

벽면경계조건이 천수흐름 유속분포에 미치는 영향

Effects of Wall Boundary Condition on Velocity Distribution of Shallow Water Flow

서일원*, 송창근**

Il Won Seo, Chang Geun Song

요 지

RMA-2, Telemac-2D, River2D 등 기존의 대부분 국내외 상용모형에서는 내부 경계인 하천구조물과 외부 경계인 측벽에서의 경계조건을 활동조건(slip condition)으로 가정하여 흐름장을 계산하였다. 그러나 실제로 벽면에서는 마찰력에 의해 흐름이 존재하지 않는 무활조건(no slip condition)이 물리적으로 타당하다. 따라서 본 연구에서는 내부구조물인 교각이 존재하는 영역에서의 수평 2차원 유속분포를 구하기 위해 천수방정식을 Galerkin법과 Newton-Raphson법에 의해 이산화한 수치모형을 개발하였다. Yulistiyanto 등(1998)이 수치모의 및 수리실험에 사용한 조건을 채택하여 벽면에서의 접선방향 유속이 존재하는 활동조건과 벽면에서 유속이 없는 무활조건을 부여하고 교각을 포함한 수로에서 유속, 수위 및 전단분포를 해석하였다. 활동경계조건을 적용한 경우 교각 표면을 따라 큰 유속이 분포하고 후면에서도 관성력에 의해 흐름방향 유속이 두드러지게 나타났으나 무활조건을 적용한 경우 교각 후면에서 와가 형성되고 후류현상이 두드러지게 나타났다. 무활조건을 적용한 경우 교각 전면부에서는 선수파(bow wave)가 4 cm 정도 높게 나타났으며 교각 측면부에서는 2 cm 높게 나타났다. 반면 교각 후면에서는 후류의 영향으로 수면이 2 cm 낮게 분포하였다. 교각부에 작용하는 전단력을 분석한 결과 무활조건을 적용한 경우가 활동조건을 적용한 경우에 비해 최대 6배 높은 전단력이 나타났다.

핵심용어 : 활동조건, 무활조건, 교각, Galerkin, 전단력

1. 서 론

RMA-2, Telemac-2D, River2D 등 기존의 대부분 국내외 상용모형에서는 내부 경계인 하천구조물과 외부 경계인 측벽에서의 경계조건을 활동조건(slip condition)으로 가정하여 흐름장을 계산하였다. 그러나 실제로 벽면에서는 마찰력에 의해 흐름이 존재하지 않는 무활조건(no slip condition)이 물리적으로 타당하다. 따라서 본 연구에서는 내부구조물인 교각이 존재하는 영역에서의 수평 2차원 유속분포를 구하기 위해 Galerkin법에 의한 유한요소모형을 개발하고 벽면에서의 경계조건을 활동조건과 무활조건으로 부여하여 벽면경계조건에 따른 천수흐름 유속분포를 해석하였다. 또한 구해진 유속장에 의해 교각에 작용하는 전단력을 계산하여 벽면경계조건의 적용에 따른 차이점을 분석하였다.

* 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 교수 · E-mail: seoilwon@snu.ac.kr

** 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 박사수료 · E-mail: bay680@snu.ac.kr

2. 벽면경계조건 및 수치모형

하천 및 수로에서 흐름해석을 하는 경우 벽면 경계조건은 좌안과 우안 및 내부 구조물에 적용된다. 유한요소모형에서는 내부 및 외부 경계에서의 유속성분을 접선방향과 법선방향으로 구분하여 계산한다. 그림 1과 같은 지형의 경우 C점에서의 유속성분을 구하려면 다음 식과 같이 절점 C를 포함하는 요소의 형상함수(ϕ_C)의 편미분에 의해 구할 수 있다 (Pinder와 Gray, 1977).

$$n_x = \frac{\int_{I+II+III} (\partial\phi_C/\partial x)dA}{\left\{ \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_C/\partial x)dA \right]^2 + \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_C/\partial y)dA \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (1a)$$

$$n_y = \frac{\int_{I+II+III} (\partial\phi_C/\partial y)dA}{\left\{ \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_C/\partial x)dA \right]^2 + \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_C/\partial y)dA \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (1b)$$

이를 이용하면 직교좌표계 상의 유속 (u, v)과 회전좌표계 상의 유속(u_n, u_τ)은 다음의 관계를 갖는다 (Engelman과 Sani, 1982).

$$u_n = n_x u + n_y v \quad u_\tau = -n_y u + n_x v \quad (2)$$

따라서 벽면에서의 접선방향 유속만이 존재하는 활동경계조건을 이용하는 경우 식 (2)에서 $u_n = 0$ 이 부여되며 벽면에서의 접선 및 법선방향 유속이 모두 0인 무활조건을 적용하는 경우에는 $u_\tau = u_n = 0$ 을 적용한다.

본 연구에서는 벽면 경계조건에 따른 천수흐름 유속분포를 해석하기 위해 다음과 같은 비보존형 천수방정식을 지배방정식으로 선정하였다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial u}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -g \frac{\partial(H+h)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - gn^2 \frac{u_i \sqrt{u_j u_j}}{h^{4/3}} \quad (3b)$$

위 식에서 u_i 는 i 가 1인 경우에는 x 방향 수심평균 유속, i 가 2인 경우에는 y 방향 수심평균 유속을 의미하며 ν_{ij} 는 텐서 형태의 난류점성계수, n 은 조도계수, H 와 h 는 기준선으로부터 하상까지의 거리와 수심을 나타낸다. 식 (3)을 Galerkin법과 Newton-Raphson법에 의해 이산화하였으며 지배방정식의 구성, 수치모형의 유도과정과 수치기법 등은 서일원과 송창근(2009)에 자세히 기술하였다.

3. 수치모의 조건 및 결과

본 연구에서는 벽면에서의 접선방향 유속이 존재하는 활동조건과 벽면에서 유속이 없는 무활

조건에 따른 교각에서의 유속, 수위 및 전단분포를 해석하기 위해 표 1과 같은 수치모의 조건을 적용하였다. 이 조건은 Yulistiyanto 등(1998)이 수치모의 및 수리실험에 사용한 조건으로 교각 직경(D) 0.22 m, 상류단 유량(Q) 0.248 cms, 하류단 수심(h_{∞}) 0.185 m, 수로 경사(S_0) 6.25×10^{-4} , 조도계수 0.012 $m^{-1/3}s$, Re 수는 1.24×10^5 이며 활동조건을 SL, 무활조건을 NS으로 칭하였다. 수치모의를 위한 격자망은 그림 2와 같이 1,912개의 절점과 1,835개의 삼각 및 사각 요소망으로 구성하였으며 무활조건을 보다 정확히 재현하기 위해 벽면 근처에서는 조밀한 격자를 구성하였다.

표 1. 수치모의 조건

구분	D	Q	h_{∞}	S_0	n	Re	벽면조건
SL	0.22 m	0.248 cms	0.185 m	6.25×10^{-4}	$0.012 m^{-1/3}s$	1.24×10^5	활동조건
NS							무활조건

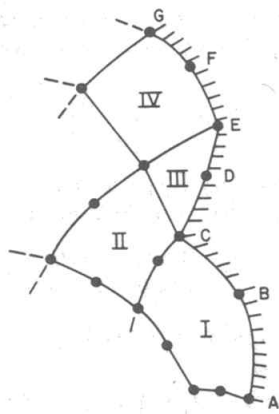


그림 1. 불연속 벽면경계

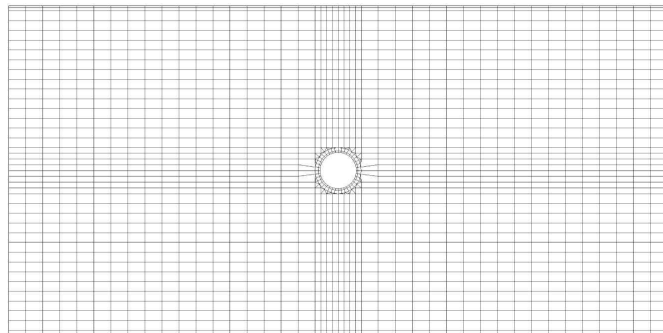


그림 2. 수치모의에 적용된 격자망

표 1의 수치모의 조건에 의해 계산된 유속장을 그림 3과 4에 도시하였다. 그림 3은 유속벡터도를 나타낸 것으로 NS의 경우 교각 측면부를 지나는 유속이 SL의 경우에 비해 크게 나타났으며 교각 후면부에서는 무활조건에 의한 흐름의 분리 현상이 잘 나타났다. 이는 교각 부근에서의 유선 분포를 도시한 그림 4에서 더욱 잘 확인할 수 있다. SL의 경우 교각 표면을 따라 큰 유속이 분포하고 후면에서도 관성력에 의해 흐름방향 유속이 두드러지게 나타났으나 NS의 경우 무활조건에 의해 교각 후면에서 와가 형성되고 후류현상이 두드러지게 나타났다.

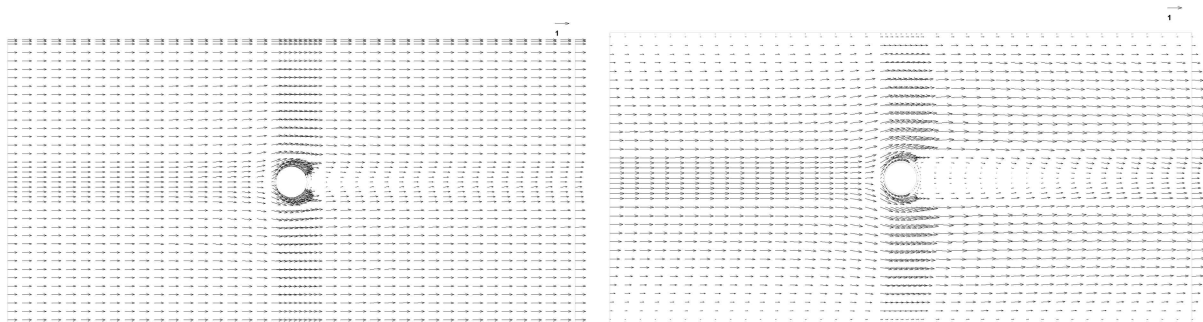


그림 3. 유속벡터도 (좌:SL, 우: NS)

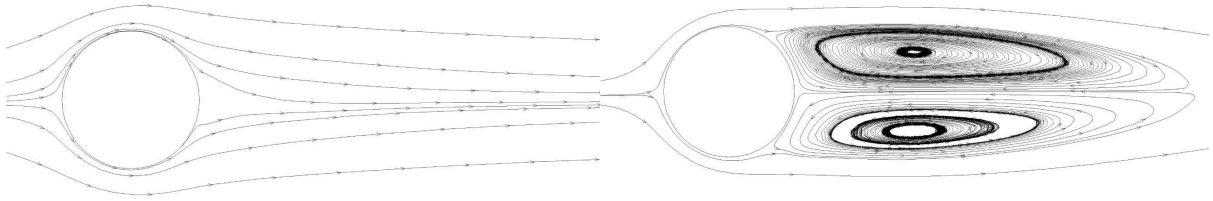


그림 4. 교각 부근에서의 유선 분포(좌:SL, 우: NS)

수치모의에 의한 등수심도 결과를 그림 5에 수록하였다. NS의 경우 무활조건에 의한 교각 주위에서의 흐름의 분리현상이 SL에 비해 더욱 두드러지므로 선수파(bow wave)가 4 cm정도 높게 나타났으며 교각 측면부에서는 2 cm 높게 나타났다. 한편 교각 후면에서는 후류의 영향으로 SL에 비해 수면이 2 cm 낮게 분포하였다.



그림 5. 등수심도(좌:SL, 우: NS)

그림 3에서 구한 유속장과 식 (4)를 이용하여 교각부에 작용하는 전단력을 그림 6에 도시하였다.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (4)$$



그림 6. xx방향 전단력(좌:SL, 우: NS; 단위: N/m²)

전단력은 유속경사에 비례하므로 무활조건을 적용한 NS의 경우가 SL에 비해 매우 크게 나타났다. xx 방향 전단력은 SL의 경우 $-25.6 \sim 20.6 \text{ N/m}^2$, NS의 경우 $-164.1 \sim 49.8 \text{ N/m}^2$ 의 크기를 가졌으며 원형교각의 형태에 의해 방사방향으로 크게 나타났다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 천수방정식을 Galerkin법과 Newton-Raphson법에 의해 이산화한 수치모형을 개발하여 벽면에서의 접선방향 유속이 존재하는 활동조건과 벽면에서 유속이 없는 무활조건에 따른 교각에서의 유속, 수위 및 전단분포를 해석하였다. 활동경계조건을 적용한 경우 교각 표면을 따라 큰 유속이 분포하고 후면에서도 관성력에 의해 흐름방향 유속이 두드러지게 나타났으나 무활조건을 적용한 경우 교각 후면에서 와가 형성되고 후류현상이 두드러지게 나타났다. 무활조건을 적용한 경우 교각 전면부에서는 선수파(bow wave)가 4 cm정도 높게 나타났으며 교각 측면부에서는 2 cm 높게 나타났다. 반면 교각 후면에서는 후류의 영향으로 수면이 2 cm 낮게 분포하였다. 교각부에 작용하는 전단력을 분석한 결과 무활조건을 적용한 경우가 활동조건을 적용한 경우에 비해 최대 6배 높은 전단력이 나타났다.

감 사 의 글

본 연구는 서울대학교 SIR BK21 (안전하고 지속가능한 사회기반건설)사업단과 서울대학교 공학연구소 및 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발 사업단(과제번호: 2-3-3; 과제명: RAMS 적용)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

1. 서일원, 송창근(2009). 천수흐름 해석을 위한 2차원 유한요소모형의 개발, 대한토목학회 논문집, 30(2B), pp. 199-209.
2. Engelman, M. S., and Sani, R. L.(1982) The implementation of normal and/or tangential boundary conditions in finite element codes for incompressible fluid flow, International Journal for Numerical Methods in Fluid, 2, pp. 225-238.
3. Pinder, G. F. and Gray, W. G.(1977) Finite element simulation in surface and subsurface hydrology, ACADEMIC PRESS.
4. Yulistiyanto, B., Zech, Y. and Graf, W. H.(1998) Flow around a cylinder: shallow water modeling with diffusion-dispersion, Journal of Hydraulic Engineering, 124(4), pp. 419-429.