



깊은 수심을 전파하는 파랑해석해

Analytical Wave Solution Propagating over Deeper Water

정태화
국립한밭대학교

Jung Tae-Hwa
Hanbat National Univ.

요약

축대칭 함몰지형 위를 진행하는 확장형 환경사 방정식의 해석해를 유도하였다. 변수분리법을 이용하여 지배방정식을 상미분방정식으로 만들었으며, 파속과 군속도로 표현되는 계수들은 Hunt(1979)의 근사식을 이용하여 양함수의 형태로 표현하였다. 마지막으로 Frobenius기법을 이용하여 확장형 환경사방정식의 해를 유도하였다.

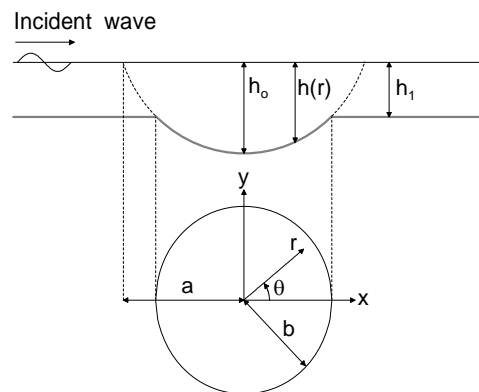


I. 서론

심해에서 발생하여 연안으로 진입하는 파를 해석하는 일은 연안에서 발생하는 여러 가지 공학적인 문제를 해결하기 위해 매우 중요한 일이다. 이러한 파를 해석하기 위하여 지금까지 많은 방법들이 제시되어 왔다. 그 중에서 대표적인 방법이 해석해를 이용하는 방법이다. 해석해라는 것은 주어진 지배방정식을 유한요소법이나 유한차분법과 같은 수치기법을 사용하지 않고 수학적 기법만을 이용하여 해를 구하는 방법이다. 해석해의 경우 복잡한 지배방정식을 간편화시키기 위하여 많은 가정들을 사용하므로 상대적으로 제한된 경우에만 적용할 수 있다는 단점이 있지만 수치기법을 사용하지 않기 때문에 수치오차가 발생하지 않으며 빠르고 간편하게 해를 구할 수 있다는 장점이 있다. 해석해에 관한 연구는 다양한 학자들에 의해 수행되었다[1][3]. 그러나 대부분의 연구는 장파의 가정을 사용하면서 완만한 경사를 가진 지형에만 적용이 가능하기 때문에 적용상에 제약이 많이 있는 편이다. 따라서 본 연구에서는 이러한 제약 사항을 극복하여 급격한 경사를 가지는 심해영역에서도 적용이 가능한 해석해를 유도하였다.

II. 수학적 모델

해석해를 유도하기 위하여 그림 1과 같은 축대칭 함몰지형을 고려하였다. 함몰지형 내부에서의 수심은 원점에서 가장 큰 수심 h_0 을 가지며 $h = h_0(1 - r^\alpha/a^\alpha)$ 의 관계식에 의해 꾸준히 증가하여 일정수심영역에서 h_1 이 된다.



▶▶ 그림 1. 함몰지형의 지형도

이 지형에 관한 식을 환경사 방정식에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있으며

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + \left[\sigma^2 \frac{C_g}{C} + f_1(kh) \nabla^2 h g + f_2(kh) (\nabla h)^2 g k \right] \eta = 0 \quad (1)$$

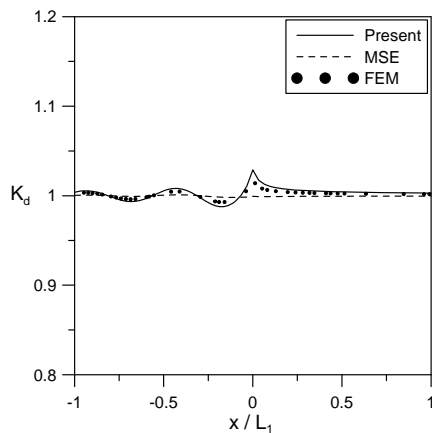
식 (1)을 극좌표계로 바꾼 다음에 Frobenius기법을 사용하면 해석해를 구할 수 있다. Frobenius 기법을 사용하기 위하여 식 (1)의 미분방정식의 계수들을 다음과 같은 급수형태로 표현하였다.

$$f_1(kh) = \sum_{s=0}^{\infty} a_s r^s = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + \dots \quad (2)$$

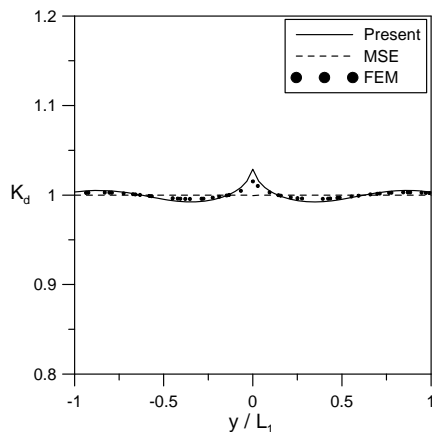
$$f_2(kh)k = \sum_{s=0}^{\infty} b_s r^s = b_0 + b_1 r + b_2 r^2 + \dots \quad (3)$$

III. 결과분석

본 연구에서 유도한 해석해의 결과를 그림 2와 같이 수치모델과 비교해보았다.



(a)



(b)

▶▶ 그림 2. 해석해와 수치모델의 비교

그림에서 보는바와 같이 본 연구에서 유도한 해석해와 수치해는 동일한 위상변화를 보이는 반면에 환경사방정식의 해는 반대의 양상을 보이며 큰 오차를 보인다는 것을 알 수 있다.

IV. 결론

본 연구에서는 축대칭 함몰지형 위를 통과하는 파의 변형에 관한 확장형 환경사 방정식의 해석해를 유도하였다. 변수분리법 및 Frobenius 기법 등을 사용하여 해석해를 유도하였으며 유도된 해석해를 수치모델과 비교한 결과 매우 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

■ 참고 문헌 ■

- [1] Homma, S., "On the behavior of seismic sea waves around circular island," *Geophysics Management*, XXI, pp. 199-208.
- [2] Hunt, J.N., "Direct solution of wave dispersion equation," *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 105, pp. 457-459.
- [3] Yu, X. and Zhang, B., "An extended analytic solution for combined refraction and diffraction of long waves over circular shoals," *Ocean Engineering*, Vol. 30, pp. 1253-1267.