

베어링의 운동을 고려한 평 기어의 동적 해석

Dynamic analysis for a pair of spur gears due to bearing deformation

김우형* · 정진태†

Woohyung Kim and Jintai Chung

1. 서론

기어는 동력의 전달과 속도 및 토크의 가·감속을 위해 주로 사용되는 주요 기계 요소품으로 동적 거동 특성은 기계 시스템에 많은 영향을 준다. 많은 연구자들이 평기어의 동적 거동 특성에 대하여 연구를 수행 하였으며, 기어 시스템을 강체인 원통 바디와 변형 가능한 이로 모델링 하였다. 일반적인 기어 해석 모델은 기어 물림을 작용선 위에서의 시간에 따라 강성 값이 변하는 스프링으로 모델링 하였다. 하지만 베어링 및 축계의 지지 강성이 약하면 치차의 축간 거리는 변하게 되어 작용선이 변하게 된다. 기존의 해석 모델은 작용선의 변화를 무시하였으나, 지지 강성이 약해질 경우 이를 기어의 주요 특성에 반영해야 한다. 본 논문에서는 지지 강성에 따른 기어의 주요 인자의 변화가 고려된 새로운 해석 모델을 제시하였으며 그에 대한 동적 특성을 분석하였다.

2. 평기어의 모델링

평기어는 Fig. 1 과 같이 피니언과 기어의 두 치차로 구성되어 있다. 기어 시스템은 강체인 원통기어로 가정하였으며, 이는 변형 가능한 빔으로 가정하여 두 치차의 작용선 위의 스프링으로 모델링 하였다. 작용선은 기어와 피니언의 기초원(Base circle)의 공통 내 접선이다. 두 기어는 평면운동을 하는 6 자유도로 모델링 되었으며, Fig. 2(a)와 같이 나타낼 수 있다. O_1 와 O_2 는 기어와 피니언의 중심 좌표이며, C_1 과 C_2 는 평면운동 이후의 좌표이다. 피니언과 기어의 중심의 좌표를 나타내면

$$\mathbf{r}_1 = x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j}, \text{ and } \mathbf{r}_2 = x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} \quad (1)$$

평기어의 운동방정식을 기술하기 위해서는 치차의 물림을 정의해야 한다. 치차의 물림은 Fig. 2(b)와 같이 작용선 위의 스프링 시스템으로 가정하였으며, 물림변위는 기존의 연구자들과 같은 방법으로 정의

하였다. 물림 변위는 다음과 같다.

$$\delta = (x_2 - x_1) \sin(\alpha - \psi) + (y_2 - y_1) \cos(\alpha - \psi) + R_1 \theta_1 + R_2 \theta_2 \quad (2)$$

여기서, α 는 압력각, ψ 는 두 치차의 위치각이며, R_1 과 R_2 는 피니언과 기어의 기초원 반지름이다. 일반적인 물림변위는 압력각 및 위치각을 일정한 값으로 정의 하였으나, 본 논문에서는 평면운동에 의한 축간 거리를 고려하여 일반좌표의 함수로 표현 하였으며, 압력각과 위치각은 다음과 같다.

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(x_2 - x_1 + d)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (3)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1 + d} \quad (4)$$

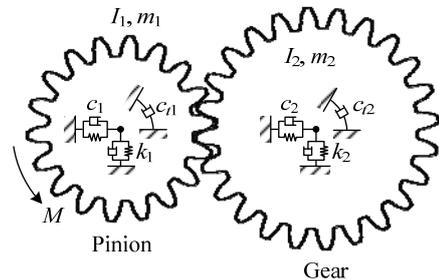


Fig. 1. Model of a pair of spur gears.

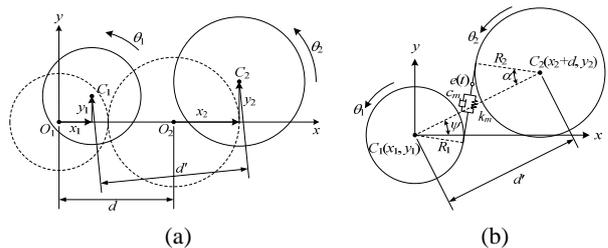


Fig. 2. Configuration and gear mesh model for a pair of spur gears.

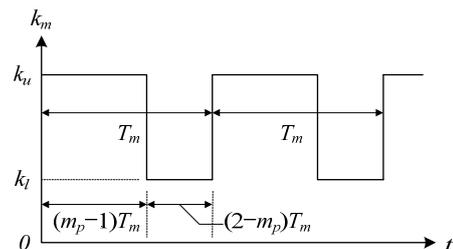


Fig. 3. Simplified gear mesh stiffness.

† 교신저자; 한양대학교 기계공학과

E-mail : jchung@hanyang.ac.kr

Tel : (031) 400-5287, Fax : (031) 406-6964

* 한양대학교 일반대학원 기계공학과

치차의 물림 강성을 Fig. 3 과 같이 시간에 대하여 변하는 함수로 가정하였으며, 이는 주기적 특성 T_m 을 가지며, 치차가 한 쌍의 물림 k_l 또는 두 쌍의 물림 k_u 을 나타내는 것으로 식 (5)와 같다.

$$k_m = \begin{cases} k_u & \text{for } (n-1)T_m < t < (m_p + n-2)T_m \\ k_l & \text{for } (m_p + n-2)T_m < t < nT_m \end{cases} \quad (5)$$

위의 기어 특성을 이용하여 운동방정식을 기술하면 질량 행렬 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ 과 비선형 벡터 $\mathbf{N}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ 로 표현할 수 있으며, 식 (6)과 같다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{f} \quad (6)$$

3. 기어 시스템의 시간 응답

기어 시스템의 특성을 분석하기 위해서 비선형 운동방식을 Newmark 시간 적분법을 이용하였다. 일반적인 기어 해석 모델의 응답과 새로운 기어 모델의 시간 응답을 Fig. 4 에서 비교하였다. 유사한 주기적 특성을 가지고 있지만, 한 주기 내에서 다른 특성을 보이고 있다. 이는 축간거리의 변화가 반영된 것을 나타내며 지지 강성에 대한 반경방향의 운동은 Fig. 5 에서 확인 할 수 있다. 축간 거리의 변화에 대한 압력각의 변화를 보면 베어링의 지지 강성이 약해질 수록 압력각의 변화가 큰 것을 알 수 있다.

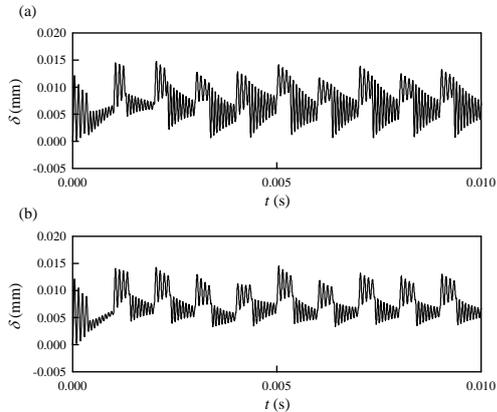


Fig. 4. Gear mesh deformations for the (a) new and (b) previous models.

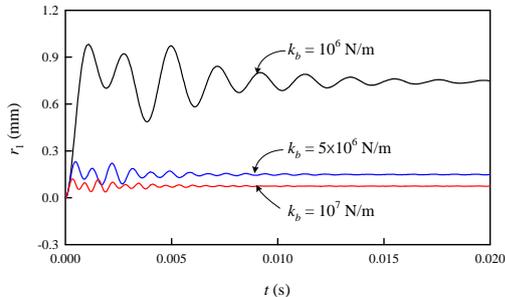


Fig. 5. Radial displacements of the pinion for the various values of bearing stiffness.

베어링의 강성이 $k_b=10^7\text{N/m}$ 일 경우 압력각의 변화가 거의 없기 때문에 일정한 값으로 가정해도 상관없지만, 베어링의 강성이 $k_b=10^6\text{N/m}$ 로 약해질 경우 압력각의 변화를 무시 할 수 없기 때문에 치차의 해석에 반영해야 한다. 물림 강성의 영향을 분석하기 위해 세 가지의 경우에 대하여 치차의 시간 응답을 계산하였다. 물림 강성은 치차의 반경방향에 큰 영향을 주지 않으며 물림 변위에만 영향을 주는 것을 Fig. 7 에서 알 수 있다. 반경 방향의 영향이 적기 때문에 물림 강성에 따라 축간 거리의 변화의 영향 또한 적기 때문에 기어의 특성에는 영향을 주지 않는다.

4. 결론

본 논문에서는 베어링에 의해 평면 운동하는 치차 시스템의 특성을 분석하였다. 베어링의 지지 강성은 치차의 평면 운동에 특성에 많은 영향을 주지만 물림 강성은 평면 운동의 영향은 적다. 그러므로 치차 시스템의 지지 강성이 약할 경우 이를 고려하여 치차 해석을 수행해야 한다.

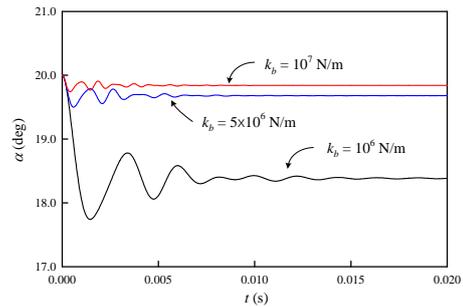


Fig. 6. Pressure angle for the various values of bearing stiffness.

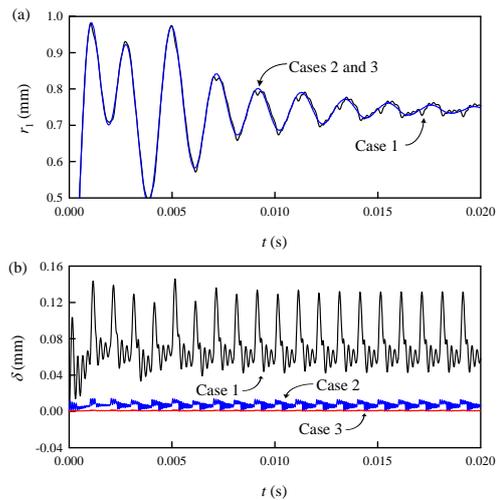


Fig. 7. (a) Radial displacements and (b) Gear mesh deformation of the pinion for the various values of mesh stiffness: Case 1 ($k_l = 0.75 \times 10^7$, $k_u = 1.25 \times 10^7$ N/m); Case 2 ($k_l = 0.75 \times 10^8$, $k_u = 1.25 \times 10^8$ N/m); Case 3 ($k_l = 0.75 \times 10^9$, $k_u = 1.25 \times 10^9$ N/m).