 BOD의 농도이다.

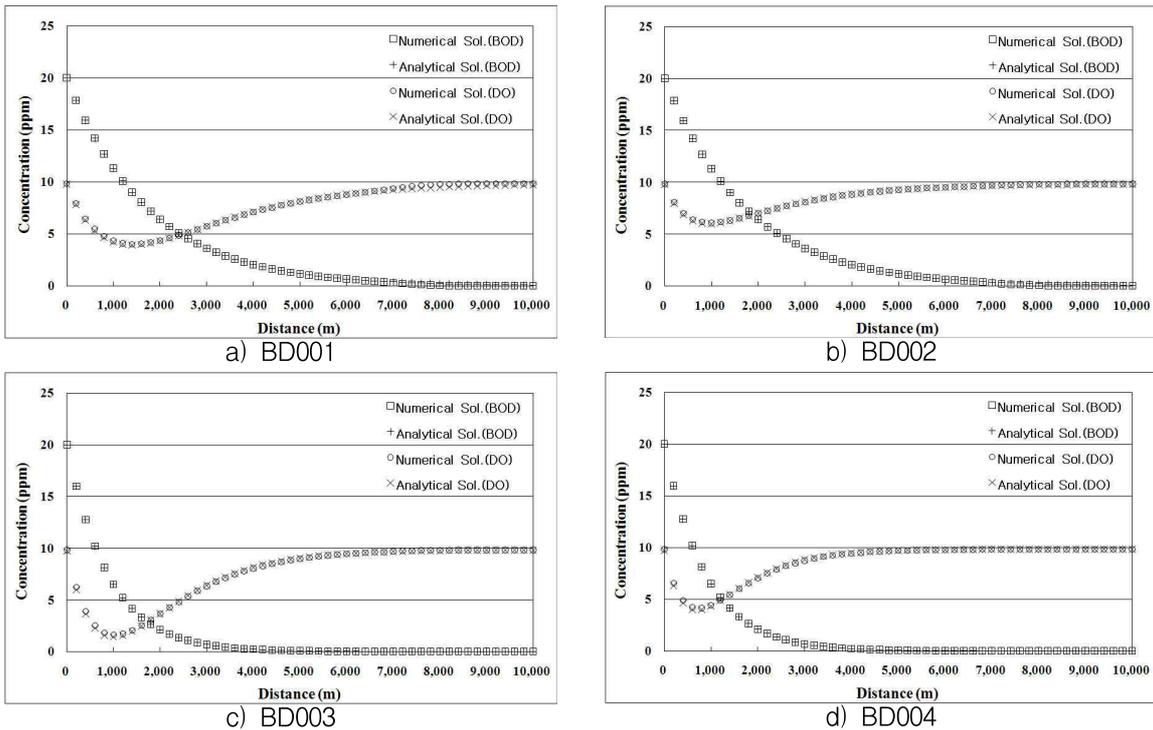


그림 3. 모의결과

4.2 모형의 적용

초기에 하천이 오염되지 않았다면 용존산소농도는 포화상태일 것이다. 만약 하천에 오염물질이 유입되면 그에 따라 수중의 유기물이 산소를 소모하여 수중 용존산소가 감소된다. 용존산소량이 감소됨에 따라 산소의 부족량을 보충하기 위해 수표면에서의 재폭기로 인하여 대기 중의 산소가 물속으로 유입되어 회복구간을 거쳐 다시 용존산소 포화농도에 도달한다.

오염물질을 선원주입하여 정상상태에 이르렀을 때 얻은 수치해와 식 (5)와 식 (6)에 의해 얻은 해석해를 비교하여 그림 3에 도시하였다. BOD 결과를 보면 k_1 이 0.2 /day인 BD001과 BD002 경우에는 하류단에서 약간의 차이를 보였으며, k_1 이 0.4 /day인 BD003과 BD004 경우에는 소수 2자리 이하의 값에서 약간의 차이가 발생할 정도로 매우 일치하였다. 용존산소 결과를 분석하면 용존산소농도곡선의 임계점 근처에서는 수치해가 조금 크게 나타났고, BD001 경우를 제외하고는 모두 하류단으로 갈수록 차이 발생하지 않는 것이 나타났다.

5. 결 론

본 연구에서는 BOD와 DO의 거동을 해석하기 위한 유한요소모형을 개발하였다. 유한요소법은 흐름경계가 복잡한 하천을 비정형격자망을 이용해 쉽고 정확하게 모의할 수 있는 장점이 있어서 이용되었다. 모형의 검증을 위해서 수치해와 해석해를 비교한 결과, 본 연구에서 개발한 수치모형이 BOD/DO의 거동을 잘 표현하는 것을 알 수 있었으나 보다 타당성 있는 검토를 위해서 수생식물의 호흡 등 다양한 인자들이 적용될 필요가 있다.

감 사 의 글

본 연구는 서울대학교 SIR BK21 (안전하고 지속가능한 사회기반건설)사업단과 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발 사업단의 연구비 지원(과제번호: 2-3-3; 과제명: RAMS 적용) 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다. 본 연구는 서울대학교 공학연구소에서 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. APHA(American Public Health Association) (1985). *Standard Methods for the Examination of Water and Waste Water*, 16th ed., Washington, D.C., pp. 874.
2. Elmore, G.M., Hayes, T.W.(1960). "Solubility of Atmospheric Oxygen in Water." Twenty-Ninth Progress Report of the Committee on Sanitary Engineering Research, *J. Sani. Eng. Division*, ASCE, Vol. 86, SA4, 41.
3. Pepper, D.W.(1992). *The finite element method*, Hemisphere P.C.
4. Streeter, H.W. and Phelps, E.B.(1925). "A Study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio River, III, Factors Concerned in the Phenomena of Oxidation and Reaeration." U.S. Pub. Health Serv., Pub. Health Bulletin No. 146, pp. 75. Reprinted by U.S., DHEW, PHA, 1958.