한국소음진동공학회 창립 20주년 기념 2010년 춘계학술대회논문집, pp.774~775

# 인체 Leg 부 다물체 모델링을 통한 Hip joint 위치에 따른 System 의 고유진동특성 분석

# Modal analysis of human leg with respect to hip joint position by using Multibody modeling

남궁홍* · 유홍희†
Namgoong Hong., Yoo Hong Hee.

## 1. 서 론

현대 문명의 발달이 근본적으로 인간을 위한 것이기 때문에, 문명의 발달을 주도했던 과학기술과 학문도 역시 인간과 관련된 것이 많으며, 인체의 움직임에 관심을 갖는 학문 분야도 매우 다양하다. 인체의 움직임에는 다양하고 폭 넓은 인체 동작이 포함되는데, 이러한 움직임에 적용되는 물리학적, 생물학적 원리들은 동일하다. 그러나 동작의 구체적인 목표와 정밀도는 사람마다 또는 경우마다 각각 다르다. 앉은 상태에서 일어나는 움직임을 예로 들면 동작에 필요한 힘, 다리의 길이 등이 다르다고 할 수 있다. 본 연구에서는 이 움직임을 **Fig. 1** 과같이 평면 운동하는 간단한 인체의 다리 모양으로 다물체 모델링을 통하여 모델의 고유진동특성을 분석하였으며 움직이는 모션은 압축된 상태의 Translational spring-damper-actuator 를 사용하였다.

일반적으로 구속 다물체 시스템은 정적 평형 위치(equilibrium position)의 근방에서 고유진동특성을 갖게 되며 이를 해석하기 위해서는 시스템의 운동방정식 선형화가 필요하다. 이러한 선형화 기법은 진동해석뿐 아니라 제어시스템의 설계나 시스템의 민감도해석에 있어서도 필수적이다

정적 평형위치는 평형 방정식에 의하여 구하였으며 구해진 평형상태에서 편속도 행렬을 이용하여 라그랑지승수를 제거하고 운동 방정식의 선형화를 수행하였다

## 2. 본 론

### 2.1 방정식과 평형위치

일반적으로 절대좌표계에 대한 구속 다물체 시스템의 운동방정식은 다음과 같은 확장 라그랑지 운동방정식으로 표현된다

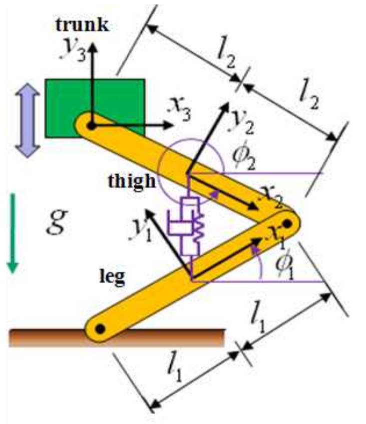


**Fig. 1** Simple leg model

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q} \qquad (1).$$

위 식에서 $\mathbf{M}$ 은 시스템의 관성행렬(system inertia matrix), $\mathbf{Q}$ 는 일반력(generalized force), $\mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}$ 는 절대좌표에 대한 구속방정식의 자코비안 행렬(Jacobian matrix), 그리고 $\boldsymbol{\lambda}$ 는 라그랑지 승수(Lagrange multipliers)이다. 본 논문에서는 일반좌표 $q_i$ 를 물체 $i$ 와 물체 $i$ 의 기준물체(reference body) 사이의 조인트 형태에 따라 정의되는 상대좌표를 사용하였다. 그리고 구속조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{\Phi}(\mathbf{q},t)=\mathbf{0} \qquad (2)$$

시스템이 작용력에 의하여 일정한 상태를 유지하면 정적 평형상태라고 부르며 이 평형 위치에서 $\ddot{\mathbf{q}}=\mathbf{0}$ , $\dot{\mathbf{q}}=\mathbf{0}$ 이다. 이를 운동방정식(1) 에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{q}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\lambda}=\mathbf{Q} \qquad (3)$$

안정한 정적 평형 위치를 찾기 위해서는 식 (2)와 (3)를 동시에 만족해야 하며 이를 위해 총 위치에너지(Total potential energy)가 최소가 되는 위치를 다음과 같이 찾을 수 있다.

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02) 2220-0446, Fax : (02) 2293-5070
* 한양대학교 대학원 기계공학과

$$\frac{\partial TPE}{\partial \mathbf{q}} = -\mathbf{Q}^{T} \qquad (4)$$

### 2.2 선형화

상대 좌표계 $\mathbf{q}$ 는 종속좌표 $\mathbf{q}_D$ 와 독립좌표 $\mathbf{q}_I$ 로 나누어진다. 또한 자코비안 행렬의 영공간(null space)는 다음과 같다.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\Phi}_{qD}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_{qI} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

결과적으로 식 (1)의 앞에 $\mathbf{N}^T$ 를 곱하면 다음과 같다.

$$\mathbf{F}^{*} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{N}^{-1}\mathbf{Q} = \mathbf{0} \qquad (5)$$

선형화를 위해 식(5)에 변분을 취하면 다음과 같다.

$$\delta\mathbf{F}^{*} = \delta\mathbf{F}_{q}^{*} + \delta\mathbf{F}_{\dot{q}}^{*} + \delta\mathbf{F}_{\ddot{q}}^{*} = \mathbf{0} \qquad (6)$$

식 (6)에서 좌표의 위치, 속도, 가속도 구속조건에 대한 변분과 독립좌표, 속도, 가속도의 변분관계를 추가하면 독립좌표에 대해서 풀리게 되고 운동방정식은 선형 방정식으로 바뀌게 된다. 결과적으로 식(6)을 정적 평형위치 $\mathbf{q}^{*}$ 에서 선형화를 하면 다음과 같다.

$$\delta\mathbf{F}^{*}\Big|_{\mathbf{q}^{*}} = \hat{\mathbf{M}}\delta\ddot{\mathbf{q}}_I + \hat{\mathbf{C}}\delta\dot{\mathbf{q}}_I + \hat{\mathbf{K}}\delta\mathbf{q}_I \qquad (6)$$

## 3. 결 과

**Fig. 1** 에 대한 물성치는 **Table1** 에 나타내었다. **Fig. 2** 는 **Table1** 과 같은 조건에서 스프링상수를 1000(N/m)부터 3000(N/m)까지 1000 등분 하여 그의 변화에 따른 정적 평형위치와 고유진동수를 나타낸 결과이며 **Fig. 2** 역시 기본적으로 **Table1** 과 같은 조건에서 **Trunk** 의 질량을 5(Kg)에서 9(Kg)까지 1000 등분 하여 나타낸 결과이다. 아래의 결과에서 스프링 상수가 각각 1000, 2000, 3000(N/m)일 때와 Trunk 의 질량 5(Kg), 7(Kg), 8(Kg)일 때를 임의로 선택하여 상용 툴과 비교 검증 하였으며 고유진동수는 소수점 넷째 자리까지 정확하게 일치하였다

**Table1** Material properties of link and trunk

| Dimensionless $u_2$ max | | Mass(Kg) | Length(m) | Inertia Moment(Kg×m^2) |
|---|---|---|---|---|
| Body | leg | 2.5 | 0.4 | 0.033333 |
| | thigh | 5 | 0.4 | 0.066666 |
| | trunk | 5 | 0 | 0 |
| Spring | | Stiffness(N/m) | | Damping(N×sec/m) |
| | | 3000 | | 3000 |

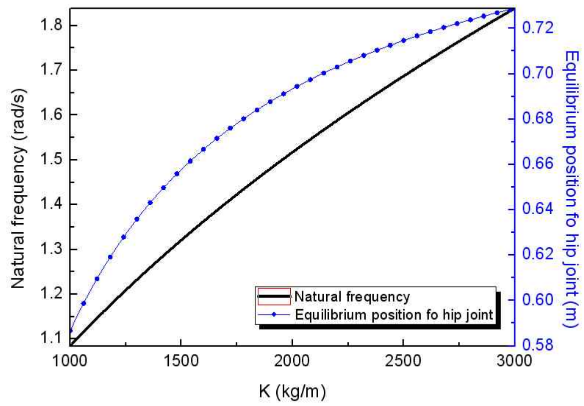


**Fig. 2** Natural frequency and equilibrium position versus spring coefficient

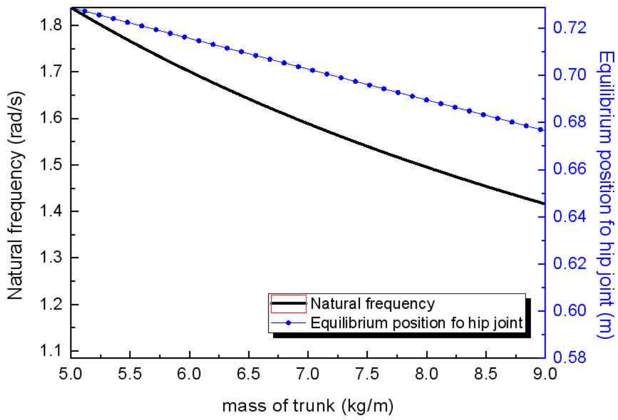


**Fig. 3** Natural frequency and equilibrium position versus mass of trunk

## 4. 결 론

본 연구에서는 인체의 **Leg** 부를 정적 평형위치를 갖는 다물체 시스템으로 모델링 하여 고유진동수 해석을 수행 하였다. 정적 평형위치는 평형조건으로부터 구하여 선형화를 하였고 선형화 된 방정식을 이용하여 목적을 달성하였다. 이러한 해적적 모델을 이용하면 한가지 변수의 변화에 따른 다른 고유 진동수, 조인트 반력등과 같은 응답의 변화를 쉽게 관찰, 분석 할 수 있으며 이러한 편리는 민감도 해석 등에 유용하게 사용 될 수 있다. 나아가 이러한 민감도와 신뢰 할 수 있는 Leg 부의 물성치 표본을 이용하면 그에 대하여 응답의 분산 분석에도 유용하게 이용할 수 있다.


## 후 기

이 논문은 2010 년도 2 단계 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.


.