지형의 효율적 처리를 위한 혼합격자 적용 기법
Application of mixed mesh for flexible treatment of Topography

김병현*, 손인호**, 한건연***
Byung Hyun Kim, In Ho Son, Kun Yeun Han

요 지

지형이 불규칙한 자연하천에 대해 2차원 격자를 구성할 경우, 사각형 격자만을 사용한다면 지류와 본류의 합류부분에서 격자의 처리가 어려운 문제가 발생할 수 있으며, 삼각형 격자만을 사용하여 지형을 처리한다면 격자수가 많아져 계산시간이 다소 많이 소요되는 어려움이 존재할 수 있다. 혼합격자의 적용이 가능하다면 이러한 어려움은 어느정도 극복할 수 있다. 본 연구에서는 1차정확도 기법인 HLLC 기법을 적용하고, 지형이 복잡한 자연하천에 대한 격자처리의 유연성을 위해 삼각형 및 사각형 격자 그리고 이 두 격자가 혼용된 혼합격자의 적용이 가능한 2차원 유한체적모형을 개발하였다. 그리고 개발모형을 수리모형 실험을 통해 얻어진 실험자료가 존재하는 실험하도 및 실제 자연하천에서의 댐 붕괴에 대해 적용하여 결과를 비교하였다.

핵심용어 : 유한체적기법, 혼합격자, HLLC Riemann 근사해법, 자연하천

1. 서 론

자연에서 발생하는 대부분의 개수로 흐름은 그 현상이 매우 복잡하여 모든 흐름특성을 고려하여 해석하는 것은 어려운 일이다. 따라서, 복잡한 흐름 현상에 대한 단순화과정이 필요하며, 이를 위해 수체의 수평방향 크기가 수직방향의 크기보다 매우 크다는 개수로 흐름특성을 이용할 수 있다. 이러한 특성을 이용하여 유도된 비선형 천수방정식은 조수, 쓰나미, 홍수파 그리고 댐 붕괴파와 같은 자유수면을 갖는 개수로 흐름을 해석하기 위해 수치모형의 지배 방정식으로 널리 사용되고 있다. 천수방정식 해석을 위한 수치해석 기법에는 여러 가지가 존재하지만, 최근에는 보존형 천수방정식을 지배방정식으로 하는 유한체적법에 관한 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히 특성선 기반 상류이송 Godunov 형 유한체적기법은 각 지점의 특성선에 따라 공간차분을 변화시켜 주어 불연속 흐름 해석에 강력하면서도 정확한 해를 제공한다. 대표적인 특성선 기반 상류이송 유한체적기법으로는 Roe, Osher, HLL and HLLC 근사 Riemann 해법 등이 있다. 본 연구에서는 엔트로피 조건을 만족하는 결과를 제공하고, 파속 계산을 적절하게 적용한다면 마른바닥도 쉽게 처리가 가능한 HLLC 기법을 적용하였다.

2. 연구내용

본 연구에서는 하천흐름 및 홍수터의 범람 해석을 위해 삼각형 및 사각형 격자 그리고 이 두

* 정회원 · 경북대학교 건축토목공학부 BK21사업단 박사후연구원 · E-mail : hydrobk@knu.ac.kr
** 정회원 · 경북대학교 건축토목공학부 박사과정 · E-mail : chunma9@nate.com
*** 정회원 · 경북대학교 건축토목공학부 교수 · E-mail : kshanj@knu.ac.kr

격자가 조합된 혼합격자의 적용이 가능한 2차원 유한체적 모형을 개발하였다. 지금까지 천수방정식 해석을 위한 유한체적모형은 주로 가상하도 및 실험하도와 같은 비교적 단순한 지형에 대해 삼각형 혹은 사각형 격자만 적용하여 모형의 정확성을 높이는데 주안점이 있었다. 단순한 지형에 대해서는 혼합격자로 구성하지 않더라도 격자의 구성은 크게 어렵지 않다. 하지만, 자연하천과 같은 복잡한 지형에 대해 단순격자만을 이용하여 지형을 구성하기 위해서는 여러 가지 어려움이 따른다. 따라서 본 연구에서는 복잡한 지형의 유연한 처리를 위하여, 차원비분리 기법과 HLLC 해법을 이용하여 혼합격자의 적용이 가능한 2차원 유한체적모형을 개발하였다.

2.1 지배방정식

보존변수로 이루어진 2차원 천수방정식을 벡터형태로 나타내면 Eq. (1)과 같다.

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = S(U) \tag{1}$$

여기서, U는 보존변수, $F(U)$, $G(U)$는 각각 x 및 y방향의 흐름율 그리고 $S(U)$는 생성항으로 Eq. (2)와 같다. S_0는 하상경사로 S_f는 마찰경사를 나타낸다.

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix},\ F(U) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}(gh^2) \\ huv \end{bmatrix},\ G(U) = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}(gh^2) \end{bmatrix}, S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

2.2 유한체적기법

유한체적기법은 보존방정식의 적분형태를 기본으로 하며, 임의 지배체적 V에서의 적분형 방정식에 발산정리(divergence theorem)를 이용하면, Eq. (3)과 같은 본 연구에서 적용하고자 하는 기본방정식을 구할 수 있다.

$$\iint_V \frac{\partial U}{\partial t} dA + \int_{dV} E \bullet n\ dl = \iint_V S\, dA \tag{3}$$

여기서, $E = [F, G]^T$로 흐름율 벡터, $d\Omega$는 유한체적 V의 경계, n은 $d\Omega$의 수직방향 외향단위벡터, dl은 경계면의 길이 그리고 $E \bullet n$은 경계면을 가로지르는 법선방향 흐름율이다. 보존변수 벡터 U는 한 격자 내에서는 일정한 값을 가지는 것으로 가정하면 Eq (3)의 기본적인 유한체적기법의 벡터방정식은 Eq. (4)와 같이 이산화 할 수 있다.

$$A\frac{dU}{dt} + \sum_{m=1}^{M} E_n^m L^m = AS \tag{4}$$

여기서, A는 격자의 면적, m은 격자 경계면을 표현하는 지수, M은 격자 경계면의 수, E_n^m은 두 개의 인접한 격자를 분할하는 경계면 m을 가로지르는 흐름율 벡터이다.

2.3 L자형 실험하도에 대한 댐 붕괴 해석

1997년에 CADAM은 L자형 개수로에 장방형 저수지를 연결하여 댐 붕괴 실험을 실시하였다. 실험하도는 직사각형 저수지와 90°의 만곡부를 가진 하도로 구성되어 있으며 저수지와 하도는 수문으로 분리되어 있어, 수문이 급작스럽게 개방되면서 댐 붕괴파를 형성하게 된다. 실험 및 모의 조건으로 먼저 저수지의 초기수위는 $0.2m$, 하도의 초기수위는 $0.0m$인 마른하도 조건이며, 경계조건으로 상류단은 닫힌 경계조건을, 하류단은 열린 경계조건으로 지정하였다. Manning 조도계수는 0.015, CFL은 0.9, 계산시간은 댐 붕괴 후 40초까지 그리고 그림 1에서 보는 바와 같이 삼각형 및 사각형 격자가 혼합된 3531개의 격자로 구성하여 모의를 수행하였다. 1초 및 10초에서의 모의결과인 유속분포도를 그림 2에 나타내었다.

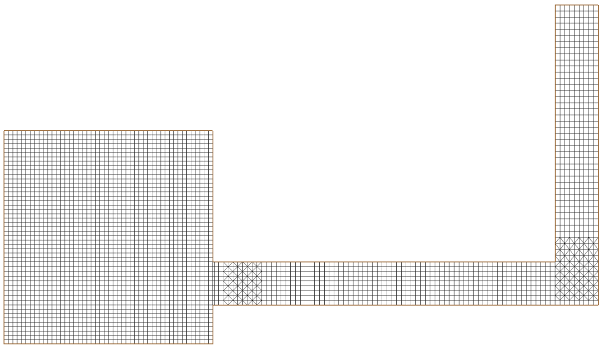
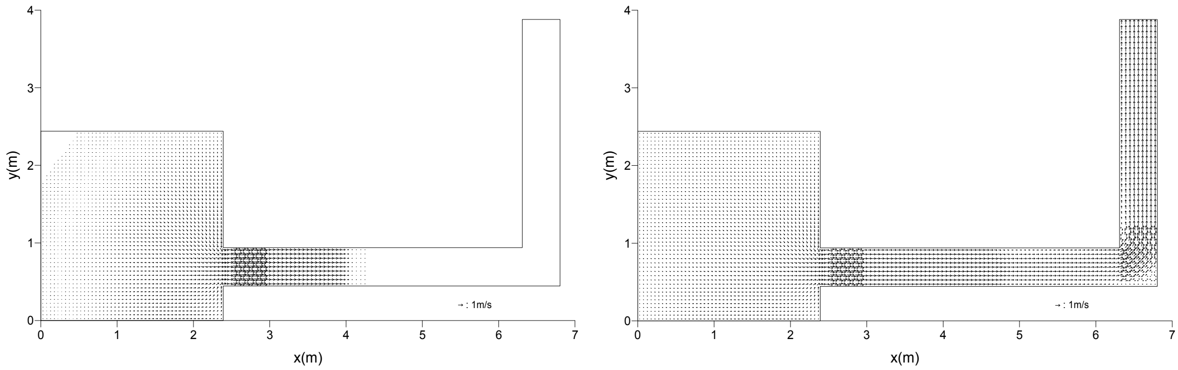


그림 1. 모의를 위한 혼합격자 구성



(a) 1초 (b) 10초

그림 2. 유속분포도

2.4. 자연지형에 대한 적용

자연지형에 대한 혼합격자의 적용기법을 검증하기 위해서 현장자료가 존재하는 Malpasset 댐 붕괴에 대해 개발모형을 적용하였다. Malpasset 댐은 1959년 12월 2일 붕괴되어 421명의 사상자가 발생하였다. 그림 3은 Malpasset 댐 및 하류지역에 대한 지형고 및 모의를 위한 혼합격자의 구성을 보여준다. 본 연구에서는 Malpasset 댐 붕괴 모의를 위해 15850개의 삼각형 및 사각형 격자로 구성하였다. 저수지로의 유입유량은 댐 붕괴 유량에 비해 매우 적으므로 고려하지 않았다. 따라서 상류부 경계조건은 유입유량이 없는 닫힌 경계조건으로 지정하였으며, 하류부 경계조건은 해안으로 홍수파가 흘러 들어가는 자유유출 경계조건으로 지정하였다. 저수지의 초기수위는 100m 로 설정하였으며, 댐 하류부의 초기수심은 0.0m 로 지정하여 마른하도로 모의하였다. 댐 그리고 Manning 조도계수는 모든 계산영역에 대해 0.033으로 일정하게 설정하였다. 그림 4는 댐이 붕괴되고 5분 후에 홍수파의 전파양상을 3차원적으로 보여준다.

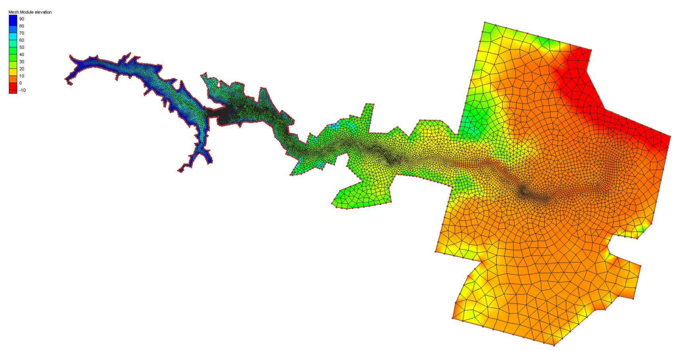


그림 3. 지형고 및 혼합격자의 구성

그림 4. 댐 붕괴후 5분 후의 범람양상

3. 결 론

본 연구에서는 HLLC 근사 Riemann 해법 및 차원비분리 기법을 적용하여 삼각형 및 사각형 혼합격자의 적용이 가능한 2차원 유한체적 모형을 개발하였다. 개발모형을 실험자료가 존재하는 L자형 실험하도에 대한 댐 붕괴 해석에 적용하고, 모의결과를 실험자료와 비교하여 개발모형의 정확성을 검증하였다. 그리고 자연하천인 Malpasset 댐 붕괴에 대한 모의를 수행하고 적용결과를 현장조사자료 및 실험자료와 비교하여 자연하천에 대한 적용기법의 정확성 및 적용성을 검증하였다. 따라서 본 개발모형은 단순한 지형뿐만 아니라 복잡한 지형에 대해서도 혼합격자의 적용이 가능하여, 자연하천에 대한 2차원 흐름 및 범람모의를 위해서 효율적이면서 유연하게 격자 처리를 할 수 있다. 향후 혼합격자에 대한 고차정확도 기법을 개발 및 적용하여 모형의 정확도를 개선을 위한 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 건설기술혁신사업(08기술혁신F01)에 의한 차세대홍수방어기술개발연구단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

김병현, 한건연, 김지성 (2009). “Unsplit 기법을 적용한 흐름율과 생성항의 처리기법”. 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회. Vol. 42, No.12, pp.1079-1089

Goutal, N. and Maurel, F. (1997). Proceedings of the 2nd workshop on dam break wave simulation, HE43/97/016/ Harten, A. (1983). “High resolution schemes for hyperbolic conservation laws.” *Journal of Computational Physics*, ELSEVIER, Vol. 49, No.3, pp. 357-393.

Loukili, Y., and Soulaimani, A. (2007). “Numerical Tracking of Shallow Water Waves by the Unstructured Finite Volume WAF Approximation.” *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics,* Vol. 8, No. 2, pp. 75-88.

Valiani, A., Caleffi, V., and Zanni, A. (2002), “Case Study: Malpasset Dam-Break Simulation using a Two-Dimensional Finite Volume Method.“ *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 5, pp.460-472.