

백래시를 가진 헬리컬기어의 비선형 진동 Nonlinear Vibration of Helical Gears with Backlash

박찬일†
Chan IL Park

1. 서론

이 연구는 백래시를 가진 헬리컬 기어의 비선형 진동을 다룬다. 기어의 백래시는 윤활을 원활하게 하고 제작오차나 마모 등에 의한 간섭을 제거하기 위해 설계시 부여되어야 한다. 그러나 백래시는 무부하상태나 가벼운 하중에서 치의 분리와 충격을 발생시켜 불유쾌한 기어 진동과 소음을 발생시키고 기어계의 수명에 영향을 준다.

기어계의 외적인 가진은 엔진이나 모터의 비틀림 진동에서 오는 토크의 변동이 있으며 주로 저 주파수 가진이다. 내적인 가진은 치, 축 및 베어링의 변형과 치면 오차나 수정에 의한 제작전달오차이며 고 주파수 가진을 준다. 특히 맞물리는 치의 수의 변화에 의한 치의 강성변화는 백래시와 더불어 기어계를 비선형으로 가진시키는 중요한 역할을 한다. 치의 강성 변화는 **parametrically excited system**으로 운동방정식은 변위의 성분이 주기적인 함수일 때 **Hill equation, cosine 함수형태로 나타내면 Mathieu equation**으로 된다.

헬리컬 기어의 백래시는 비틀림 진동에 가장 중요한 역할을 하므로 일 자유도계 비틀림 진동 모델에 대해 진동 특성을 검토한다. 이를 위하여 치의 강성, 백래시 외에 치의 오차를 모델링에 포함시켜 운동방정식을 유도한다. 이 운동방정식의 가진으로 치의 강성변화와 토크의 변동만을 고려하여 비선형 진동을 해석한다.

2. 본론

2.1 운동방정식

헬리컬 기어의 가진은 토크의 변동, 치면의 오차, 치 강성의 주기적인 변화와 맞물림이 진행됨에 따라 치면을 따라서의 하중의 이동으로부터 온다.

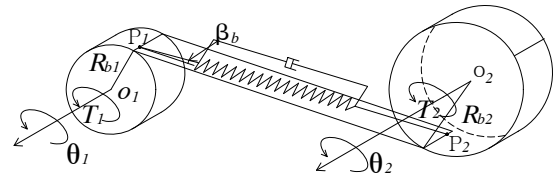


Fig. 1 Helical gear model.

치면 오차와 치 강성의 주기적인 변화를 연구하기 위해 헬리컬 기어의 일자유도 비틀림 자유도를 가진 모델을 사용한다. 이 연구에서는 축과 베어링을 강체로 가정하고 헬리컬 기어는 Fig.1 과 같이 작용면을 따라 치의 맞물림 강성에 의하여 연결된 두개의 강체 원통으로 모델링한다. 이 모델링에서 백래시가 없고 치면 오차만 있을 때의 기어의 변형은 다음 식으로 주어진다.

$$\delta(t) = \delta_1(t) - \delta_2(t) - e(t) = \cos \beta_b (R_{b1}\theta_1(t) + R_{b2}\theta_2(t)) - e(t) \quad (1)$$

여기서 δ_1 은 기어 1의 P_1 의 변위이고 δ_2 은 기어 2의 P_2 의 변위 $e(t)$ 는 치면 수정이나 치면 오차에 의한 제작전달오차이다.

기어가 2b의 일정한 백래시를 가진다면, 치의 하중은 정상적인 접촉을 하는 (2-1)식과 접촉을 하지 않는 상태인 (2-2)식, 반대편 치를 접촉하는 (2-3)식으로 다음 식으로 주어진다.

$$F_G(t) = k_G(t)(\delta(t) - b) + D_G \frac{d\delta(t)}{dt} \quad \text{if } \delta(t) \geq b, \quad (2-1)$$

$$F_G(t) = 0 \quad \text{if } |\delta(t)| \leq b, \quad (2-2)$$

$$F_G(t) = k_G(t)(\delta(t) + b) + D_G \frac{d\delta(t)}{dt} \quad \text{if } \delta(t) \leq -b. \quad (2-3)$$

그림 1 과 같이 토크 T_1 이 기어 1에 토크 T_2 이 기어 2에 작용한다면 운동방정식(3)와 (4)이 얻어진다.

† 교신저자; 강릉원주대학교 기계자동차공학부
E-mail : pci@gwnu.ac.kr
Tel : (0330) 640-2392, Fax : (033) 640-2244

$$J_1 \ddot{\theta}_1 = T_1 - F_G(t) \cos \beta_b R_{b1}, \quad (3)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 = T_2 - F_G(t) \cos \beta_b R_{b2}. \quad (4)$$

이 두 방정식들은 수학적 조작 후에 일 자유도 계로 줄어든다.

$$m_{eq} \ddot{\delta} + \cos^2 \beta_b F_G(t) = m_{eq} \cos \beta_b (R_{b1} T_1 / J_1 + R_{b2} T_2 / J_2) - m_{eq} \ddot{e}. \quad (5)$$

$$m_{eq} = \frac{J_1 J_2}{J_1 R_{b2}^2 + J_2 R_{b1}^2}.$$

부하 토크 T_2 가 식(6)과 같이 조정된다고 가정하면 식(5)는 식(7)과 같이 된다.

$$T_2 = R_{b2} T_1 / R_{b1}. \quad (6)$$

$$m_{eq} \ddot{\delta} + \cos^2 \beta_b F_G(t) = T_1 \cos \beta_b / R_{b1} - m_{eq} \ddot{e} \quad (7)$$

이 연구에서는 제작 전달오차의 영향을 무시하고 외력 토크와 치의 강성이 다음 식과 같이 일정한 하중 F_m 과 변동하중 F_a , 평균강성 k_m 과 변동강성 k_{ai} 으로 되어 있다고 가정한다.

$$T_1 \cos \beta_b / R_{b1} = F_m + F_a \cos(\omega t + \phi). \quad (8)$$

$$k_G(t) = k_m + \sum_i k_{ai} \cos(i\omega_i z_i t + \phi_i). \quad (9)$$

3. 해석결과

Table 1 Gear specification

	Pinion	Gear
Normal module	2.5	
Normal pressure angle (deg)	20°	
Center distance (mm)	150	
Helix angle (deg)	20°	
Average mesh stiffness(N/m)	2.34×10 ⁸	
Backlash(m)	100×10 ⁻⁶	
Number of teeth	56	56
Face width(mm)	20	20
Outside diameter(mm)	154.98	154.98
Pitch diameter (mm)	148.98	148.98
Addendum mod. co.	0.2075	0.2075

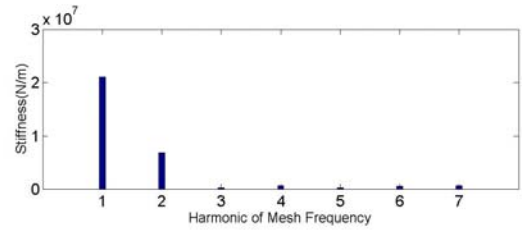


Fig. 2 Stiffness harmonic components

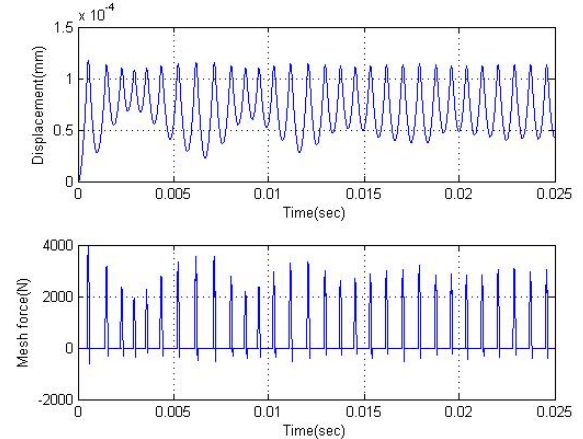


Fig. 3 Gear displacement and mesh force

Table 1의 기어 제원으로 기 개발된 프로그램으로 기어 강성을 계산하고 강성의 조화성분을 Fig.2와 같이 얻어 앞에서 유도한 식에 적용한다. 수치해석 방법으로 New-mark 법과 Newton Rapson 법을 사용하고 49.5Nm의 일정한 토크와 9.9Nm의 변동 토크 하에서 Table 1의 기어 제원과 감쇠계수는 0.07, 초기조건으로 변위와 속도로 0을 사용하여 1.2kHz에서 해석하고 Fig.3에 기어변위와 맞물림 하중의 해석 결과를 도시한다. 이 그림에서 백래시의 존재에 의해 맞물림 하중이 변동함을 알 수 있다.

4. 결론

이 연구는 백래시를 가진 헬리컬 기어에 적용할 수 있는 일자유도 비틀림 진동의 운동 방정식을 유도하였다. 유도된 결과를 이용하여 토크 변동의 가진으로 헬리컬 기어의 수치예제를 Newmark 방법으로 해석하여 그 결과를 보였다.

후 기

이 논문은 2008년도 정부재원(교육과학기술부 학술연구조성사업비)으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었음 (KRF-2008-521-D00026).