

## 변환적 학습을 이용한 개선된 선형판별분석법의 제안

이영태<sup>○</sup> 신용준 박정희  
 충남대학교 컴퓨터공학과  
 youngtae@cnu.ac.kr, yjsin@cnu.ac.kr, [cheonghee@cnu.ac.kr](mailto:cheonghee@cnu.ac.kr)

### An improved Linear Discriminant Analysis algorithm using Transductive Learning for semi-supervised dimensionality reduction

Young Tae Lee<sup>○</sup> Yong Joon Sin Cheong Hee Park  
 Department of Computer Engineering Chungnam National University

#### 1. 서 론

패턴인식과 데이터마이닝의 많은 응용분야에서 클래스정보가 없는 데이터(unlabeled data)는 쉽게 얻을 수 있는 반면 클래스정보가 있는 데이터(labeled data)는 얻기 힘들다는 문제가 있다. 차원감소분야에서 클래스 정보가 있는 데이터의 부족문제를 해결하기 위해 여러 반감독 학습(semi-supervised learning)이 제안되어졌다.[1] 이 논문에서는 반감독 학습 방법 중의 하나인 LNP(Linear Neighborhood Propagation) [2]방법에서 얻어진 정보를 LDA(Linear Discriminant Analysis)[3]에서 활용함으로써 기존의 semi-supervised 방법을 개선할 수 있다는 것을 보인다. 이 방법의 기본적인 개념은 transductive 방법인 LNP를 통하여 unlabeled data의 label을 결정하고, LNP를 통해 얻은 label을 LDA에 적용함으로써 labeled data의 부족문제를 극복할 수 있으며 클래스 분류 정확도를 높일 수 있다는 것이다.

#### 2. 본 론

LNP는 이웃 데이터 간의 근접성을 이용하여 labeled data로부터 unlabeled data의 label을 추정한다. LNP는 여러 개의 버전이 제안되어져 있다.[3,4] 우리는 LNP의 두 단계에서 다음과 같은 접근을 사용하였다. 우선 첫 번째 단계의  $W$ 를 구하는 방법은 LLE(Locally Linear Embedding)에서와 같이 각 데이터가 이웃의 선형결합으로 표현된다는 것을 이용한다.[5]  $x$ 의 이웃  $\eta_i$ 와  $\eta_j$ 와의 차의 내적으로 구한 공분산 행렬  $C=[C_{ij}]$ 를 이용하여  $W$ 행렬에서 데이터 샘플  $x$ 에 대응하는 행의 성분들을 구하고 두 번째 단계에서는 논문[5]에서와 같이  $Q$ 값을 이용하여 unlabeled data의 label을 조건부 확률로 구한다.

$$Q = (I - W)^T(I - W), F \equiv E(y_u | y_l) = -Q_{uu}^{-1} Q_{ul} y_l \quad (1)$$

LDA는 차원감소를 위한 방법으로 기본 개념은 클래스가 2개 이상인 다중 클래스 데이터 셋에서 데이터를 클래스에 따라 더 명확하게 구분(discriminant)하도록 해주는 정사영 벡터를 구하는 방법이다. 데이터 셋을 어떤 벡터  $w$ 에 정사영(projection)시켰을 때 클래스 간 분산(between-class scatter,  $w^T S_b w$ )와 클래스 내 분산(within-class scatter,  $w^T S_w w$ )의 비율을 최대로 하는  $w$ 가 여기에서 구하려는 벡터이다.

우리는 LNP에서 예측된 unlabeled data와 그 label을 LDA에 추가한다. 하지만 무분별한 unlabeled data의 추가는 오히려 나쁜 영향을 줄 수 있다는 약점이 있다. 이를 극복하기 위해 LDA에 unlabeled data를 추가할 때 신뢰도가 높은 unlabeled data를 추가하도록 하였다. LNP에 의해 unlabeled data  $x_i$ 의 label정보가  $F = [f_{i1}, \dots, f_{ic}]$ 로 주어졌을 때, 신뢰도  $P_i$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_i = \max_j f_{ij} / \sum_{j=1}^c f_{ij} \quad (2)$$

다음은  $P$ 값이 class label에 대한 신뢰도로서 사용될 수 있음을 확인 하기 위한 실험이다.

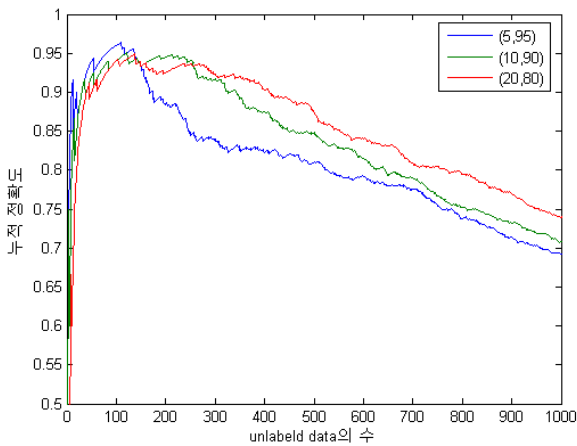


그림 1 20Newsgroup에서  $P$ 값에 의한 unlabeled data의 누적 정확도

nL	LNP		LDA		20개추가		30개추가	
	T	U	T	U	T	U	T	U
5	0.497	0.491	0.420	0.412	0.481	0.486	0.506	0.499
10	0.551	0.540	0.510	0.505	0.549	0.554	0.561	0.558
20	0.593	0.583	0.590	0.592	0.626	0.625	0.629	0.625
30	0.621	0.603	0.630	0.634	0.662	0.660	0.667	0.661

표 1. 20Newsgroups text data

nL	LNP		LDA		20개추가		30개추가	
	T	U	T	U	T	U	T	U
5	0.607	0.608	0.622	0.621	0.674	0.677	0.692	0.698
10	0.672	0.678	0.689	0.686	0.737	0.721	0.731	0.732
20	0.704	0.723	0.78	0.765	0.792	0.779	0.8	0.784
30	0.717	0.752	0.757	0.758	0.795	0.793	0.8	0.798

표 2. medline text data

위의 그림 1은  $P$ 값을 내림차순으로 정렬하여 가장 높은  $P$ 값부터 unlabeled data의 누적정확도를 나타낸 것이다. 위의 그래프에서 전체 unlabeled data의 정확도 보다  $P$ 값이 큰 unlabeled data들의 정확도가 눈에 띄게 높다는 것을 알 수 있다. 그것은 그 label에 대한 신뢰도로서  $P$ 값이 충분히 가치 있다는 것을 보여준다. 따라서 LDA에 unlabeled data를 추가할 때  $P$ 값을 고려하여 추가함으로써 보다 정확한 label을 추가할 수 있다. 표 1과 2는 20Newsgroups, medline 등의 text data에 대해서 실험한 결과를 보여준다. 모든 실험에서 클래스 당 100개의 트레이닝과 테스트 데이터를 구성하였다. 트레이닝 데이터를 labeled와 unlabeled data로 나누었고 labeled데이터의 수를 클래스 당 5, 10, 20, 30으로 변경 하면서 실험하였다. 모든 실험은 각각 5번씩 반복하여 테스트 데이터와 unlabeled data의 평균 정확도를 계산 하여 LNP의 성과와 LDA의 성과 그리고 LNP방법을 이용하여 LDA에 예측된 unlabeled data를 class당 20개 또는 30개씩 LDA에 추가 했을 때의 성능을 비교하였다. 위의 표에서 nL은 labeled data의 수를 나타내고 T와 U는 각각 test data와 unlabeled data를 의미한다. 위의 실험결과로 LNP에서 예측된 unlabeled data를 그 label의 신뢰도에 따라 추가 하였을 때 LDA의 성능이 향상된다는 것을 보여준다.

### 3. 결 론

이 논문에서는 LNP를 이용하여 LDA에 unlabeled data를 추가하여 LDA의 성능을 향상 시켰을 뿐만 아니라 semi-supervised 방식과 기존의 supervised 방식의 조합이 classification의 정확도를 높여주는데 사용될 수 있다는 것을 보여주었다. LDA에 추가하는 labeled data의 수에 따라 LDA의 성능이 향상될 수 있다는 것도 보여주었다.

### 참고문헌

[1] Zhu. X. Semi-Supervised Learning Literature Survey. Computer Sciences Technical Report 1530, University of Wisconsin-Madison, 2005.  
 [2] F. Wang, C. Zhang. Label Propagation through Linear Neighborhoods, International Conference on Machine Learning, 2006.  
 [3] R. Duda, P. Hart, and D. Stork, Pattern Classification, Wiley-interscience, New York, 2001.  
 [4] J. Wang, F. Wang, C. Zhang, H. Shen, L. Quan, Linear neighborhood propagation and its applications, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008.  
 [5] L. K. Saul and S. T. Roweis, An introduction to locally linear embedding, AT&T, Florham Park, NJ, 2000.