

최적화 기법을 이용한 1차원 부등류에서의 매닝조도계수 추정 Identification of Manning's Roughness in 1D nonuniform flow

이두한*, 이동섭**, 김명환***

Lee Du Han, Rhee Dong Sup, Kim Myounghwan

요 지

본 연구에서는 공간적 변수인 조도계수를 기지의 수위값을 이용하여 최적값을 결정하는 방법에 대해서 검토하고자 한다. 최적화 기법에 의한 조도계수는 기지의 수위값과 수치모의에 의한 결과 값의 전체 오차를 최소화하는 값으로 결정된다. 본 연구에서는 3가지 최적화 기법을 이용하였으며 가상 수로에 대해서 적용하였다. 수위계산은 표준축차법에 의해 수행하였으며 사용된 최적화 기법은 quasi-Newton 방법이다. 1차원 모형은 Matlab을 이용하여 표준축차법으로 구성하였으며 BFGS 기법, L-BFGS 기법, Steepest Gradient Descent 기법 등도 Matlab으로 구성하였다. 표준축차법은 조도계수가 입력되면 기지의 수위값과의 2-norm을 계산하도록 구성하였다.

계산 결과에 의하면 세가 기법 모두 20~23회 정도의 반복계산을 수행하고 값이 수렴되었는데, L-BFGS의 경우에는 정확하게 음수의 조도계수로 수렴하였으며, BFGS기법과 Steepest Gradient 기법의 경우에는 양의 값으로 정확하게 수렴하였다.

핵심용어 : 조도계수 최적화, quasi-Newton 방법, BFGS 기법, L-BFGS 기법

1. 서론

본 연구에서는 최적화 기법을 이용하여 1차원 하천모형에서의 매닝조도계수 추정방법을 제시하고자 한다. 조도계수는 공간적 편차가 큰 경우에는 결정하기 쉽지 않으며 일반적으로는 기지의 수위값을 이용하여 경험적 방법으로 결정된다. 본 연구에서는 공간적 변수인 조도계수를 기지의 수위값을 이용하여 최적값을 결정하는 방법에 대해서 검토하고자 한다. 최적화 기법에 의한 조도계수는 기지의 수위값과 수치모의에 의한 결과 값의 전체 오차를 최소화하는 값으로 결정된다. 본 연구에서는 3가지 최적화 기법을 이용하였으며 가상 수로에 대해서 적용하였다. 수위계산은 표준축차법에 의해 수행하였다. 본 연구에서 사용된 최적화 기법은 quasi-Newton 방법이다.

2. 적용 이론 및 방법

목적함수는 다음과 같이 설정하였다. 여기서 X 는 수위를 나타내며 W 는 가중치로서 구간의 길이비로서 나타낼 수 있다.

$$J(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \sum_i^M (X_i - X_i^{\text{obs}})^T W_{ii} (X_i - X_i^{\text{obs}})$$

* 정회원 · 한국건설기술연구원 하천해안항만연구실 수석연구원 · E-mail : dhlee@kict.re.kr

** 정회원 · 한국건설기술연구원 하천해안항만연구실 수석연구원 · E-mail : dsrhee@kict.re.kr

*** 정회원 · 한국건설기술연구원 하천해안항만연구실 연구원 · E-mail : narrowgate@kict.re.kr

적용된 최적화 기법은 BFGS 기법, L-BFGS 기법 및 Steepest Gradient Descent 기법 등 총 3가지이며 코드는 Matlab을 이용하여 구성하였다. Newton 방법은 최적값을 찾기 위해서 1차 도함수와 2차 도함수를 모두 사용하게 되는데 반하여 quasi-Newton 방법은 1차 도함수를 이용하여 2차 도함수를 계산하는 것으로 명시적으로 2차 도함수를 계산할 필요가 없는 방법이다. 다차원의 경우에는 gradient와 Hessian 행렬로 표현되는데 이 두가지 행렬을 모두 구하여야 하므로 차원이 높은 경우에는 상당한 시간과 저장공간이 필요한 방법이 Newton 방법이며, quasi-Newton 방법은 gradient 행렬만 계산하므로 Hessian의 계산이 필요없어서 계산 시간 및 저장공간이 절약되는 장점이 있다.

quasi-Newton 방법은 목적함수를 다음과 같이 전개하며 Hessian 대신에 B 행렬을 이용한다. B 행렬의 갱신 방법에 따라 다음 표와 같이 DFP, BFGS, Broyden, Broyden Family 및 SR1 등으로 구분된다.

$$f(x_k + \Delta x) \approx f(x_k) + \nabla f(x_k)^T \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^T B \Delta x$$

$$\Delta x_k = -\alpha_k B_k^{-1} \nabla f(x_k)$$

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$$

$$y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$$

Method	$B_{k+1} =$	$H_{k+1} = B_{k+1}^{-1} =$
DFP	$\left(I - \frac{y_k \Delta x_k^T}{y_k^T \Delta x_k}\right) B_k \left(I - \frac{\Delta x_k y_k^T}{y_k^T \Delta x_k}\right) + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T \Delta x_k}$	$H_k + \frac{\Delta x_k \Delta x_k^T}{y_k^T \Delta x_k} - \frac{H_k y_k y_k^T H_k}{y_k^T H_k y_k}$
BFGS	$B_k + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T \Delta x_k} - \frac{B_k \Delta x_k (B_k \Delta x_k)^T}{\Delta x_k^T B_k \Delta x_k}$	$\left(I - \frac{y_k \Delta x_k^T}{y_k^T \Delta x_k}\right)^T H_k \left(I - \frac{y_k \Delta x_k^T}{y_k^T \Delta x_k}\right) + \frac{\Delta x_k \Delta x_k^T}{y_k^T \Delta x_k}$
Broyden	$B_k + \frac{y_k - B_k \Delta x_k}{\Delta x_k^T \Delta x_k} \Delta x_k^T$	$H_k + \frac{(\Delta x_k - H_k y_k) y_k^T H_k}{y_k^T H_k \Delta x_k}$
Broyden Family	$(1 - \varphi_k) B_{k+1}^{BFGS} + \varphi_k B_{k+1}^{DFP}, \varphi \in [0, 1]$	
SR1	$B_k + \frac{(y_k - B_k \Delta x_k)(y_k - B_k \Delta x_k)^T}{(y_k - B_k \Delta x_k)^T \Delta x_k}$	$H_k + \frac{(\Delta x_k - H_k y_k)(\Delta x_k - H_k y_k)^T}{(\Delta x_k - H_k y_k)^T y_k}$

전체적인 계산 과정은 그림 1과 같은데 먼저 초기값을 가정하고 주어진 초기값에 의해 모형에서 수위를 계산한다. 수위 계산 모형에서 초기값에 미소값을 더하여 Jacobian과 민감도 행렬을 계산하여 조도계수를 업데이트하고 이 결과에서 norm을 계산하여 오차범위를 만족하지 못하며 조도계수를 업데이트하여 반복계산을 수행한다.

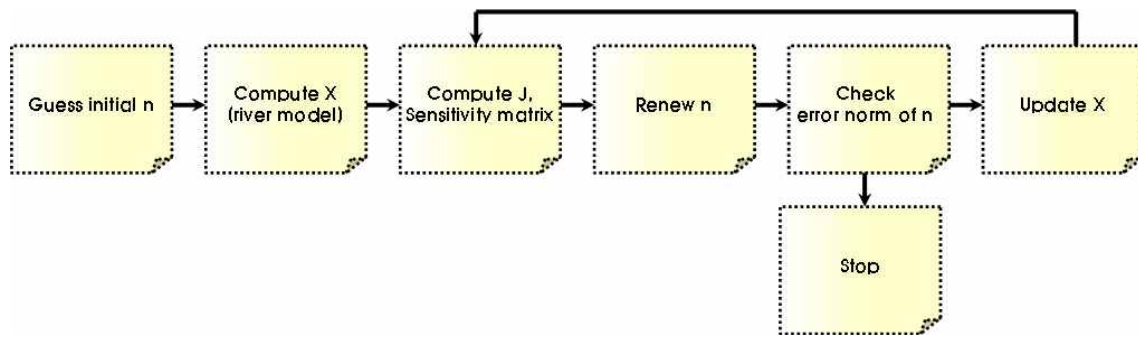


그림 1. 전체 계산과정

이를 위해서 1차원 모형은 Matlab을 이용하여 표준축차법으로 구성하였으며 BFGS 기법, L-BFGS 기법, Steepest Gradient Descent 기법 등도 Matlab으로 구성하였다. 표준축차법은 조도계수가 입력되면 기지의 수위값과의 2-norm을 계산하도록 구성하였다. 모형의 세부 구성은 그림 2 및 3과 같다.

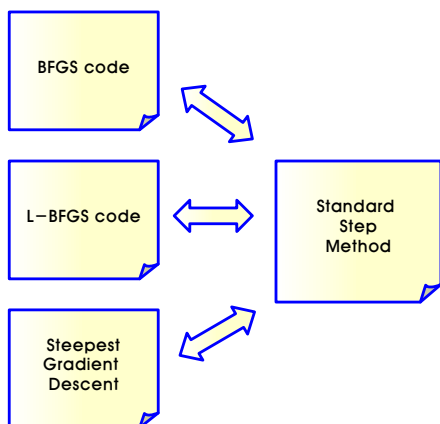


그림 2. 모형의 구성

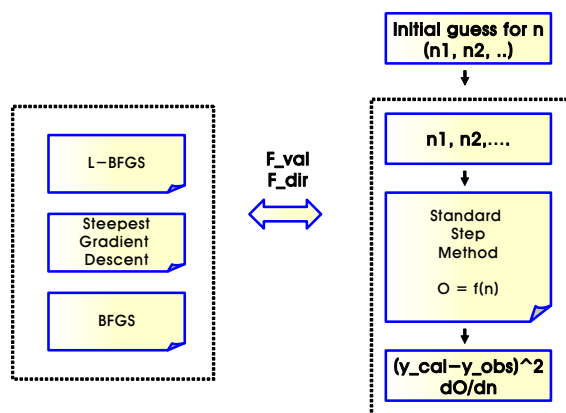


그림 3. 모형의 세부구성

3. 적용 결과

가상 수로에 조도계수를 4개 구간으로 나누어 계산을 수행하였다. 조도계수는 $n1=0.035$, $n2=0.025$, $n3=0.045$, $n4=0.068$ 등으로 주었으며 세가지 기법에서 모두 초기 n 을 모두 0.001로 가정하여 계산을 수행하였다. 계산 수행 결과 세가지 기법 모두 20~23회 정도의 반복계산을 수행하고 값이 수렴되었으며 그 값은 참값에 매우 근접하게 수렴하였다. 그러나 본 기법들이 제약조건이 없는 기법으로 L-BFGS의 경우에는 $n1=-0.035$, $n2=-0.0251$, $n3=-0.0449$, $n4=-0.068$ 등으로 정확하게 음수의 조도계수로 수렴하였다. 반면에 BFGS기법의 경우에는 양의 조도계수로 정확하게 수렴하였다. Steepest Gradient 기법의 경우에도 양의 값으로 수렴하였다.

반복계산과정에서의 수렴도는 그림 7과 같은데 세가지 기법 모두 유사한 수렴도를 나타내고 있다.

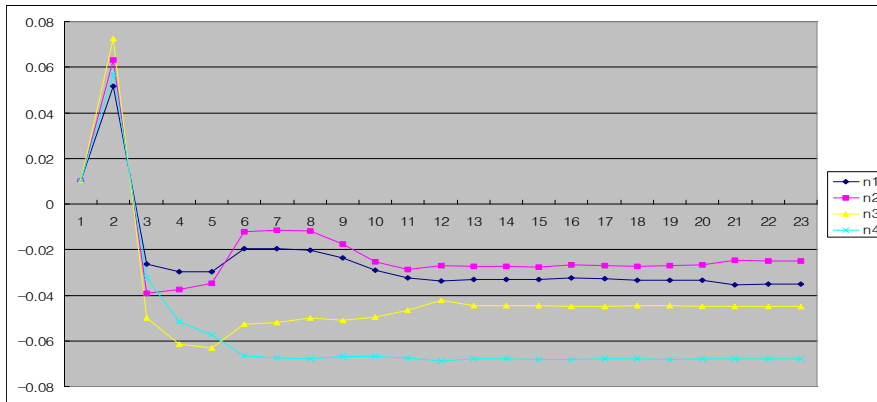


그림 4. L-BFGS에 의한 조도계수 추정 결과

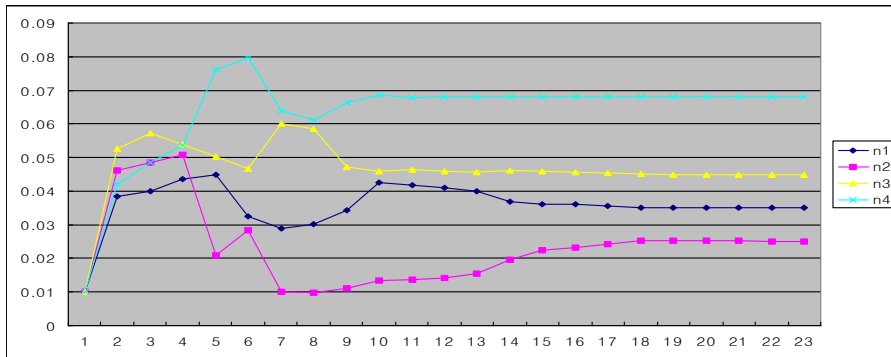


그림 5. BFGS에 의한 조도계수 추정 결과

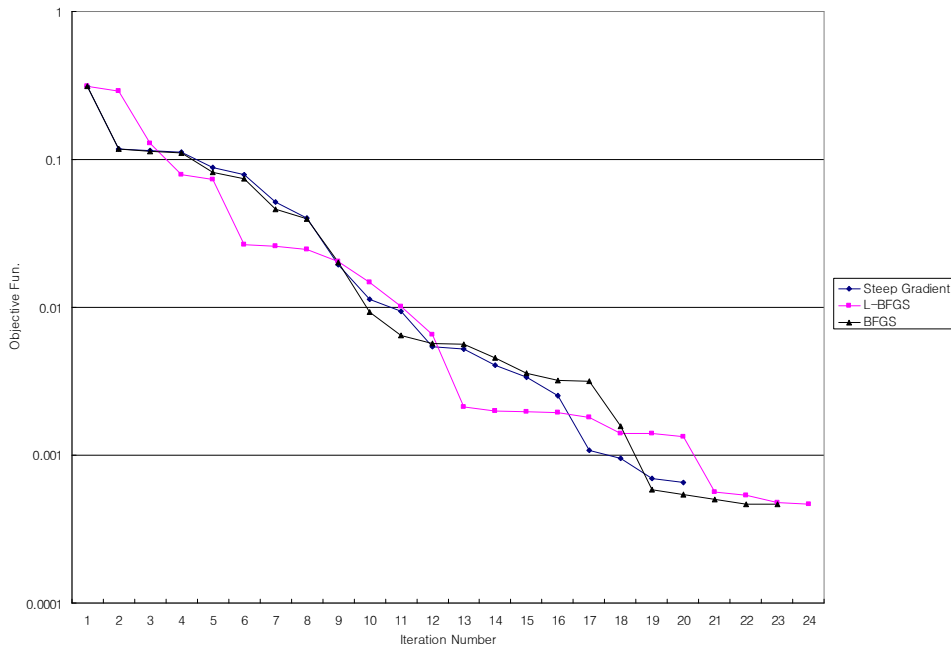


그림 6. 세가지 기법의 비교

4. 결론

본 연구를 통해서 Quasi-Newton 기법이 조도계수 추정에 이용될 수 있음을 확인하였으며 초기 조건에 따라 수렴여부가 결정됨을 확인할 수 있었다. 그러나 L-BFGS기법의 경우와 같이 음수의 조도계수가 산정될 수 있으므로 제한조건이 추가된 L-BFGS-B 기법 등의 적용도 검토해 볼 필요가 있음을 확인하였다. 여기서 이용된 최적화 기법을 1차원 모형과 결합하면 기지의 수위값 또는 흔적 수위가 있는 경우에 경험에 의한 불확실한 방법이 아닌 객관적이 조도계수를 추정할 수 있을 것으로 기대된다.

감 사 의 글

본 연구는 한국건설기술연구원 2009년 주요사업 다기능하천실험사업의 일부로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. R. Ramesh, Bithin Datta, S. Murty Bhallamudi, and A. Narayana, OPTIMAL ESTIMATION OF ROUGHNESS IN OPEN-CHANNEL FLOWS, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 126 No. 4, pp. 299-303.
2. Yan Ding Yafei Jia, and Sam S. Y. Wang, F.ASCE(2004), Identification of Manning's Roughness Coefficients in Shallow Water Flows, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 130 No. 6, pp. 501-510.