

# 루프 전달 회복을 통한 이중 적분 모터 시스템의 무진동 제어

## Vibration free control of double integrator motor systems via loop transfer recovery

서상민† · 김경호\*  
Sangmin Suh, Kyung-Ho Kim

### 1. 서론

LQG/LTR 설계기법은 주파수 영역에서 칼만 필터(Kalman filter)를 먼저 설계하여 목표 루프 전달 함수(target loop transfer function)로 설정한 후, 루프 전달 회복(loop transfer recovery) 기법으로 실제 계루프 전달 함수(open loop transfer function)을 처음 설계한 목표 루프 전달 함수에 수렴시키는 방법이다. 그러므로, 이 방법으로는 시간 영역에서의 응답이 어떻게 나올지는 알 수가 없었다.

이 논문은, 이중 적분(double integrator) 형태의 모터 시스템에서 시간 응답을 조절할 수 있는 새로운 목표 루프 전달 함수를 구하는 방법을 제시하고 루프가 회복됨에 따라서, 진동이 없는 폐루프 시스템으로 수렴됨을 보인다.

### 2. 무진동 제어기 설계

논문에선, 대표적인 이중 적분 모터 시스템으로서 하드 디스크 드라이브를 사용하였다.

#### 2.1 모델링

동적 신호 분석기(dynamic signal analyzer)로 측정된 하드 디스크 드라이브 모델의 주파수특성을 이용하여 다음과 같은 플랜트 모델을 구한다.

$$P = \frac{K_t}{J_m} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

여기서,  $K_t, J_m$ 은 토크상수와 관성을 나타내고,  $\zeta, \omega_n$ 은 모델의 불확실성을 나타내는 동특성의 제동계수와 그 주파수를 나타낸다(Fig.1). 여기서, 제어기를 설계하기 위한 공칭모델(nominal model)로서  $P_n = (K_t/J_m)/s^2$ 을 사용하고 이것은 이중 적분기 형태의 VCM(voice coil motor) 모터 플랜트를 나타낸다.

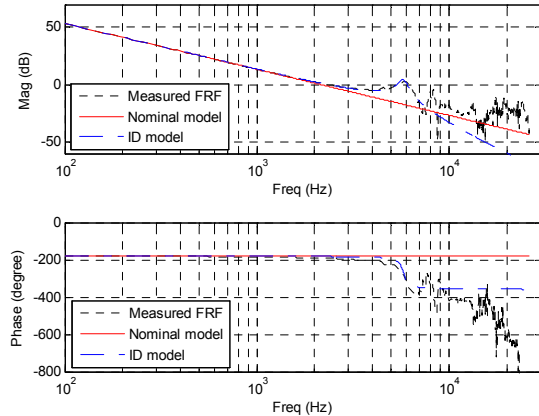


Fig. 1. Plant identification

#### 2.2 절 목표 루프 전달 함수 설계

$P_n$ 을 상태공간 표현법  $(A, B, C, D)$ 으로 나타내면 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ K_t/J_m \end{bmatrix}, C = [1 \ 0], D = 0 \quad (2)$$

그리고, 목표 전달 함수  $G_H = C(sI - A)^{-1}L$ 로 구성된 목표 폐루프 시스템(Fig.2)은 식(3)과 같다.

$$T = \frac{l_1 s + l_2}{s^2 + l_1 s + l_2} \quad (3)$$

여기서,  $L = [l_1 \ l_2]$ 이다.

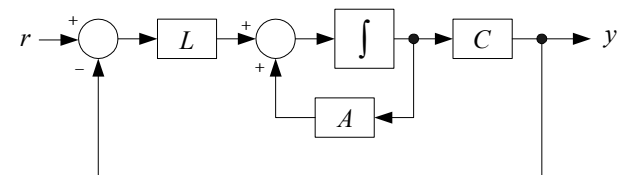


Fig. 2. Target closed loop system

그리고,  $l_2 = 0$ 이면  $T = l_1/(s + l_1)$ 이 되어서, 폐루프 시스템은 오버슈트(overshoot)와 같은 진동이 일어나지 않는 1 차 시스템으로 변환된다. 그리고, 계단 입력에 의한 응답은 아래와 같이 구해진다.

† 교신저자; 삼성전자  
E-mail : sangmin.suh@samsung.com  
Tel : (031) 200-8739, Fax : (031) 200-9882  
\* 삼성전자

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(H/s) = (1 - e^{-t})u_s(t) \quad (4)$$

여기서  $\mathcal{L}^{-1}$ 은 역 라플라스(inverse laplace) 변환을 나타낸다. 그리고, 정착 영역(settle bound)을 1%라고 설정했을 때, 안에 원하는 정착 시간 (settling time)  $t_{ds}$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$1 - e^{-t_{ds}} = 0.99 \Leftrightarrow t_{ds} = -\ln(0.01)/c_1 l_1 \quad (5)$$

그러므로, 원하는 정착시간  $t_{ds}$ 를 갖는 목표 전달 함수를 만들기 위해선  $L = [-\ln(0.01)/(c_1 t_{ds}) \ 0]^T$ 을 만족해야 한다. Fig. 2는  $t_{ds}$ 를 여러 가지로 변경하였을 때의 페루프 시스템  $T$ 의 시간응답이다.

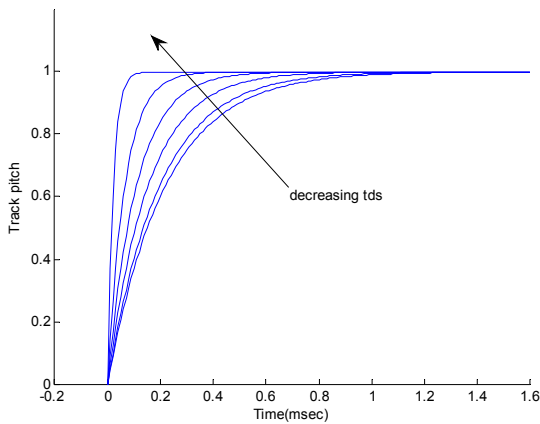


Fig. 2. Responses of target closed loop systems

### 2.3절 루프 전달 회복

이 과정을 위한 제어기  $K$ 는 아래와 같은 대수 리카티 방정식 (algebraic Riccati equation)을 계산하여 구한다.

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (5)$$

여기서,  $Q = C^T C, R = \rho I, Q \geq 0, R > 0$ 이며, 구해진  $P$ 를 이용하면  $K = R^{-1}B^T P$ 가 얻어진다. 이를 이용하여 설계된 제어기의 영점과 플랜트의 극점이 서로 상쇄되어 계루프 전달 함수의 실제 차수는 3차가 된다. Fig. 3은 계루프 전달 함수의 점근적 작용 (Asymptotic behavior)을 보여주고 있는데,  $\rho$ 가 작아짐(등가적으로, 루프 전달 회복이 많이 됨)에 따라 두 개의 극점은 무한대로 발산하고, 실제로 (0,0)에 하나의 극점만 남게 되어, 목적 전달 함수로 수렴되는 것을 보인다.

는 것을 보인다.

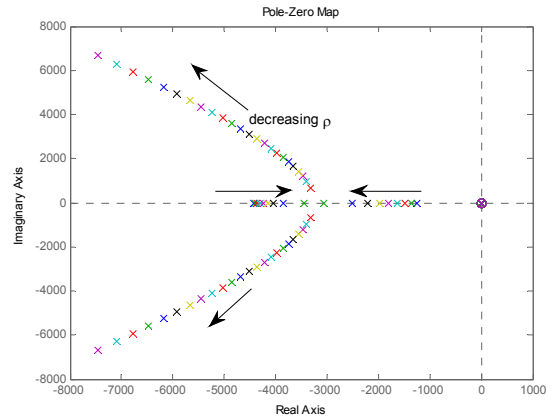


Fig. 3. Asymptotic behavior

그리고, 이것은 설계된 페루프 시스템의 응답에 진동이 발생하지 않음을 의미한다.

### 2.4절 안정도 강인성

플랜트의 파라미터 변화에 따른, 불확실성을 고려하기 위하여, 제시한 방법으로 설계된 페루프 시스템의 안정성 문제를 검사한다. 플랜트의 출력측에 곱셈형 불확실성을 고려하였고,  $|\Delta K_l| \leq 5\%$ ,  $|\Delta J_m| \leq 5\%$ ,  $|\Delta w_n| \leq 10\%$ ,  $|\Delta \xi| \leq 10\%$ 의 불확실성에 대하여 안정하다는 것을 Fig.5에서 검증하였다.

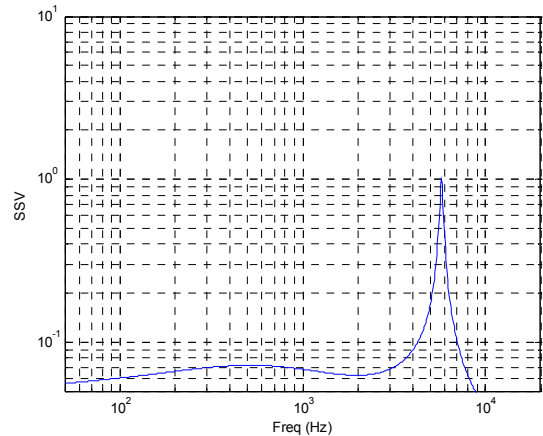


Fig. 5. Robustness: structured singular value

## 3. 결론

지금까지는 주파수 영역에서만 설계 기법이었던 LQG/LTR을 시간영역에서 설계할 수 있는 방법을 제시하였다. 특히, 이 방법은 전형적인 이중 적분 형태의 모터인 하드 디스크 드라이브의 제어기 변환에 따른 저크(jerk)를 줄일 수 있기 때문에, 정착모드 (settle mode)의 개선에 사용될 수 있다.