연마를 위한 자기유변유체의 리올로지적 거동 연구
A Study of rheological behaviors of an MR fluid for fine polishing

*임세라 [1], #석종원 [2]
*S. R. Lim, #J. Seok(seokj@cau.ac.kr)[2]
[1] 중앙대학교 대학원, [2]중앙대학교 기계공학부

Key words : Magnetorheological fluid; Couette-Poiseuille flow; Navier-type slip mode; Bi-viscosity constitutive model; Field-dependent rheological properties

1. 서론

MR 유체는 자장이 부가되면 자화되는 자성입자를 비자성의 유체 중에서 다량으로 분산시킨 유체로 이때 비자성 유체에 분산된 자성입자는 쌍극자의 상호작용에 의하여 자장의 방향과 평행하게 사슬모양의 구조물을 형성한다. 이 구조물은 외부 자기장의 세기에 따라 유체의 점도를 제어할 수 있는 특성을 갖고 있다[1]. 이러한 특성으로 MR 댐퍼와 브레이크 같은 상업적 군사적 목적으로 사용되고 있고[1] 최근에는 3 차원 형상을 갖는 복잡한 구조를 가진 초소형 부품의 표면을 가공하는 방법 중 하나로 MR 유체를 이용한 연마에 관한 연구가 활발히 진행되고 있으나 이에 대한 접근은 유체역학(유동장), 전자기학(자기장), 유변학(유체의 탄소성), 트라이볼로지 등의 학문이 연성된 복잡한 특성을 가지고 있어 그 이론적 배경은 주로 실험식에 근거하여 구하거나 non-Newtonian 유체거동을 기초로 유체 및 고체적 특성을 이용하여 얻을 수 있는 역학모델에만 의존하는 등 아직은 매우 한정적으로 이루어지고 있다. 이와 같은 광범위한 응용분야에서는 MR 유체의 리올로지적 특성을 주로 Bingham plastic 모델을 이용하여 묘사하고 있다.

그러나 많은 연구자[2,5]들은 Bingham plastic 모델은 너무 이상적이기 때문에 실제 MR 유체를 묘사 하기에는 다소 무리가 있다고 주장한다. 이러한 제약을 피하기 위해서 유체내부의 응력에 따라 점도가 변하는 bi-viscosity 모델[6]이 제안되었다.

본 연구에서는 bi-viscosity 모델을 이용하여 slip 이 발생하는 얇은 채널 사이에 흐르는 MR 유체 거동을 묘사하기 위한 이론적 역학모델을 개발하려고 한다.

2. Modeling of MR channel flow with wall frictions

2.1 Governing equations and boundary conditions

Figure 1 에 나타낸 것처럼 두 평판으로 구성된 채널에 MR 유체가 흐르고 있다고 가정한다. 이 채널은 두 개의 평행한 평판으로 이루어져있고, $h_0 \ll b_0 \ll l$ 의 기하학적 형상이다. 또한 유체 내부에는 역압력구배가 작용하고 있고, 유체의 관성을 무시할 수 있는 낮은 속도 U_0 로 상부 평판이 등속도 운동을 하고 있다고 가정한다. 채널 내부의 벽에서는 MR 유체가 운동하는 동안 slip 이 발생한다.

유체 요소에 모멘텀 균형방정식을 적용함으로써 압력 P 와 전단응력 τ_{zx} 의 관계는 다음과 같다 [3].

$$\frac{dp}{dx} = \frac{d\tau_{zx}}{dz} \tag{1}$$

앞에서 언급하였듯이, MR 유체는 외부 자기장에 의해 viscoplastic 거동을 보이며 항복특성에 따라 2 개의 리올로지적으로 분리된 영역으로 나뉜다. 고체와 유사한 특성 (높은 점도)을 보이는 영역은 'unsheared', 다른 영역(낮은 점도)은 'sheared'라고 명명하자. 위에서 언급한 MR 유체의 거동은 다음의 구성방정식으로 나타낼 수 있다.

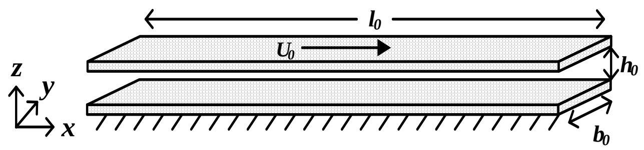

Fig. 1 The channel system with a moving wall.

$$\tau_{zx} = \eta_1 \frac{du}{dz} \qquad \text{for } |\tau_{zx}| < \tau_y \tag{2 a}$$

$$\tau_{zx} = \eta_2 \frac{du}{dz} + \tau_y (1-\varepsilon)\,\mathrm{sgn}\!\left(\frac{du}{dz}\right) \qquad \text{for } |\tau_{zx}| > \tau_y \tag{2 b}$$

여기서 $u(z)$ 는 유체의 속도, τ_y 는 'apparent' 항복응력, η_1 과 η_2 는 두 영역에서 유체의 점도이다. ε 은 무차원변수로 $\varepsilon = \eta_1 / \eta_2$ 이고 sgn 은 du/dz 의 부호에 상응한다. 이때 Bingham 구성방정식은 $\varepsilon \to 0$ (or $\eta 1 \to 0$)일 때, Newtonian 은 $\varepsilon \to 1$ (or $\eta_1 \to \eta_2$)일 때 해당된다. 상기 유체의 경계조건은 다음과 같다.

$$u(0) = +\beta_b \tau_{zx}(0), \quad u(h_0) = U_0 - \beta_t \tau_{zx}(h_0) \tag{3 a, b}$$

여기서 β_b 와 βt 는 바닥과 윗면에서의 Navier's slip 계수로 정의된다. 다음은 본 모델에서 사용한 무차원 변수들이다.

$$z^* = \frac{z}{h_0}, u^* = \frac{u}{u_p}, \tau^* = \frac{\tau_{zx} h_0}{\eta_2 u_p}, u_p = \frac{h_0^2}{\eta_2}\left(-\frac{dp}{dx}\right), B_n = \frac{\tau_y h_0}{\eta_2 u_p}, C = \frac{u_0}{u_p}, \varepsilon = \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

여기서 B 는 Bingham number 이고 C 는 Couette number 이다. 이 무차원 변수들을 이용하여 Eqs (1) - (3) 을 다음과 같이 무차원화된 방정식들로 변환할 수 있다.

$$\frac{d\tau^*}{dz^*} + 1 = 0, \ \tau^*(1) = \tau^*(0) - 1 \tag{4}$$

$$\tau^* = \frac{1}{\varepsilon}\frac{du^*}{dz^*} \qquad \text{for } |\tau^*| < B_n \tag{5 a}$$

$$\tau^* = \frac{1}{\varepsilon}\frac{du^*}{dz^*} + (1-\varepsilon) B_n \,\mathrm{sgn}\!\left(\frac{du^*}{dz^*}\right) \qquad \text{for } |\tau^*| > B_n \tag{5 b}$$

$$u^*(0) = +\beta_b^* \tau^*(0), \ u^*(1) = C - \beta_t^* \tau^*(1) \tag{6 a, b}$$

여기서 $\beta_b^* = \beta_b \eta_2 / h_0$ 이고 $\beta_t^* = \beta_t \eta_2 / h_0$ 이다.

Equations (4) - (6)은 채널의 두께방향을 따라 적분함으로써 얻어진다. 이 결과는 Figure 2 에 보여지는 것처럼 다음의 5 가지 경우로 나눌 수 있다.

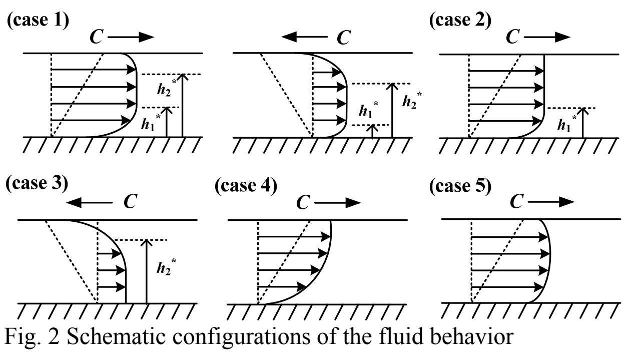

Fig. 2 Schematic configurations of the fluid behavior

2.2 Analytical solution procedure

Case 1)은 가장 일반적인 경우로 unsheared 영역 ($h_1^* \le z^* \le h_2^*$) 과 두 개의 shear flow 영역 ($0 \le z^* \le h_1^*$ and $h_2^* \le z^* \le 1$) 으로 나뉜다 또한 $h_2^* = h_1^* + 2B_n$. 관계가 성립한다.

$C_1 < C \le C_2$, with $B_n < 0.5$, 여기서

$$C_i = (-1)^{i-1}\left[2(\varepsilon-1)B_n^{\,2} + (\beta_t^* + \beta_b^* - \varepsilon + 2)B_n - \beta_t^* - 1/2\right], \ i=1,2$$

Case 2)는 sheared 영역이 바닥 면 가까이에서 나타나고 반면에 unsheared 영역은 운동하는 윗면 근처에서 나타나는 경우이다. 이 경우 유체 입자들 사이의 마찰력은 이들의 움직임에 상호 간섭을 주지 않을 정도로 크게 된다.

$$C_2 < C \le B_n(\varepsilon + \beta_t^* + \beta_b^*) + \beta_b^* + 1/2, \text{with } B_n < 0.5$$

Case 3)은 Poiseuille 와 Couette 유동의 방향이 서로 반대일 때나타 난다. 이 때는 unsheared 영역이 고정된 바닥면 가까이에서 관찰된다.

$$-B_n(\varepsilon + \beta_t^* + \beta_b^*) - \beta_b^* - 1/2 < C \le C_1, \quad \text{with } B_n < 0.5$$

Case 4)은 purely sheared 영역에 해당된다. 즉, 이 경우에는 $|\tau^*| > B_n$ 이고 속도구배가 $du^*/dx^*>0$ 인 경우만 만족한다.

$$C < B_n(\varepsilon + \beta_t^* + \beta_b^*) - \beta_b^* - \frac{1}{2} \text{ or } C > B_n(\varepsilon + \beta_t^* + \beta_b^*) + \beta_b^* + \frac{1}{2}$$

Case 5)은 $|\tau^*| < B_n$ 이고 'pseudo plug flow'일 때 발생한다. $B_n > 0.5$.

3. Results and discussion

3.1 . MR fluid behavior considering the wall-slip conditions

Figures 3 (a)와 (b)는 ε = 0.01 과 0.1 일 때 Bingham number 와 Couette number 사이의 관계를 나타내고 있다. 이 때 바닥면과 윗면의 마찰계수는 같다고 가정하였다 ($\beta_t^* = \beta_b^* \triangleq \beta^*$). 이 그림은 Case 1) - 4)에 해당되며 pseudo core 영역은 Bingham number 가 커질수록 감소하고 0.5 에 도달했을 때 사라지게 된다. 또한 마찰계수가 작아짐에 따라 pure shear flow 영역은 커진다. 이는 slip 이 감소함에 따라 벽에서의 전단응력이 감소하기 때문이다.

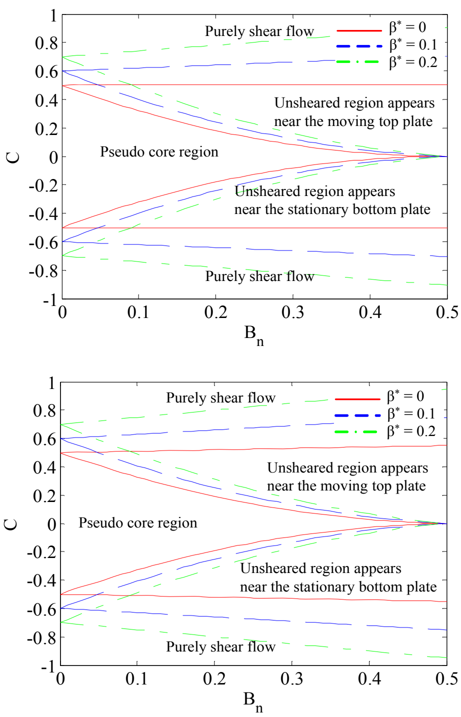

Fig. 3 Regions of different flow forms : (a) ε=0.01, (b) ε=0.1 C-B diagram

3.2 Effects of external magnetic field strength on MR fluid behavior

Zubieta 등[4]은 MR 유체의 실험을 통해 Bingham 모델의 2 개의 파라미터(항복응력과 점도)를 구하였다. 이 데이터를 이용하여 본 연구에서 제안한 모델에서 하나의 특별한 경우인 $\varepsilon \to 0$ 일 경우에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 자기장 밀도(0-0.2T 범위)에 따른 그래프를 Fig. 4 (a)에 도시하였다. B field 가 0-0.05T 에서는 Case 1) 과 같은 core 영역이 나타나고 0.05T 에 접근할 수록 Case 2(or Case 3)과 같은 유동을 볼 수 있다. C 가 +방향일 때는 Case 2, -방향일 때는 Case 3 이다. Case 4)에 가까운 거동은 C 가 0.5 보다 클 때에 해당하고 Case 5)는 $B_n > 0.5$ 이고, C=0 일 때 발생한다.

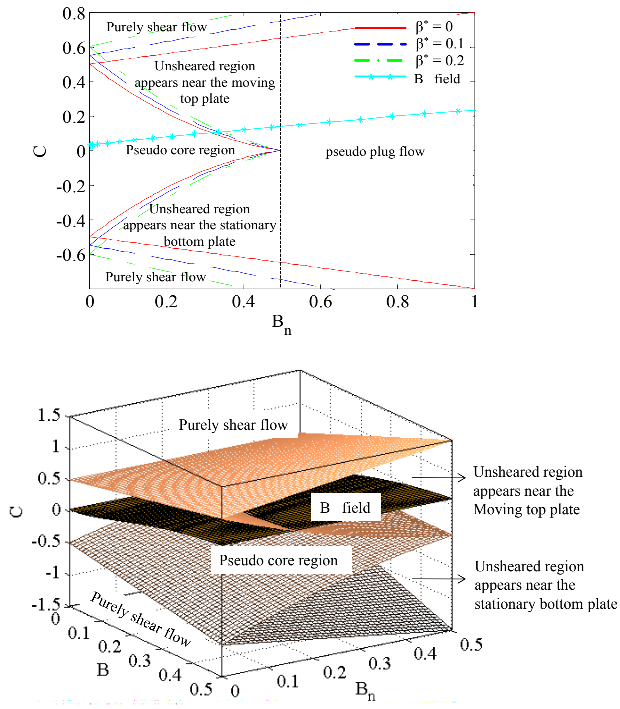

Fig. 4 $B_n - C$ diagrams with respect to flux density B : (a) 2-D plot with varying wall frictions, (b) 3-D representation with fixed wall friction ($\beta^* = 0$).

B-field 에 따른 영향을 보기 위해 3-D 로 나타낸 B-C 다이어그램은 Figure 4 (b)에 나타내었다. 이것으로부터 우리는 자기장 세기에 따른 MR 유체의 거동을 예측할 수 있으며 다른 파라미터들에 대한 영향도 예측하기 쉽다.

후기

이 논문은 2010 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.20090609).

참고문헌

1. S.R. Hong, N.M. Wereley, Y.T. Choi, and S.B. Choi, "Analytical and experimental validation of a nondimensional Bingham model for mixed-mode magnetorheological dampers", J. Sound Vib. **312**(3) (2008) 399-417.
2. D.K. Gartling and N. Phan-Thien, "A numerical simulation of a plastic flow fluid in a parallel plate plastomer", J. Non-Newtonian Fluid Mech. **14** (1984) 347-360.
3. S. Tsangaris, C. Nikas, G. Tsangaris and P. Neofytou, "Couette flow of a Bingham plastic in a channel with equally porous parallel walls", J. Non-Newtonian Fluid Mech. **144** (2007) 42-48.
4. M. Zubieta, S. Eceolaza, Magnetorheological fluids: characterization and modeling of magnetization, Smart Mater. Struct. 18(9) (2009) 095019-095025
5. S.D.R. Wilson, "Squeezing flow of a Bingham material", J. Non-Newtonian Fluid Mech. **47**(1993) 211-219.
6. F. Yang, "Exact solution for compressive flow of viscoplastic fluids under perfect slip wall boundary conditions", Rheol. Acta **37**(1998) 69-72.