제로터 유압 모터의 용량에 관한 연구
An Analysis on Volumetric Displacement of Hydraulic Gerotor Motor

김대명 · 함영복 · 김성동
D. M. Kim, Y. B. Ham and S. D. Kim

Key Words: Volumetric displacement(배제용적), Energy conservation(에너지 보존), Torque equilibrium(토크 평형), Gerotor hydraulic motor(제로터 유압 모터)

Abstract: It is hard and complex to analytically derive a volumetric displacement formula of a gerotor hydraulic motor because geometric shape of its rotors is complicate. An analytical method about the volumetric displacement is proposed in this work, which is relatively easy and based upon two physical concepts. The first one is energy conservation between hydraulic input energy of the motor and mechanical output energy. The second concept is torque equilibrium with respect to inner and outer rotors. The proposed formula about the volumetric displacement is verified by comparing an analytical displacement and a numerical displacement for an example specification of the motor. The numerical displacement is calculated through a kind of CAD technology. The analytical formula can be utilized in analysis and design of hydraulic gerotor motors.

기호 설명

T_L : 축에 인가되는 부하 토크
V_{rev} : 1회전 당 배제용적
F_k : 유체력
$Q(t)$: 순간 유량
$\vec{p}$: 피치점 좌표
m : 외부로터의 로브수
r_c: 외부로터 원형부분의 반경

Subscripts

1 : 내부 로터
2 : 외부 로터

1. 서 론

제로터는 주로 저속, 고토크용 유압모터에 사용되고 있으며, 소형 유압펌프로도 응용되어지고 있다. 일반적으로 제로터는 내접 물림운동을 하며, 외부로터는 내치차에 해당되고 일반적으로 설계 및 가공의 편의를 위하여 원호곡선을 치형으로 사용한다. 내부로터의 형상은 외부로터의 치형에 의해 창성되며, 트로코이드 곡선으로 만들어진다.

일반적으로 제로터 유압 모터는 기하학적 형상이 매우 복잡하여, 기하학적인 방법으로 용적을 산출하는 것은 매우 어렵다.

본 논문에서는 모터에 공급되는 유압에너지와 모터측의 기계적 에너지 사이의 에너지 보존·원리와 토크평형을 이용하여 비교적 간단히 모터용적을 산출하는 방법을 제시하였고, 제시된 이론적 산출방법의 신뢰성을 검증하기 위하여 설계프로그램 기술을 활용하여 수치 해석적으로 산출된 모터용적과 비교한다. 배제용적 산출과정에서 내부로터와 외부로터 사이의 접촉점이 도출되어야 하며, 접촉점 산출 과정도 소개한다.

또한, 연구범위는 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 '공전'과 '자전회전'하는 경우로 국한한다.

이성철[1-2] 등은 내부로터와 외부로터의 접촉점 사이의 용적을 직접 산출하는 방법을 제시 하였다. 결과공식의 수식이 매우 복잡하여서 설계에 반영하기에 어려움이 따른다.

김철[3-5] 등은 내부로터와 외부로터의 회전중심

접수일 : 2010년 6월 7일
김성동(책임저자) : 금오공과대학교 기계공학부
E-mail : sdkim@kumh.ac.kr, Tel : 054-478-7395
함영복 : 한국기계연구원
김대명 : 금오공과대학교 대학원 기계공학부

에서 접촉점까지의 길이를 이용하여 산출하는 공식을 제시 하였다. 결과공식은 단순하여 이용이 편리하다. 하지만, 배제용적 산출방법에 대한 개념적 소개만 하였으며, 결과공식의 유도과정이 생략되었으며 최종공식에서 부분적인 오류도 존재한다.

2. 배제용적 이론

2.1 에너지 보존 원리

축 구동에너지와 유압에너지 사이의 에너지 보존원리 고압부 압력은 P이며 저압부 압력은 0인 상태로 가정하고 효율이 100% 이상적인 경우로 가정한다. 내부로터에 구동축이 연결되어 자전운동을 출력하는 경우로 가정한다.

펌프(모터) 축의 $\Delta\theta_1$회전에 대하여 다음 식과 같다.

$$T_L \Delta\theta_1 = P \ \Delta V \qquad (1)$$

여기서 T_L은 모터의 축에 인가되는 부하토크를 의미하며, ΔV 은 $\Delta\theta_1$ 회전당 유체 공급용적이거나 배제용적이다.

2.2 토오크 평형

(1)식에서 토크 TL는 Fig.1 에서 보여주는 바와 같은 자유물체도에 대한 힘의 평형 방정식으로부터 압력 P의 함수로 구해질 수 있다. R_k는 내외부로터의 접촉점 C_k에서 작용력을 의미하며, F_k는 압력 P에 의한 작용력을 의미한다.

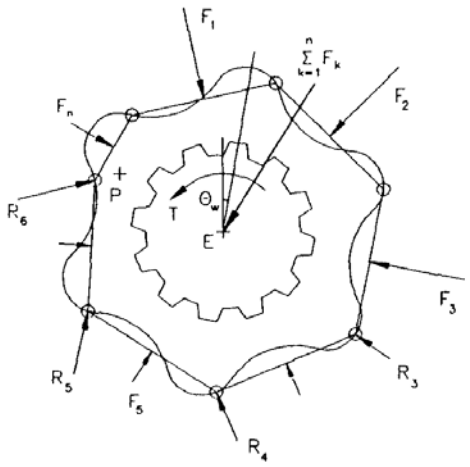

Fig.1 내부로터의 자유물체도

외부로터는 고정된 상태이며 스스로 평형을 이루며 추가의 필요한 정보를 얻지 못한다. Fig. 1의 자유 물체도에서 내부로터는 자전운동과 공전운동을 하는 상태이며 지지하는 베어링이 존재하지 않으며, 축에 인가되는 부하토크 T_L과 유체력 F_k와 접촉력 R_k만이 작용하고 내·외부로터 사이의 접촉마찰력을 무시하면 접촉력은 피치점 P를 통과한다.

$$F_k = P\, b\, \rho_{ij} \qquad (2)$$

$$\rho_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \qquad (3)$$

여기서 ρ_{ij}는 이웃하는 두 접촉점 C_i와 C_j 사이의 거리를 의미하며, b는 내·외부로터의 두께이다.

내외부로터의 접촉점에서 모든 작용력 R_k가 피치점을 향하므로 피치점에 대한 모멘트 효과는 형성되지 않는다. 피치점 P를 중심으로 한 모멘트 평형식은 다음과 같이 주어진다.

$$T_L = \sum_{k=1}^{h} T_k \qquad (4)$$

$$T_k = P\, b\, [(Y_j - Y_i)(\frac{Y_j - Y_i}{2} - Y_p) + (X_j - X_i)(\frac{X_j - X_i}{2} - X_p)] \qquad (5)$$

여기서 T_k 는 유체력 F_k에 의하여 발생하는 토오크를 의미하며, h는 고압부 압력 P가 작용하는 고압부 챔버 수에 해당한다.

2.3 모터 용적과 유량

(5)식을 (4)식 및 (1)식에 적용하면 $\Delta\theta_1$ 회전당 유체의 용적변화량 ΔV를 구할 수 있다.

$$\Delta V = b \sum_{k=1}^{h} [(Y_j - Y_i)(\frac{Y_j - Y_i}{2} - Y_p) + (X_j - X_i)(\frac{X_j - X_i}{2} - X_p)] \Delta\theta_1 \qquad (6)$$

또한, 1회전당 배제용적 V_{rev}는 다음과 같다.

$$V_{rev} = b \int_0^{2\pi} \sum_{k=1}^{h} [(Y_j - Y_i)(\frac{Y_j - Y_i}{2} - Y_p) + (X_j - X_i)(\frac{X_j - X_i}{2} - X_p)] d\theta_1 \qquad (7)$$

순간 유량 Q(t)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta V}{\Delta t}=b\sum_{k=1}^{h}[(Y_j-Y_i)(\frac{Y_j-Y_i}{2}-Y_p)+(X_j-X_i)(\frac{X_j-X_i}{2}-X_p)]\,\omega_1 \quad (8)$$

여기서 ω_1 은 내부로터 회전 각속도이며, 평균 유량 Qavg 은 다음과 같다.

$$Q_{avg}=\frac{V_{rev}}{2\pi}\,\omega_1 \quad (9)$$

3. 내 · 외부로터의 접촉점

Fig 2에서 외부로터가 고정된 상태에서 내부로터가 자전회전과 공전회전을 동시에 운동하는 경우에 피치점의 순간중심에 대하여 자전운동에 의한 내부로터 중심점 O1의 변위와 외부로터 중심O2에 대하여 중심점 O1 변위는 일치한다.

$$r_1\theta_1 = -\,e\,\theta_2 \quad (10)$$

여기서 θ_1는 자전각변위이며, θ_2는 공전각변위이다. r_1는 내부로터 중심점에서 피치점까지의 거리이며, e는 O1은 O2사이의 편심을 의미한다. r_1과 e 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$r_1 = (m-1)\,e \quad (11)$$

여기서 m 은 외부로터의 로브 수에 해당하며, (10)식과 (11)식으로부터 자전각 변위 θ_1과 공전각 변위 θ_2 사이에 다음의 관계가 성립한다.

$$\theta_1=\frac{1}{m-1}\theta_2 \quad (12)$$

외부로터 원형부분의 중심 좌표 $\overrightarrow{S_k}$는 고정이며 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\overrightarrow{S_k}=r_t\cos\frac{2k}{m}\pi\vec{i}+r_t\sin\frac{2k}{m}\pi\vec{j} \quad (13)$$

여기서 k=0,1,2.....m−1까지 나타내며, $\vec{i}$, $\vec{j}$ 는 공정좌표계 $X_2O_2Y_2$에서 X_2 방향과 Y_2 방향의 단위벡터를 의미한다. r_t 는 외부로터의 고정 중심점 O2으로부터 원형부분의 중심 좌표 $\overrightarrow{S_k}$까지의 거리이다. r_c는 외부로터 원형부분의 반경이다.

피치점 좌표 $\vec{p}$은 공전운동을 하며 다음과 같이 나타낸다.

$$\vec{p}=me\cos\theta_2\vec{i}+me\sin\theta_2\vec{j} \quad (14)$$

여기서 θ_2는 $-\frac{\pi}{m}\le\theta_2\le\frac{\pi}{m}$ 범위이다.

피치점과 외부로터 원형부분의 중심 좌표 $\overrightarrow{S_k}$를 연결하는 $\overline{pS_k}$ 직선식은 아래와 같고

$$Y_2-me\sin\theta_2=\frac{r_t\sin\frac{2k}{m}\pi-me\sin\theta_2}{r_t\cos\frac{2k\pi}{m}-me\cos\theta_2}(X_2-me\cos\theta_2) \quad (15)$$

중심 S_k인 외부로터 원형식은 다음과 같다.

$$(X_2-r_t\cos\frac{2k\pi}{m})^2+(Y_2-r_t\cos\frac{2k\pi}{m})^2=r_c^2 \quad (16)$$

(15)식과 (16)식의 교점이 접촉점 C_k 이 된다.

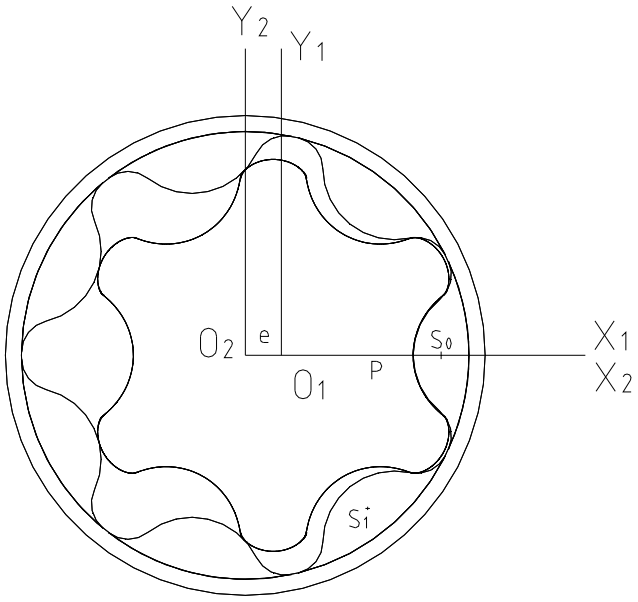

Fig.2 초기상태 : $\theta_1=0$, 공전각 $\theta_2=0$

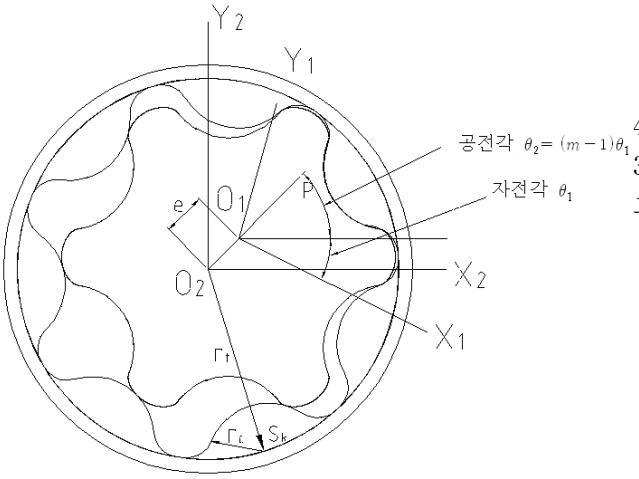

Fig.2−1 자전각 θ_1과 공전각 $\theta_2=(m-1)\theta_1$

4. 이론 배제용적 검증

4.1 접촉점 사이 용적을 이용한 배제 용적 산출

내부로터와 외부로터 사이에 외부로터 로브 수만큼의 접촉점이 생기고 두 접촉점사이의 용적의 변화를 이용하여 1회전 당 평균 배제용적 V_{rev}를 다음과 같이 산출 할 수 있다.

구동축이 외부로터를 구동하는 경우와 내부로터를 구동하는 경우는 다음과 같다.

$$V_{rev}=m(V_{ijmax}-V_{ijmin}) \quad (17)$$

$$V_{rev}=(m-1)(V_{ijmax}-V_{ijmin}) \quad (18)$$

여기서 V_{ijmax} , V_{ijmin} 는 각각 내·외부로터의 두 접촉점 사이에 형성되는 챔버의 최대 용적과 최소 용적을 각각 의미한다.

외부로터를 고정한 상태에서 내부로터 자전회전을 구동하는 경우에는 다음과 같다.

$$V_{rev}=m(m-1)(V_{ijmax}-V_{ijmin}) \quad (19)$$

또한, 두 접촉점 사이의 용적은 내·외부 로터의 형상과 접촉점이 CAD 데이터로 주어진 상태에서 챔버 용적을 정량적으로 산출할 수 있다. 2절과 3절에서 해석적으로 제로터 모터 용적을 산출하는 방법을 제시하였는데, 이러한 방법의 타당성을 CAD 설계 프로그램을 이용하여 검증할 수 있다.

4.2 CAD 설계프로그램을 이용한 배제용적 산출

본 연구에서 얻어진 이론식들을 이용하여 두께가 45mm이고, 구동축이 내부로터를 구동하는 형태의 3−4타입의 제로터 모터를 설계해보고 이 설계프로그램을 이용하여 비교 검증 한다.

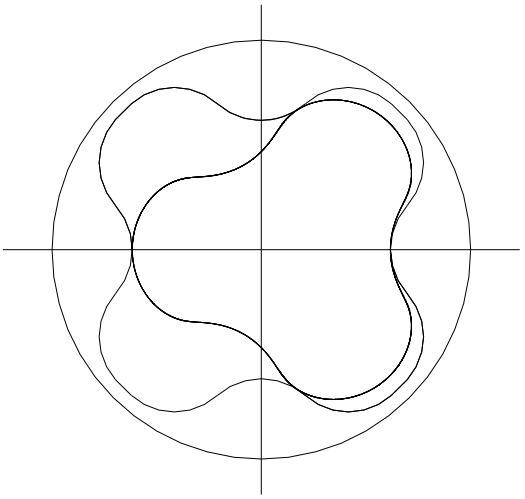

Fig. 3 제로터 설계도면

Fig. 3은 이론식들을 이용하여 설계 된 제로터 모터의 도면을 보여주고, Fig. 4는 설계 프로그램에서 제로터 모터의 최대면적과 최소면적을 보여준다. 설계 프로그램을 이용하여 구해진 최대면적 값은 $1120.66mm^2$이며, 최소면적 값은 $74.56mm^2$이다.

따라서 위의 식을 통하여 $188.298cm^3/rev$만큼의 배제용적을 구할 수 있다.

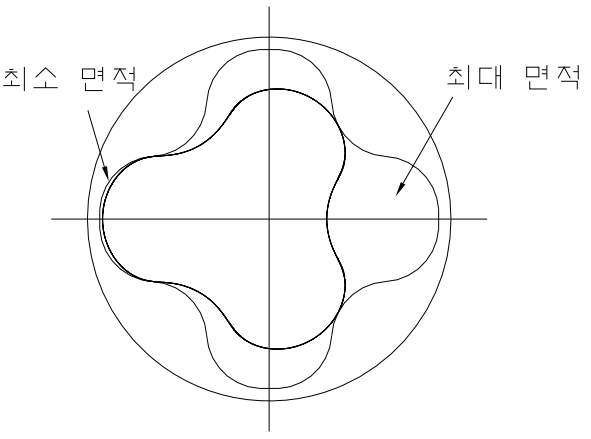

Fig. 4 챔버의 면적

5. 결 론

본 연구에서 에너지 보존원리와 토오크 평형을 이용하여 제로터 모터의 용적과 유량을 산출하는 해석적 방법을 제시하였다.

향후 수치해석과 제로터 모터의 특성 실험을 통하여 제시된 배제용적 산출 방법의 타당성을 검증하는 과정이 필요할 것이다.

후 기

이 연구는 2009년도 금오공과대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었음을 밝힙니다.

참고 문헌

1) 이성철, “원형조합곡선에 의한 제로터 내부로터의 형상설계”, Journal of the KSTLE, Vol. 22, No. 2, April 2006, pp 79-86, The Korean Society of Tribologists & Lubrication Engineers
2) 이성철, 이성남, “유압모터에 사용되는 제로터의 설계 및 해석”, 한국윤활학회지, 제11권, 제2호, pp.63-70, 1955
3) 김재훈, 박준홍, 정성윤, 손진혁, 김철, “지로터 오일 펌프의 성능 향상을 위한 치형의 최적 설계”, 한국정밀공학회지, 제22권 제5호, pp.28-36, 2005
4) 김재훈, 김철, “지로터 오일 펌프용 통합적 설계 자동화 시스템 개발”, 한국정밀공학회지, 제23권 제2호, pp.88-96, 2006
5) 김재훈, 김철, 김창호, “제로터 오일 펌프 로버형상에 관한 최적설계”, 한국정밀공학회지, 제23권 제4호, pp.124-131, 2006
6) 정성윤, 한승무, 김철, “타원의 치형 형상을 갖는 로터 설계 자동화 시스템 개발”, 한국정밀공학회지, 제26권 제 1호, pp. 120-129, 2009
7) 서종수, 정한식, 정효민, “저속 고토오크 제로터 유압모터의 최적 이 끝 틈새를 갖는 제로터 설계 연구”, 한국동력기계공학회지, 제10권 제4호, pp.119-126, 2006
8) 남윤주, 박면관, “제로터 펌프의 측판 설계”, 대한기계학회 논문집 B권, 제28권 제4호, pp.406-414, 2004